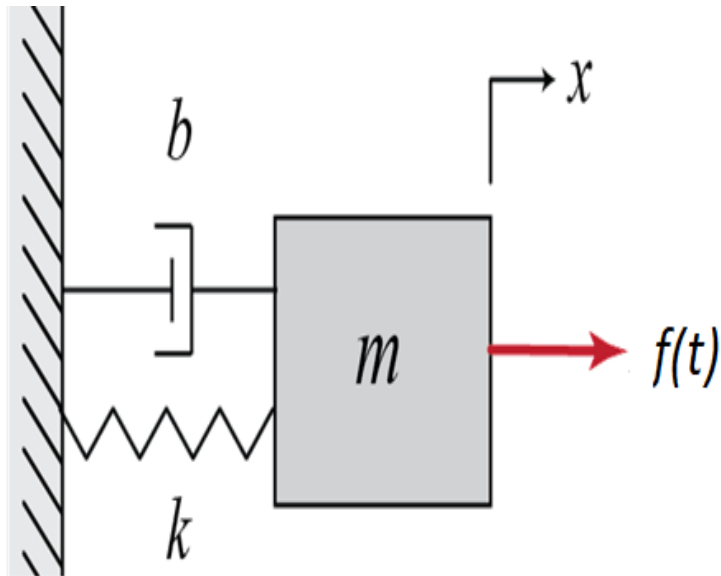


## Μηχανικά συστήματα



$$f(t) = f_m(t) + f_b(t) + f_k(t) \quad (1)$$

$$f_m(t) = ma = m \frac{dv(t)}{dt} = m \frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

$$f_b(t) = bv(t) = b \frac{dx(t)}{dt}$$

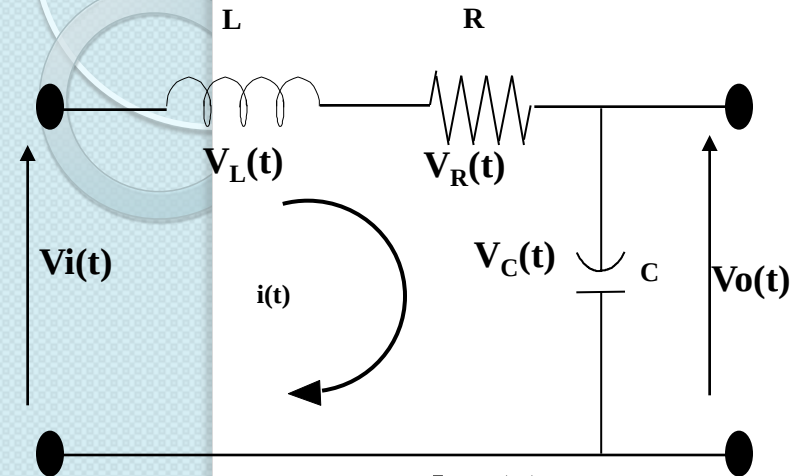
$$f_k(t) = kx(t)$$

$$(1) \Rightarrow f(t) = m \frac{d^2x(t)}{dt^2} + b \frac{dx(t)}{dt} + kx(t)$$

$$\Rightarrow L\{f(t)\} = L\left\{m \frac{d^2x(t)}{dt^2} + b \frac{dx(t)}{dt} + kx(t)\right\} \Rightarrow F(s) = ms^2 X(s) + bs X(s) + kX(s) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F(s) = (ms^2 + bs + k) X(s) \Rightarrow G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k} \text{ με Α.Σ. μηδενικές}$$

