

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

1.2 ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ**ΠΙΝΑΚΑΣ 1.2.1 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ LAPLACE**

α/α	$f(t)$	$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$
1	$\alpha f_1(t) \pm \beta f_2(t)$	$\alpha F_1(s) \pm \beta F_2(s)$
2	$\frac{df(t)}{dt} = f'(t) = \dot{f}(t)$	$s F(s) - f(0)$
3	$\frac{d^2 f(t)}{dt^2} = f''(t) = \ddot{f}(t)$	$s^2 F(s) - s f(0) - f'(0)$
4	$\frac{d^v f(t)}{dt^v} = f^{(v)}(t)$	$s^v F(s) - s^{v-1} f(0) - \dots - f^{(v-1)}(0)$
5	$\int_0^t f(t) dt$	$\frac{F(s)}{s} + \frac{f^{(-1)}(0)}{s}$
6	$\int_0^t \int_0^r f(t) dt$	$\frac{F(s)}{s^2} + \frac{f^{(-1)}(0)}{s^2} + \frac{f^{(-2)}(0)}{s}$
7	$\int \dots \int f(t) (dt)^v$	$\frac{F(s)}{s^v} + \sum_{k=1}^v \left[\int \dots \int f(t) (dt)^k \right]_{t=0}$
8	$f(t-r) \cdot u(t-r)$	$e^{-rs} F(s)$
9	$t^v f(t)$	$(-1)^v \frac{d^v}{ds^v} F(s)$
10	$\frac{f(t)}{t}$	$\int_s^{\infty} F(\sigma) d\sigma$
11	$f_1(t) * f_2(t)$	$F_1(s) \cdot F_2(s)$
12	$f_1(t) \cdot f_2(t)$	$\frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F_1(p) F_2(s-p) dp$
13	$e^{-\alpha t} \cdot f(t)$	$F(s+\alpha)$
14	$f\left(\frac{t}{\alpha}\right)$	$\alpha F(\alpha s)$
15	$f(t) \cos \omega t$	$\frac{1}{2} F(s-j\omega) + \frac{1}{2} F(s+j\omega)$
16	$f(\alpha t)$	$\frac{F(s/\alpha)}{\alpha}$
17	$\frac{f(t)}{t^v}$	$\int_s^{\infty} \dots \int_s^{\infty} F(s) (ds)^v$

(Συνεχίζεται)

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.2.1 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ LAPLACE

18	$\lim_{t \rightarrow 0} f(t)$	$\lim_{s \rightarrow \infty} s F(s)$ Θεώρημα αρχικής τιμής
19	$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$	$\lim_{s \rightarrow 0} s F(s)$ Θεώρημα τελικής τιμής

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.2.2 ΖΕΥΓΗ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΩΝ LAPLACE

α/α	$F(s) = LT \{f(t)\}$	$f(t) = ILT \{F(s)\}$
1	1	$\delta(t)$
2	$\frac{1}{s}$	$u(t)$
3	$\frac{1}{s^2}$	t
4	$\frac{1}{s^n}$	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1}, \quad n \text{ θετικός ακέραιος}$
5	s	$\frac{d\delta(t)}{dt} = \delta^{(1)}(t)$
6	s^n	$\delta^{(n)}(t), \quad n \text{ θετικός ακέραιος}$
7	$\frac{1}{\sqrt{s}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$
8	$\frac{1}{s^{n+1/2}}$	$\frac{2^n t^{n-1/2}}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1) \pi^{1/2}}$
9	$\frac{e^{-\alpha s}}{s}$	$u(t-\alpha)$
10	$\frac{1}{s} (1 - e^{-\alpha s})$	$u(t) - u(t-\alpha)$
11	$\frac{1}{s+\alpha}$	$e^{-\alpha t}$
12	$\frac{1}{(s+\alpha)^n}$	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} \cdot e^{-\alpha t}, \quad n \text{ θετικός ακέραιος}$
13	$\frac{1}{s(s+\alpha)}$	$\frac{1 - e^{-\alpha t}}{\alpha}$
14	$\frac{1}{s(s+\alpha)(s+\beta)}$	$\frac{1 - \frac{\beta}{\beta-\alpha} e^{-\alpha t} + \frac{\alpha}{\beta-\alpha} e^{-\beta t}}{\alpha \beta}$
15	$\frac{s+\gamma}{s(s+\alpha)(s+\beta)}$	$\frac{1}{\alpha \beta} \left(\gamma - \frac{\beta(\gamma-\alpha)}{\beta-\alpha} e^{-\alpha t} + \frac{\alpha(\gamma-\beta)}{\beta-\alpha} e^{-\beta t} \right)$

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.2.2 ΖΕΥΓΗ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΩΝ LAPLACE (Συνεχίζεται)

16	$\frac{1}{(s+\alpha)(s+\beta)}$	$\frac{e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}}{\beta - \alpha}$
17	$\frac{s}{(s+\alpha)(s+\beta)}$	$\frac{\alpha e^{-\alpha t} - \beta e^{-\beta t}}{\alpha - \beta}$
18	$\frac{s+\gamma}{(s+\alpha)(s+\beta)}$	$\frac{(\gamma - \alpha)e^{-\alpha t} - (\gamma - \beta)e^{-\beta t}}{\beta - \alpha}$
19	$\frac{1}{(s+\alpha)(s+\beta)(s+\gamma)}$	$\frac{e^{-\alpha t}}{(\beta - \alpha)(\gamma - \alpha)} + \frac{e^{-\beta t}}{(\gamma - \beta)(\alpha - \beta)} + \frac{e^{-\gamma t}}{(\alpha - \gamma)(\beta - \gamma)}$
20	$\frac{s+\delta}{(s+\alpha)(s+\beta)(s+\gamma)}$	$\frac{(\delta - \alpha)e^{-\alpha t}}{(\beta - \alpha)(\gamma - \alpha)} + \frac{(\delta - \beta)e^{-\beta t}}{(\gamma - \beta)(\alpha - \beta)} + \frac{(\delta - \gamma)e^{-\gamma t}}{(\alpha - \gamma)(\beta - \gamma)}$
21	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$\sin \omega t$
22	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$\cos \omega t$
23	$\frac{s+\alpha}{s^2 + \omega^2}$	$\frac{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}}{\omega} \sin(\omega t + \varphi), \quad \varphi = \tan^{-1} \frac{\omega}{\alpha}$
24	$\frac{s \sin \alpha + \omega \cos \alpha}{s^2 + \omega^2}$	$\sin(\omega t + \alpha)$
25	$\frac{1}{s(s^2 + \omega^2)}$	$\frac{1 - \cos \omega t}{\omega^2}$
26	$\frac{s+\alpha}{s(s^2 + \omega^2)}$	$\frac{\alpha}{\omega^2} - \frac{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}}{\omega^2} \cos(\omega t + \varphi), \quad \varphi = \tan^{-1} \frac{\omega}{\alpha}$
27	$\frac{1}{(s+\alpha)(s^2 + \omega^2)}$	$\frac{e^{-\alpha t}}{\alpha^2 + \omega^2} + \frac{1}{\omega \sqrt{\alpha^2 + \omega^2}} \sin(\omega t - \varphi), \quad \varphi = \tan^{-1} \frac{\omega}{\alpha}$
28	$\frac{1}{(s+\alpha)^2 + \beta^2}$	$\frac{e^{-\alpha t} \sin \beta t}{\beta}$
29	$\frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2 + \beta^2}$	$e^{-\alpha t} \cos \beta t$
30	$\frac{s+\gamma}{(s+\alpha)^2 + \beta^2}$	$\frac{\sqrt{(\gamma - \alpha)^2 + \beta^2}}{\beta} e^{-\alpha t} \sin(\beta t + \varphi), \quad \varphi = \tan^{-1} \frac{\beta}{\gamma - \alpha}$
31	$\frac{1}{s[(s+\alpha)^2 + \beta^2]}$	$\frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} + \frac{1}{\beta \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} e^{-\alpha t} \sin(\beta t - \varphi), \quad \varphi = \tan^{-1} \frac{\beta}{-\alpha}$

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.2.2 ΖΕΥΓΗ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΩΝ LAPLACE (Συνεχίζεται)

32	$\frac{s+\gamma}{s[(s+\alpha)^2+\beta^2]}$	$\frac{\gamma}{\alpha^2+\beta^2} + \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{(\gamma-\alpha)^2+\beta^2}{\alpha^2+\beta^2}} e^{-\alpha t} \sin(\beta t + \varphi),$ $\varphi = \tan^{-1} \frac{\beta}{\gamma-\alpha} - \tan^{-1} \frac{\beta}{-\alpha}$
33	$\frac{1}{s^2(s+\alpha)}$	$\frac{1}{\alpha^2} (\alpha t - 1 + e^{-\alpha t})$
34	$\frac{1}{s(s+\alpha)^2}$	$\frac{1}{\alpha^2} (1 - e^{-\alpha t} - \alpha t e^{-\alpha t})$
35	$\frac{s+\beta}{s(s+\alpha)^2}$	$\frac{1}{\alpha^2} (\beta - \beta e^{-\alpha t} + \alpha(\alpha - \beta)t e^{-\alpha t})$
36	$\frac{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0}{s(s+\alpha)(s+\beta)}$	$\frac{\alpha_0}{\alpha\beta} + \frac{\alpha^2 - \alpha_1\alpha + \alpha_0}{\alpha(\alpha - \beta)} e^{-\alpha t} - \frac{\beta^2 - \alpha_1\beta + \alpha_0}{\beta(\alpha - \beta)} e^{-\beta t}$
37	$\frac{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0}{s[(s+\alpha)^2 + \beta^2]}$	$\frac{\alpha_0}{\alpha^2 + \beta^2} + \frac{1}{\beta(\alpha^2 + \beta^2)} \cdot$ $\cdot \sqrt{(\alpha^2 - \beta^2 - \alpha_1\alpha + \alpha_0)^2 + \beta^2(\alpha_1 - 2\alpha)^2} e^{-\alpha t} \cdot$ $\cdot \sin(\beta t + \varphi),$ $\varphi = \tan^{-1} \frac{\beta(\alpha_1 - 2\alpha)}{\alpha^2 - \beta^2 - \alpha_1\alpha + \alpha_0} - \tan^{-1} \frac{\beta}{-\alpha}$
38	$\frac{1}{(s^2 + \omega^2)^2}$	$\frac{1}{2\omega^3} (\sin \omega t - \omega t \cos \omega t)$
39	$\frac{1}{s^2 - \omega^2}$	$\frac{1}{\omega} \sinh \omega t$
40	$\frac{1}{(s+\alpha)^2(s+\beta)}$	$\frac{1}{(\beta - \alpha)^2} [(\beta - \alpha)t - 1] e^{-\alpha t} + e^{-\beta t}$
41	$\frac{1}{s^2(s^2 + \omega^2)}$	$\frac{1}{\omega^3} (\omega t - \sin \omega t)$
42	$\frac{s}{(s^2 + \omega^2)^2}$	$\frac{t}{2\omega} \sin \omega t$
43	$\frac{s^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$	$\frac{1}{2\omega} (\omega t \cos \omega t + \sin \omega t)$