## Ηλεκτρικά συστήματα



$$V_i(t) = U_L(t) + U_R(t) + U_C(t) \Rightarrow$$

$$V_i(t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt \quad (1)$$

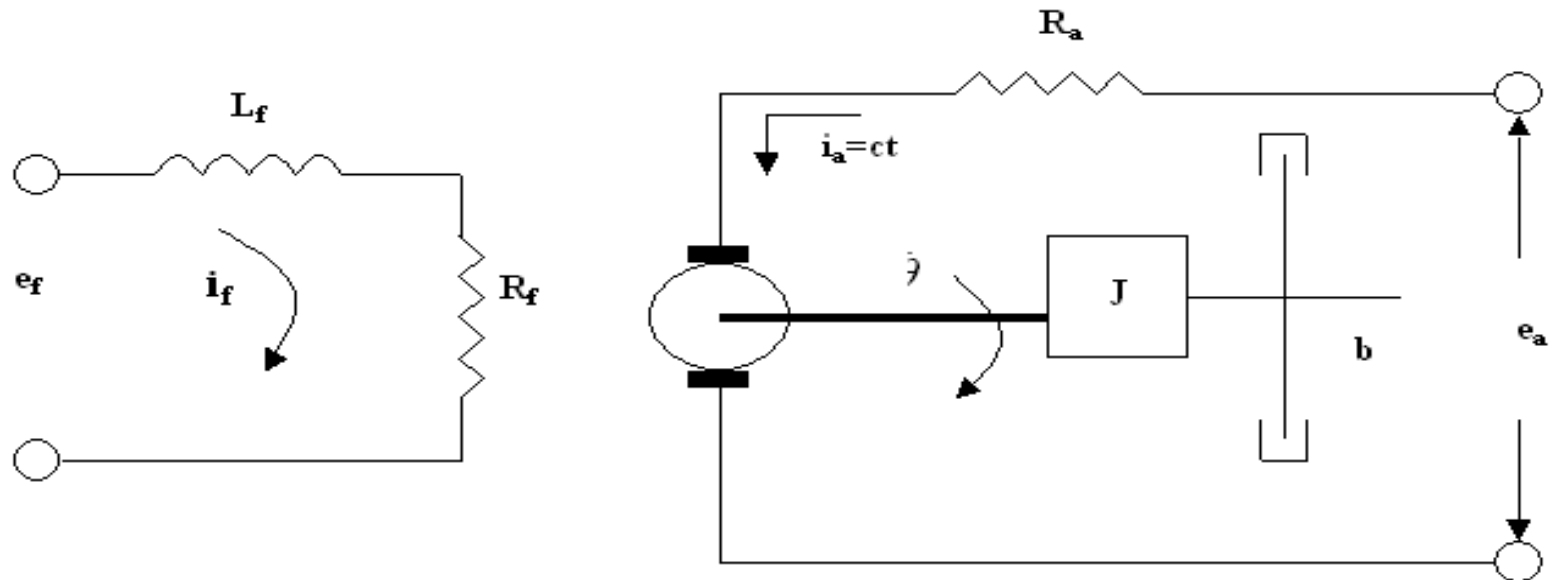
$$i(t) = \frac{dQ(t)}{dt} \quad (1) \Rightarrow V_i(t) = L \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + R \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{1}{C} Q(t) \quad (2)$$

$$V_o(t) = \frac{Q(t)}{C} \quad (2) \Rightarrow V_i(t) = LC \frac{d^2 V_o(t)}{dt^2} + RC \frac{dV_o(t)}{dt} + V_o(t)$$

$$\Rightarrow L \{V_i(t)\} = L \left\{ LC \frac{d^2 V_o(t)}{dt^2} + RC \frac{dV_o(t)}{dt} + V_o(t) \right\} \Rightarrow V_i(s) = LCs^2 V_o(s) + RCs V_o(s) + V_o(s) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_i(s) = (LCs^2 + RCs + 1) V_o(s) \Rightarrow G(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1} \text{ με Α.Σ. μηδενικές}$$

## Ανάλυση λειτουργίας κατά τον έλεγχο πεδίου (f)



Η ροπή  $T$  του κινητήρα είναι ανάλογη με το γινόμενο της μαγνητικής ροής στο διάκενο του αέρα  $\Phi$  επί το ρεύμα οπλισμού δηλαδή:

$$T = K_1 \Phi i_a = K i_a i_f \Rightarrow T = K_2 i_f$$

και από το κύκλωμα παίρνουμε:

$$L_f \frac{di_f}{dt} + R_f i_f = e_f$$

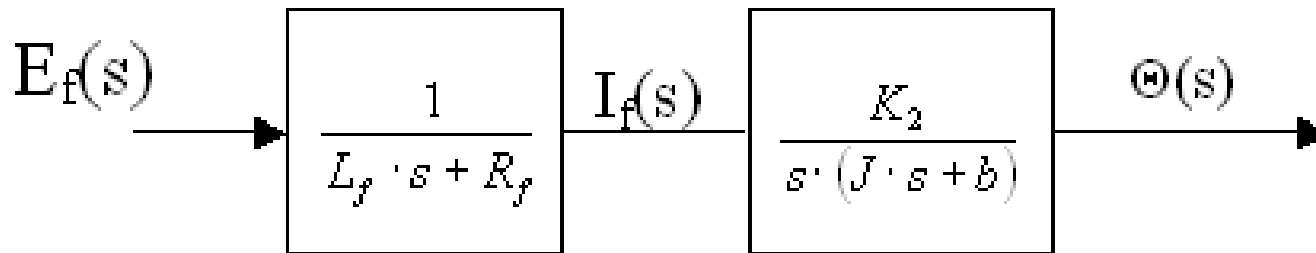
Η παραγόμενη ροπή εξουδετερώνει αδράνεια φορτίου και τριβή:

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + b \frac{d\theta}{dt} = T = K_2 i_f$$

Με μετασχηματισμό Laplace και Α.Σ. μηδενικές :

$$(L_f s + R_f) I_f(s) = E_f(s) \qquad (Js^2 + bs)\theta(s) = K_2 I_f(s)$$

Λειτουργικό διάγραμμα σερβοκινητήρα Σ.Ρ. ελεγχόμενου πεδίου (f):



Η συνάρτηση μεταφοράς θα είναι:

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{E_f(s)} = \frac{K_2}{s(L_f s + R_f)(Js + b)} = \frac{K_m}{s(T_f s + 1)(T_m s + 1)}$$

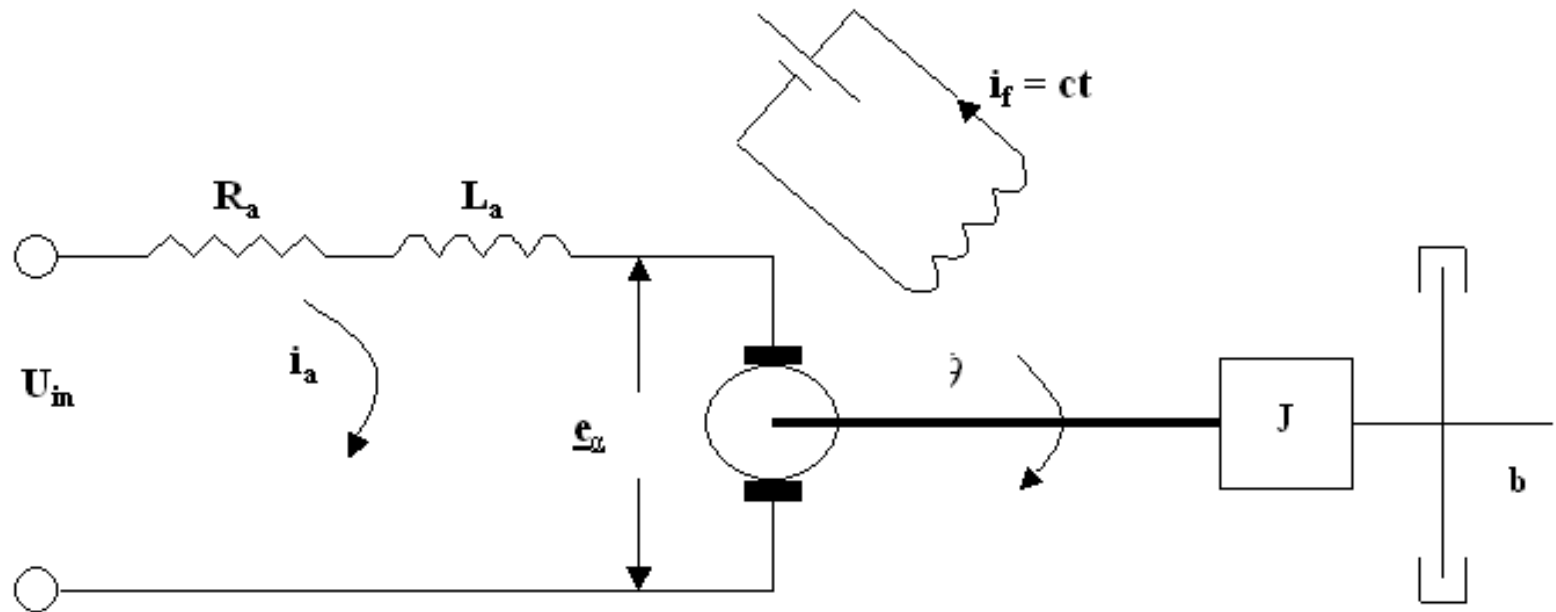
όπου:

$$K_m = \frac{K_2}{R_f b} \quad \text{σταθερά κέρδους κινητήρα.}$$

$$T_f = \frac{L_f}{R_f} \quad \text{χρονική σταθερά κυκλώματος διέγερσης.}$$

$$T_m = \frac{J}{b} \quad \text{χρονική σταθερά στοιχείων αδράνειας τριβής.}$$

# Ανάλυση λειτουργίας κατά τον έλεγχο οπλισμού (a)



Η ροπή του κινητήρα είναι:  $T = K i_a$

Καθώς περιστρέφεται ο οπλισμός αναπτύσσεται στα άκρα του μια αντιηλεκτρεγερτική δύναμη:  $e_a = K_b \frac{d\theta}{dt} = K_b \dot{\theta}$

Έτσι για το κύκλωμα του οπλισμού θα έχουμε:  $U_{in} = e_a + i_a R + L_a \frac{di_a}{dt}$

Η παραγόμενη ροπή εξουδετερώνει αδράνεια φορτίου και τριβή:

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + b \frac{d\theta}{dt} = T = K i_a$$

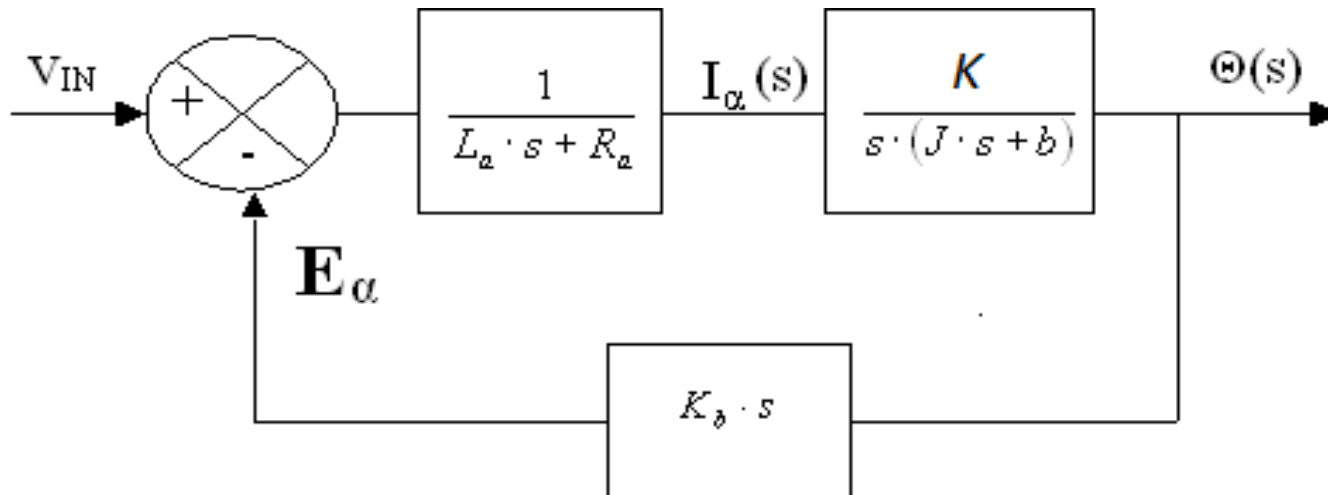
Μετασχηματίζονται κατά Laplace με Α.Σ. μηδενικές:

$$K_b s \theta(s) = E_a(s)$$

$$U_{IN}(s) = (L_a s + R_a) I_a(s) + E_a(s)$$

$$(Js^2 + bs) \theta(s) = T = K I_a(s)$$

Λειτουργικό διάγραμμα σερβοκινητήρα Σ.Ρ. ελεγχόμενου σπλισμού (α):



Έτσι από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος:

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{V_{IN}(s)} = \frac{K}{s \left[ L_a J s^2 + (L_a b + R_a J) s + R_a b + K K_b \right]}$$