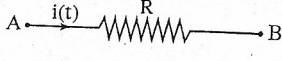
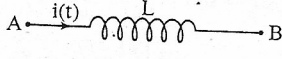
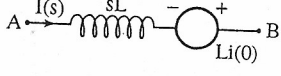
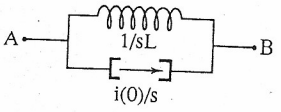
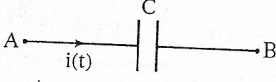
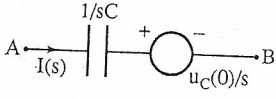
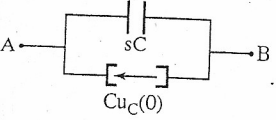
ΠΙΝΑΚΑΣ 1.2.2 ΖΕΥΓΗ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΩΝ LAPLACE (Συνεχίζεται)

44	$\frac{s^n}{(s^2 + \omega^2)^{n+1}}$	$\frac{t^n \sin \omega t}{n! 2^n \omega}$
45	$\frac{s^2 - \omega^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$	$t \cos \omega t$
46	$\frac{s}{(s^2 + \alpha^2)(s^2 + \beta^2)}$	$\frac{\cos \alpha t - \cos \beta t}{\beta^2 - \alpha^2}$
47	$\frac{s^2}{(s + \alpha)(s + \beta)(s + \gamma)}$	$\frac{\alpha^2 e^{-\alpha t}}{(\beta - \alpha)(\gamma - \alpha)} + \frac{\beta^2 e^{-\beta t}}{(\alpha - \beta)(\gamma - \beta)} + \frac{\gamma^2 e^{-\gamma t}}{(\alpha - \gamma)(\beta - \gamma)}$
48	$\frac{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0}{s^2(s + \alpha)(s + \beta)}$	$\frac{\alpha_1 + \alpha_0 t}{\alpha \beta} - \frac{\alpha_0(\alpha + \beta)}{(\alpha \beta)^2} - \frac{1}{\alpha - \beta} \left(1 - \frac{\alpha_1}{\alpha} + \frac{\alpha_0}{\alpha^2} \right) e^{-\alpha t} -$ $-\frac{1}{\alpha - \beta} \left(1 - \frac{\alpha_1}{\beta} + \frac{\alpha_0}{\beta^2} \right) e^{-\beta t}$
49	$\frac{s + \gamma}{s^2[(s + \alpha)^2 + \beta^2]}$	$\frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} \left(\gamma t + 1 - \frac{2\gamma\alpha}{\alpha^2 + \beta^2} \right) +$ $+\frac{\sqrt{\beta^2 + (\gamma - \alpha)^2}}{\beta(\alpha^2 + \beta^2)} e^{-\alpha t} \sin(\beta t + \varphi),$ $\varphi = 2 \tan^{-1} \frac{\beta}{\alpha} + \tan^{-1} \frac{\beta}{\gamma - \alpha}$
50	$\frac{1}{(s + \gamma)[(s + \alpha)^2 + \beta^2]}$	$\frac{e^{-\gamma t}}{(\gamma - \alpha)^2 + \beta^2} + \frac{e^{-\alpha t} \sin(\beta t - \varphi)}{\beta \sqrt{(\gamma - \alpha)^2 + \beta^2}},$ $\varphi = \tan^{-1} \frac{\beta}{\gamma - \alpha}$
51	$\frac{1}{s^2(s + \alpha)^2}$	$\frac{1}{\alpha^2} t(1 + e^{-\alpha t}) - \frac{2}{\alpha^3} (1 - e^{-\alpha t})$

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.2.3 ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ $F(s)$ ΣΕ ΜΕΡΙΚΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

1	$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{\alpha_n s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0}, \quad m < n$
ΔΙΑΚΡΟΤΗΤΟΙ	• $F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{(s+z_1)(s+z_2)\dots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\dots(s+p_n)} = \frac{k_1}{s+p_1} + \frac{k_2}{s+p_2} + \dots + \frac{k_n}{s+p_n}$ • $k_i = \lim_{s \rightarrow -p_i} F(s) \cdot (s+p_i) \quad i=1, 2, 3, \dots, n$ • $P_1, P_2, \dots, P_n$ και $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$ είναι είτε πραγματικοί είτε μιγαδικοί αριθμοί.
ΠΟΛΛΑΠΛΟΙ	• $F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{(s+z_1)(s+z_2)\dots(s+z_m)}{(s+p_1)^r (s+p_2)\dots(s+p_n)} = \frac{k_{11}}{s+p_1} + \frac{k_{12}}{(s+p_1)^2} + \dots + \frac{k_{1r}}{(s+p_1)^r} + \frac{k_2}{s+p_2} + \dots + \frac{k_n}{s+p_n}$ • $k_{ij} = \frac{1}{(r-j)!} \lim_{s \rightarrow -p_i} \left[\frac{d^{(r-j)}}{ds^{(r-j)}} (F(s) \cdot (s+p_i)^r) \right] \quad i=1, j=1, \dots, r$ • $k_i = \lim_{s \rightarrow -p_i} F(s) \cdot (s+p_i)$
2	$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{\alpha_n s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0}, \quad m > n$ Αν ο βαθμός του πολωνύμου του αριθμητή είναι μεγαλύτερος του παρανομαστή, εκτελείται η διαίρεση των $B(s)/A(s)$ που δίνει ένα πολώνυμο του s, συν το κλάσμα του υπολοίπου δια του παρανομαστή που ανάγεται στην κατηγορία 1.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.2.4 ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΤΟΥΣ ΚΑΤΑ LAPLACE