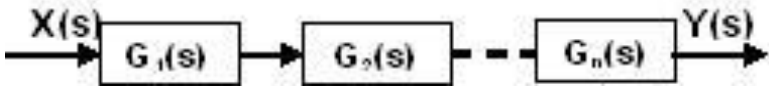
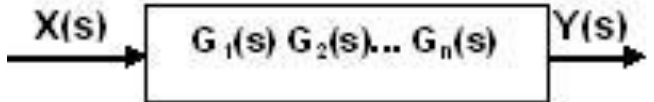
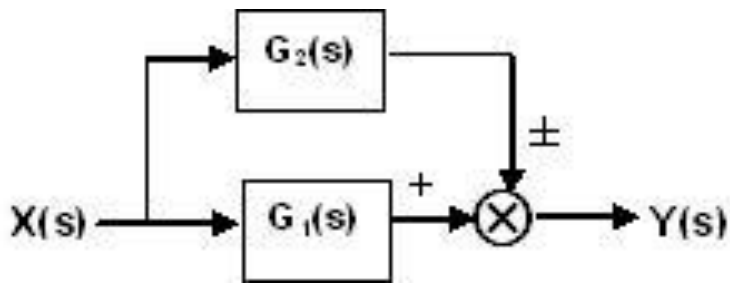
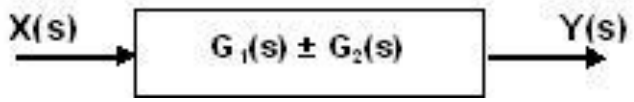
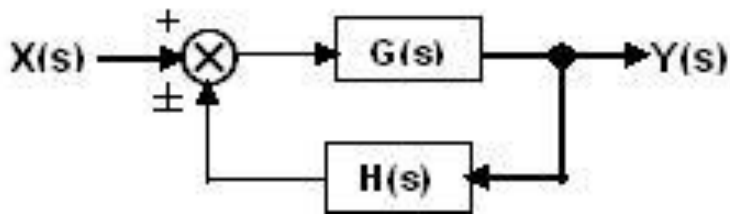
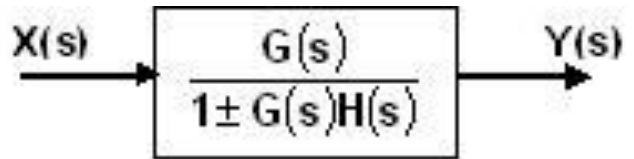
Επειδή συνήθως το  $L_a \rightarrow 0$  και  $K_m = \frac{K}{R_a b + K K_b}$  σταθερά κέρδους του κινητήρα,  $T_m = \frac{R_a \cdot J}{R_a b + K K_b}$  χρονική σταθερά του κινητήρα.

$$G(s) = \frac{\dot{\theta}(s)}{V_{IN}(s)} = \frac{K_m}{T_m \cdot s + 1} \quad \text{σύστημα 1ης τάξης}$$

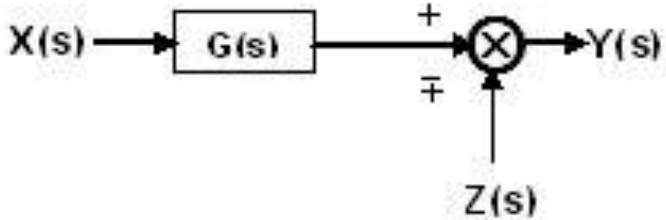
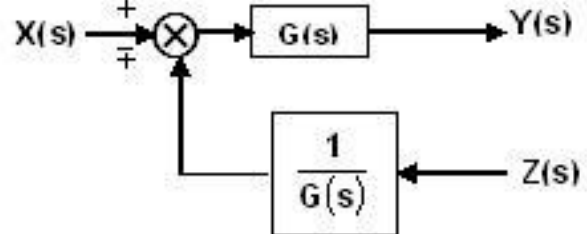
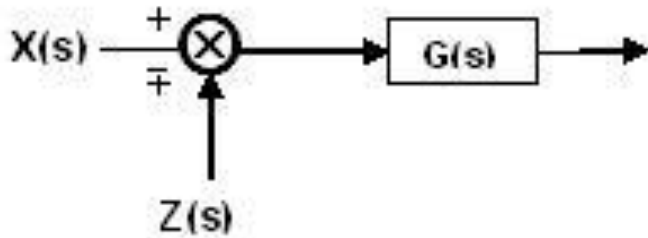
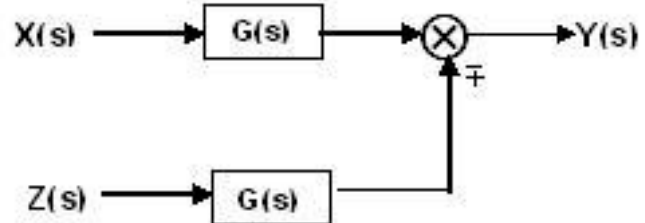
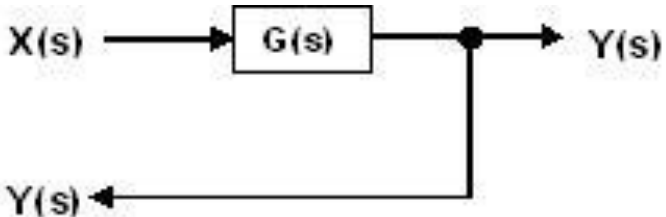
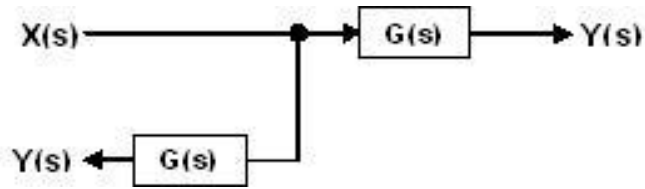
Η μεταβατική απόκριση σε βηματική διέγερση θα είναι:

$$\dot{\theta} = K_m \left( 1 - e^{-t/T_m} \right) V_{IN} \quad \text{σύστημα 1ης τάξης}$$

## •Μετασχηματισμοί δομικών διαγραμμάτων

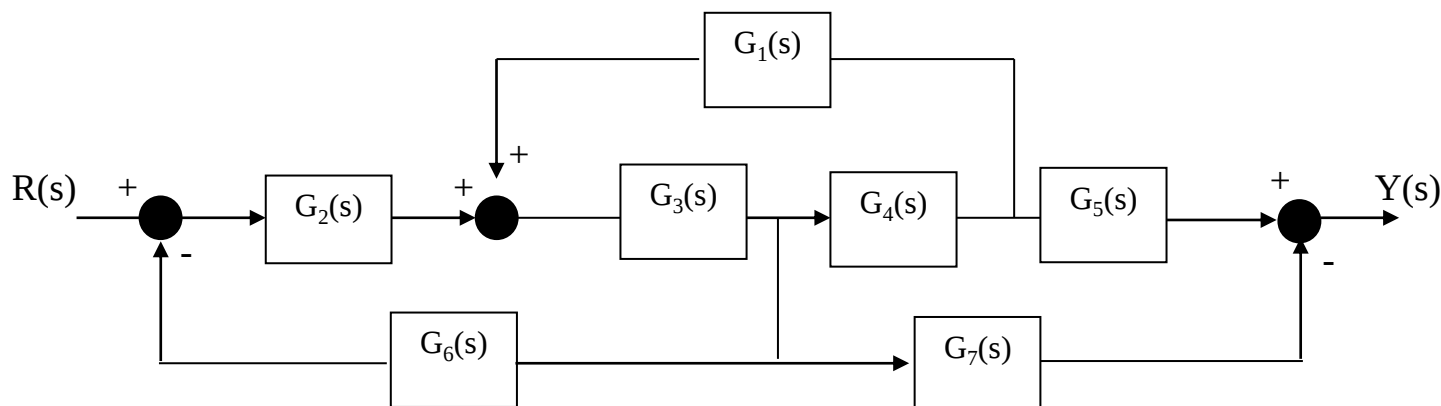
| α/α | Αρχικό Διάγραμμα                                                                     | Ισοδύναμο Διάγραμμα                                                                   |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 1   |    |    |
| 2   |    |    |
| 3   |  |  |