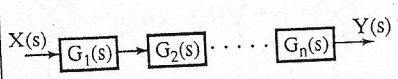
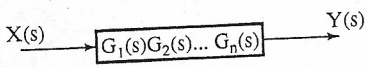
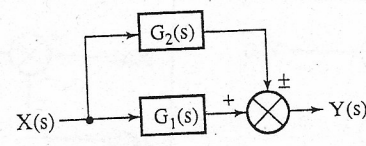
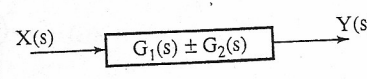
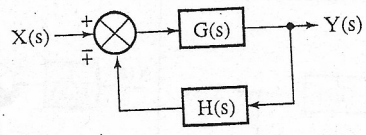
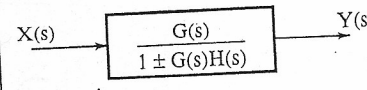
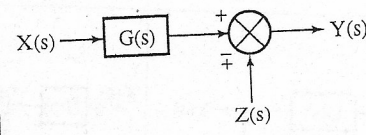
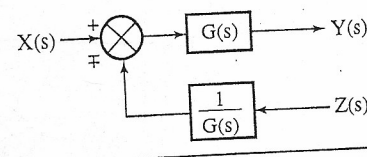
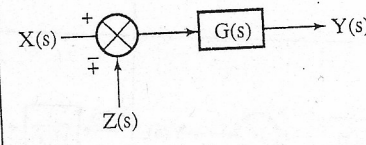
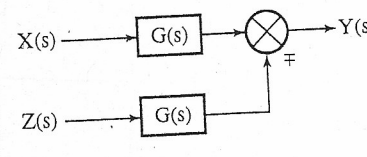
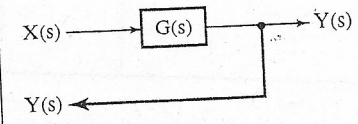
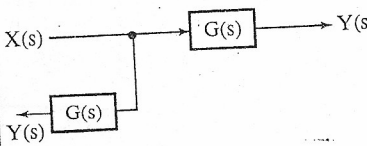
ΟΝΟΜΑΣΙΑ	ΜΗ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΕΝΟ (πεδίο t)	ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΕΝΟ (πεδίο s)
ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ	 $u_R(t) = Ri(t)$	 $\dot{V}_R(s) = RI(s)$
ΠΗΝΙΟ	 $u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$ ή $i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u_L(t) dt$	 $V_L(s) = sLI(s) - Li(0)$ $\Updownarrow$  $I(s) = \frac{V_L(s)}{sL} + \frac{i(0)}{s}$
ΠΥΚΝΩΤΗΣ	 $i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$ ή $u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$	 $I(s) = sC V_C(s) - Cu_C(0)$ $\Updownarrow$  $V_C(s) = \frac{I(s)}{sC} + \frac{u_C(0)}{s}$

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.2.5 ΜΙΓΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

α/α	$z = x + jy = \rho e^{j\theta} = \rho \angle \theta = \rho (\cos \theta + j \sin \theta)$
1	$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, Μέτρο μιγάδα
2	$\left. \begin{aligned} \theta &= \tan^{-1} \frac{y}{x} , \quad x, y > 0 \\ \theta &= -\tan^{-1} \frac{ y }{x} , \quad x > 0 \quad \text{και} \quad y < 0 \\ \theta &= 180^\circ - \tan^{-1} \frac{y}{ x } , \quad x < 0 \quad \text{και} \quad y > 0 \\ \theta &= 180^\circ + \tan^{-1} \frac{ y }{ x } , \quad x, y < 0 \end{aligned} \right\} \text{όρισμα μιγάδα}$
3	$e^{j\theta} + e^{-j\theta} = 2 \cos \theta$
4	$e^{j\theta} - e^{-j\theta} = 2j \sin \theta$
5	$(x + jy) + (\alpha + j\beta) = (x + \alpha) + j(y + \beta)$, πρόσθεση μιγάδων
6	$(x + jy) - (\alpha + j\beta) = (x - \alpha) + j(y - \beta)$, αφαίρεση μιγάδων
7	$\rho_1 e^{j\theta_1} \cdot \rho_2 e^{j\theta_2} = \rho_1 \rho_2 e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$, πολλαπλασιασμός μιγάδων
8	$\frac{\rho_1 e^{j\theta_1}}{\rho_2 e^{j\theta_2}} = \frac{\rho_1}{\rho_2} e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$, διαίρεση μιγάδων

2.2 ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.2.1 ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΔΟΜΙΚΩΝ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

α/α	ΑΡΧΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ	ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ
1		
2		
3		
4		
5		
6		

7		
8		
9		
10		
11		
12		

3.2 ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.2.1 ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΣΤΗ ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ

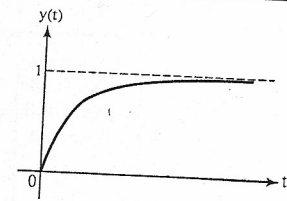
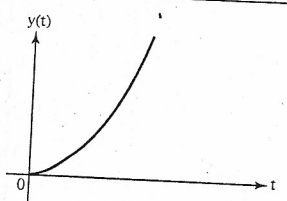
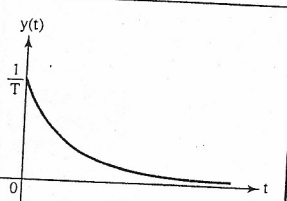
Σ Φ Τ Υ Λ Π Ο Α Σ Τ Ο Σ	ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ ↓	ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΣΤΗ ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ		
		ΘΕΣΗΣ	ΤΑΧ/ΤΑΣ	ΕΠΙΤ/ΣΗΣ
0	ΘΕΣΗΣ : K_p ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ : 0 ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ : 0	$\frac{A}{1+K_p}$	∞	∞
1	ΘΕΣΗΣ : ∞ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ : K_v ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ : 0	0	$\frac{A}{K_v}$	∞
2	ΘΕΣΗΣ : ∞ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ : ∞ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ : K_a	0	0	$\frac{A}{K_a}$

4.2 ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2.1 ΤΥΠΟΠΟΙΗΜΕΝΑ ΣΗΜΑΤΑ ΕΙΣΟΔΟΥ

α/α	ΟΝΟΜΑΣΙΑ	ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ	ΕΞΙΣΩΣΗ	ΜΕΤΑΣΧΗΜ. LAPLACE
1	ΜΟΝΑΔΙΑΙΑ ΒΗΜΑΤΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $u(t)$		$u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$ απρο-σδιόριστη $t = 0$	$U(s) = \frac{1}{s}$
2	ΜΟΝΑΔΙΑΙΑ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $\delta(t)$		$\delta(t) = \begin{cases} 0, & \forall t \neq 0 \\ \infty, & t = 0 \end{cases}$	$D(s) = 1$
3	ΜΟΝΑΔΙΑΙΑ ΑΝΑΡΡΙΧΗΤΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $r(t)$		$r(t) = \begin{cases} t, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$	$R(s) = \frac{1}{s^2}$
4	ΜΟΝΑΔΙΑΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΠΥΛΗΣ $g(t)$		$g(t) = \begin{cases} 1, & t \in (0, T) \\ 0, & t \notin (0, T) \end{cases}$ απρο-σδιόριστη $t = 0$ ή $t = T$ $g(t) = u(t) - u(t-T)$	$G(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s} e^{-Ts}$
5	ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $f(t)$		$f(t) = e^{\alpha t}$	$F(s) = \frac{1}{s - \alpha}$
6	ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $s(t)$		$s(t) = \sin \omega t$	$S(s) = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2.2 ΧΡΟΝΙΚΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΗΣ

α/α	ΕΙΔΟΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ	ΧΡΟΝΙΚΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ
1	ΜΟΝΑΔΙΑΙΑ ΒΑΘΜΙΔΑ $x(t) = u(t) = 1$	$y(t) = 1 - e^{-t/T}$ 
2	ΜΟΝΑΔΙΑΙΑ ΑΝΑΡΡΙΧΗΣΗ $x(t) = r(t) = t$	$y(t) = t - T + Te^{-t/T}$ 
3	ΜΟΝΑΔΙΑΙΑ ΚΡΟΥΣΗ $x(t) = \delta(t)$	$y(t) = \frac{1}{T} e^{-t/T}$ 

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2.3 ΧΡΟΝΙΚΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ

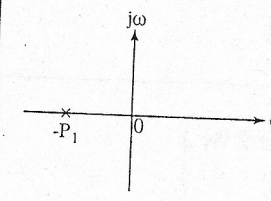
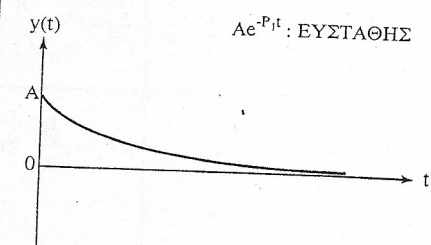
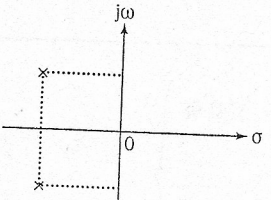
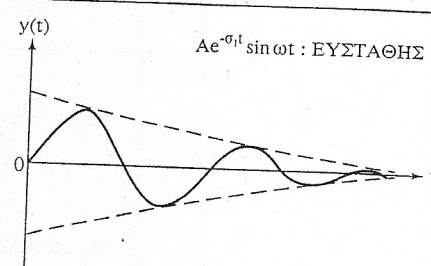
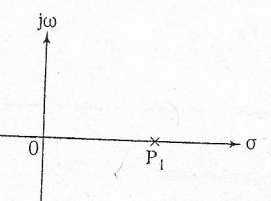
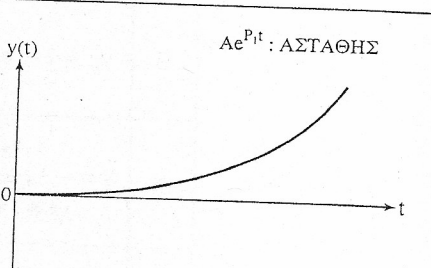
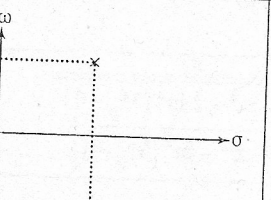
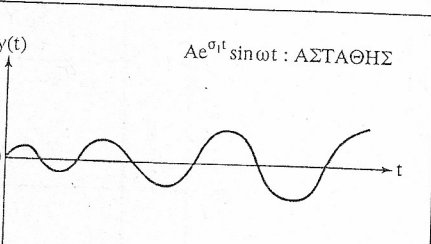
ΤΥΠΟΣ ΕΙΣΟΔΟΥ $x(t)$	ΣΤΑΘΕΡΑ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ J	ΧΡΟΝΙΚΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ $y(t)$
ΜΟΝΑΔΙΑΙΑ ΒΗΜΑΤΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $x(t) = u(t) = 1$	$0 < J < 1$ ΥΠΟ-ΑΠΟΣΒΕΣΗ	$y(t) = 1 - \frac{e^{-J\omega_n t}}{\sqrt{1-J^2}} \sin\left(\omega_n \sqrt{1-J^2} t + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-J^2}}{J}\right)$
	$J = 1$ ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ	$y(t) = 1 - e^{-\omega_n t} (1 + \omega_n t)$
	$J > 1$ ΥΠΕΡ-ΑΠΟΣΒΕΣΗ	$y(t) = 1 - e^{-J\omega_n t} \left[\cosh(\omega_n \sqrt{J^2-1} t) + \frac{J}{\sqrt{J^2-1}} \sinh(\omega_n \sqrt{J^2-1} t) \right]$
	$J = 0$ ΜΗΔΕΝΙΚΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ	$y(t) = 1 - \cos \omega_n t$
ΜΟΝΑΔΙΑΙΑ ΑΝΑΡΤΗΤΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $x(t) = r(t) = t$	$0 \leq J < 1$ ΥΠΟ-ΑΠΟΣΒΕΣΗ	$y(t) = t - \frac{2J}{\omega_n} + \frac{e^{-J\omega_n t}}{\omega_n \sqrt{1-J^2}} \sin\left(\omega_n \sqrt{1-J^2} t + 2\tan^{-1} \frac{\sqrt{1-J^2}}{J}\right)$
	$J = 1$ ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ	$y(t) = t - \frac{2J}{\omega_n} + \frac{2}{\omega_n} e^{-\omega_n t} \left(1 + \frac{\omega_n t}{2}\right)$
	$J > 1$ ΥΠΕΡ-ΑΠΟΣΒΕΣΗ	$y(t) = t - \frac{2J}{\omega_n} + \frac{2J^2-1-2J\sqrt{J^2-1}}{2\omega_n \sqrt{J^2-1}} e^{-(J+\sqrt{J^2-1})\omega_n t} + \frac{2J^2-1+2J\sqrt{J^2-1}}{2\omega_n \sqrt{J^2-1}} e^{-(J-\sqrt{J^2-1})\omega_n t}$
ΜΟΝΑΔΙΑΙΑ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $x(t) = \delta(t)$	$0 < J < 1$ ΥΠΟ-ΑΠΟΣΒΕΣΗ	$y(t) = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-J^2}} e^{-J\omega_n t} \sin \omega_n \sqrt{1-J^2} t$
	$J = 1$ ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ	$y(t) = \omega_n^2 t e^{-\omega_n t}$
	$J > 1$ ΥΠΕΡ-ΑΠΟΣΒΕΣΗ	$y(t) = \frac{\omega_n}{2\sqrt{J^2-1}} e^{-(J-\sqrt{J^2-1})\omega_n t} - \frac{\omega_n}{2\sqrt{J^2-1}} e^{-(J+\sqrt{J^2-1})\omega_n t}$

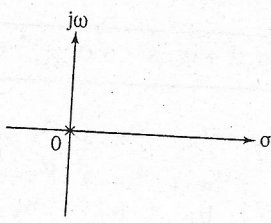
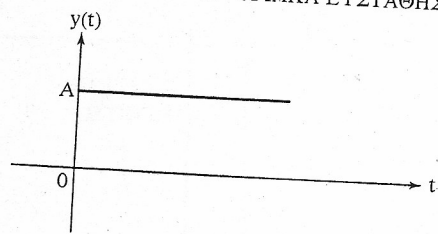
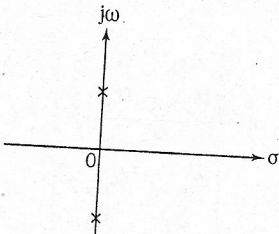
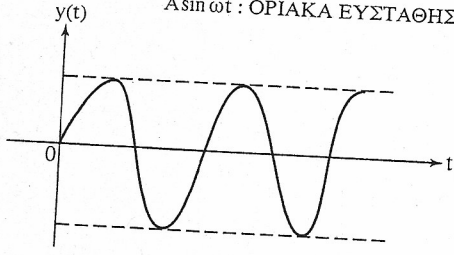
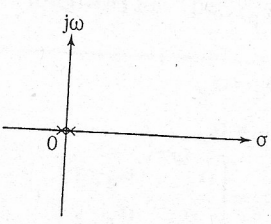
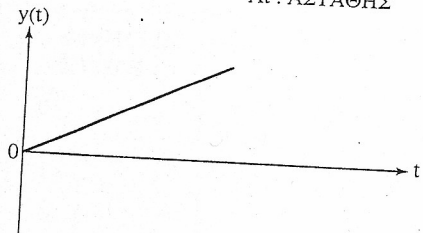
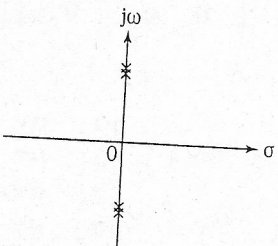
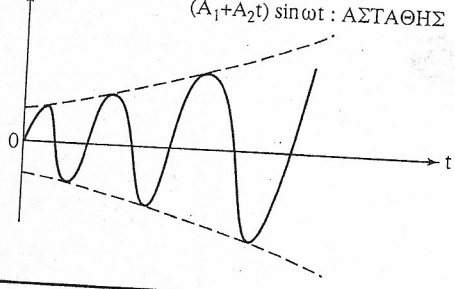
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2.4 ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ

α/α	ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ - ΤΥΠΟΣ - ΟΝΟΜΑΣΙΑ
1	$t_r = \frac{1}{\omega_n \sqrt{1-J^2}} \tan^{-1} \left(-\frac{\sqrt{1-J^2}}{J} \right)$: Χρόνος ανύψωσης $t_r = \frac{\pi - \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1-J^2}}{J} \right)}{\omega_n \sqrt{1-J^2}}$
2	$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-J^2}}$: Χρόνος κορυφής
3	$t_s = \frac{4}{J \omega_n} \gamma \alpha (\pm 2 \%)$ ή $t_s = \frac{3}{J \omega_n} \gamma \alpha (\pm 5 \%)$: Χρόνος αποκατάστασης
4	$M_p = \frac{y_m - y_f}{y_f} \cdot 100 \%$ ή $M_p \% = 100 e^{-\frac{J \pi}{\sqrt{1-J^2}}}$: Ποσοστό υπερένωσης
5	$y_m = 1 - e^{-\frac{J \pi}{\sqrt{1-J^2}}}$: Μέγιστη τιμή της απόκρισης
6	$J = \frac{ \ln(M_p - 1) }{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(M_p - 1)}}$: Σχέση μεταξύ J και M_p
7	$\omega_n = \frac{\pi}{t_p \sqrt{1-J^2}}$: Σχέση μεταξύ ω_n και t_p
8	$\omega_n = \frac{\pi}{t_p \sqrt{\frac{\pi^2 - 2 \ln^2(M_p - 1)}{\pi^2 - \ln^2(M_p - 1)}}}$: Σχέση μεταξύ ω_n και M_p
9	$s_{1,2} = -J \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1-J^2} = \frac{\pi}{t_p} \left(-\frac{\ln(M_p - 1)}{\sqrt{\pi^2 - 2 \ln^2(M_p - 1)}} \pm j \right)$: Ρίζες της Χ.Ε.

4.2 ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.1 ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΕΣ ΧΡΟΝΙΚΕΣ ΑΠΟΚΡΙΣΕΙΣ ΤΩΝ ΕΚΘΕΤΙΚΩΝ ΟΡΩΝ ΠΟΥ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΟΥΝ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΘΕΣΕΙΣ ΠΟΛΩΝ ΣΤΟ ΜΙΓΑΔΙΚΟ ΕΠΙΠΕΔΟ s

α/α	ΘΕΣΗ ΠΟΛΟΥ	ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ
1	 Αρνητικός πραγματικός πόλος	 $Ae^{-P_1 t}$: ΕΥΣΤΑΘΗΣ
2	 Μιγαδικοί συζυγείς πόλοι με αρνητικό πραγματικό μέρος	 $Ae^{-\sigma_1 t} \sin \omega t$: ΕΥΣΤΑΘΗΣ
3	 Θετικός πραγματικός πόλος	 $Ae^{P_1 t}$: ΑΣΤΑΘΗΣ
4	 Μιγαδικοί συζυγείς πόλοι με θετικό πραγματικό μέρος	 $Ae^{\sigma_1 t} \sin \omega t$: ΑΣΤΑΘΗΣ

5	 Απλός πόλος στο μηδέν	A : ΟΡΙΑΚΑ ΕΥΣΤΑΘΗΣ 
6	 Συζυγείς φανταστικοί πόλοι	$A \sin \omega t$: ΟΡΙΑΚΑ ΕΥΣΤΑΘΗΣ 
7	 Διπλός πόλος στο μηδέν	At : ΑΣΤΑΘΗΣ 
8	 Διπλοί συζυγείς φανταστικοί πόλοι	$(A_1 + A_2 t) \sin \omega t$: ΑΣΤΑΘΗΣ 

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.2 ΑΛΓΕΒΡΙΚΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ

α/α	$X.E: \alpha_n s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \alpha_{n-2} s^{n-2} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0 = 0$
1	ΚΡΙΤΗΡΙΟ ROUTH $ \begin{array}{c cccc} s^n & \alpha_n & \alpha_{n-2} & \alpha_{n-4} & \dots \\ s^{n-1} & \alpha_{n-1} & \alpha_{n-3} & \alpha_{n-5} & \dots \\ s^{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 & \dots \\ s^{n-3} & c_1 & c_2 & c_3 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{array} $ $ \begin{cases} b_1 = -\frac{\begin{vmatrix} \alpha_n & \alpha_{n-2} \\ \alpha_{n-1} & \alpha_{n-3} \end{vmatrix}}{\alpha_{n-1}}, & b_2 = -\frac{\begin{vmatrix} \alpha_n & \alpha_{n-4} \\ \alpha_{n-1} & \alpha_{n-5} \end{vmatrix}}{\alpha_{n-1}}, \dots \\ c_1 = -\frac{\begin{vmatrix} \alpha_{n-1} & \alpha_{n-3} \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}}{b_1}, & c_2 = -\frac{\begin{vmatrix} \alpha_{n-1} & \alpha_{n-5} \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}}{b_1}, \dots \end{cases} $ ΠΡΕΠΕΙ: $\alpha_n, \alpha_{n-1}, b_1, c_1, \dots > 0$ για ευστάθεια
2	ΚΡΙΤΗΡΙΟ HURWITZ $ \begin{aligned} D_0 &= \alpha_n \\ D_1 &= \alpha_{n-1} \\ D_2 &= \begin{vmatrix} \alpha_{n-1} & \alpha_{n-3} \\ \alpha_n & \alpha_{n-2} \end{vmatrix} \\ \vdots & \\ D_3 &= \begin{vmatrix} \alpha_{n-1} & \alpha_{n-3} & \alpha_{n-5} \\ \alpha_n & \alpha_{n-2} & \alpha_{n-4} \\ 0 & \alpha_{n-1} & \alpha_{n-3} \end{vmatrix} \\ \vdots & \end{aligned} $ $ D_n = \begin{vmatrix} \alpha_{n-1} & \alpha_{n-3} & \dots & \begin{bmatrix} \alpha_0 & \alpha_n & n=2k+1 \\ \alpha_1 & \alpha_n & n=2k \end{bmatrix} & 0 & \dots & 0 \\ \alpha_n & \alpha_{n-2} & \dots & \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_n & n=2k+1 \\ \alpha_0 & \alpha_n & n=2k \end{bmatrix} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_{n-1} & \dots & \alpha_{n-3} & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_n & \dots & \alpha_{n-2} & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \alpha_n \end{vmatrix} $ ΠΡΕΠΕΙ: $D_j > 0, j=1,2,\dots,n$ για ευστάθεια

6.2 ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.2.1 ΚΑΝΟΝΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΗΣ ΧΑΡΑΞΗΣ ΤΟΥ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΥ ΤΟΠΟΥ ΤΩΝ ΡΙΖΩΝ ΤΗΣ Χ.Ε. ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

α/α	ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΗΣ ΧΑΡΑΞΗΣ Γ.Τ.Ρ.	ΣΧΟΛΙΑ
1	$G(s)H(s) = K \frac{(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_n)}$	Σ.Μ. ανοικτού βρόγχου
2	$ K \frac{\prod_{i=1}^m s+z_i }{\prod_{j=1}^n s+p_j } = 1$ $-\infty < K < \infty$	Συνθήκη μέτρου για τα σημεία του γ.τ.ρ.
3	$\sum_{i=1}^m \angle(s+z_i) - \sum_{j=1}^n \angle(s+p_j) = \begin{cases} (2\rho+1)\pi & \text{για } K \geq 0 \\ 2\rho\pi & \text{για } K \leq 0 \end{cases}$ $\rho = 0 \pm 1, \pm 2, \dots$	Συνθήκη φάσης για τα σημεία του γ.τ.ρ.
4	$\ell = \max(m, n)$	Αριθμός των κλάδων του γ.τ.ρ.
5α	$\angle \varphi_\alpha = \frac{(2\rho+1)\pi}{n-m}, \quad \rho = 0, 1, \dots, n-m -1$ $K \geq 0$	Γωνίες των ασυμπτωτών ευθειών με τον άξονα των πραγματικών αριθμών για $K \geq 0$
5β	$\angle \varphi_\alpha = \frac{2\rho\pi}{n-m}, \quad \left(\rho = 0, 1, \dots, n-m -1 \right)$ $K \leq 0$	Γωνίες των ασυμπτωτών ευθειών με τον άξονα των πραγματικών αριθμών για $K \leq 0$
6	$\sigma_\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{j=1}^m z_j}{n-m}$	Σημείο τομής των ασυμπτωτών ευθειών με τον άξονα των πραγματικών αριθμών
7α	$\begin{cases} \frac{dK}{ds} = 0 \Rightarrow s_{b_i} \\ 1 + G(s_{b_i})H(s_{b_i}) = 0 \text{ για } K \in \mathbb{R} \end{cases}$	Εύρεση των σημείων θλάσης s_b (1ος τρόπος)
7β	$\sum_{i=1}^n \frac{1}{s-p_i} = \sum_{j=1}^m \frac{1}{s-z_j}$ $(p_i, z_j \in \mathbb{R})$	Εύρεση των σημείων θλάσης s_b (2ος τρόπος)

8	$\angle \varphi_d = (2\rho + 1)\pi - \left(\sum_{i=1}^n \varphi_{p_i} - \sum_{j=1}^m \varphi_{z_j} \right)$	Γωνίες αναχώρησης του γ.τ.θ. από μιγαδικούς πόλους ή άφιξης σε μιγαδικά μηδενικά
9	$s_c = \pm j\omega_c$	Σημεία τομής του γ.τ.θ. με τον άξονα των φανταστικών αριθμών