## •Μετασχηματισμοί δομικών διαγραμμάτων

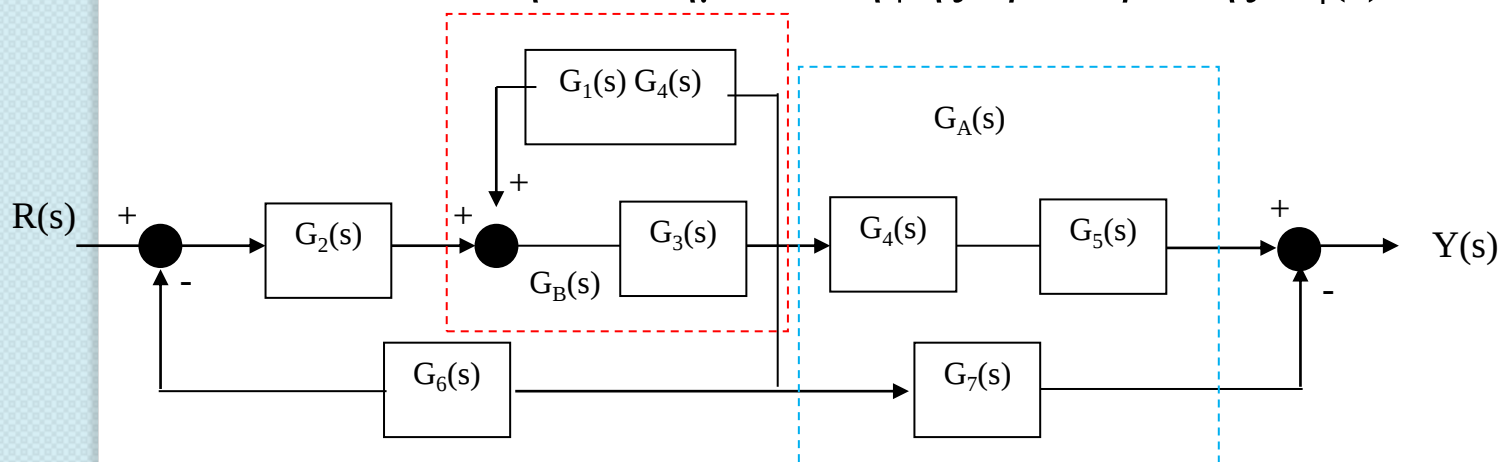
| α/α | Αρχικό Διάγραμμα                                                                    | Ισοδύναμο Διάγραμμα                                                                   |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 4   |    |    |
| 5   |    |    |
| 6   |  |  |

# 1<sup>ο</sup> Παράδειγμα

Να υπολογιστεί η Συνάρτηση Μεταφορά (Σ.Μ) του εικονιζόμενου συστήματος:

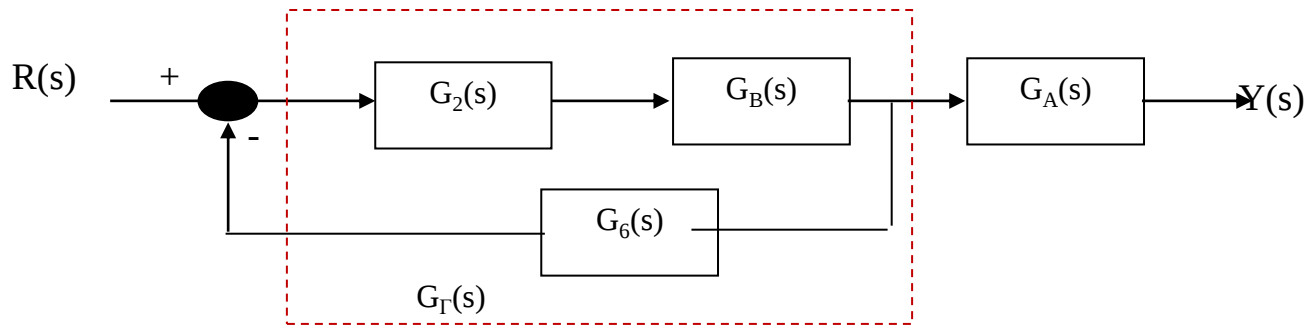


Μετατόπιση του σημείου λήψης αριστερά της  $G_4(s)$



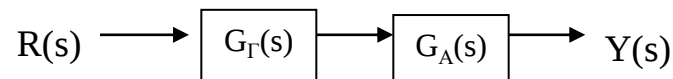
$$G_A(s) = G_4(s)G_5(s) - G_7(s)$$

$$G_B(s) = \frac{G_3(s)}{1 - G_1(s)G_3(s)G_4(s)}$$



$$G_{\Gamma}(s) = \frac{G_2(s)G_B(s)}{1 + G_2(s)G_B(s)G_6(s)} = \frac{G_2(s) \frac{G_3(s)}{1 - G_1(s)G_3(s)G_4(s)}}{1 + G_2(s) \frac{G_3(s)}{1 - G_1(s)G_3(s)G_4(s)} G_6(s)} =$$

$$= \frac{G_2(s)G_3(s)}{1 - G_1(s)G_3(s)G_4(s) + G_2(s)G_3(s)G_6(s)}$$

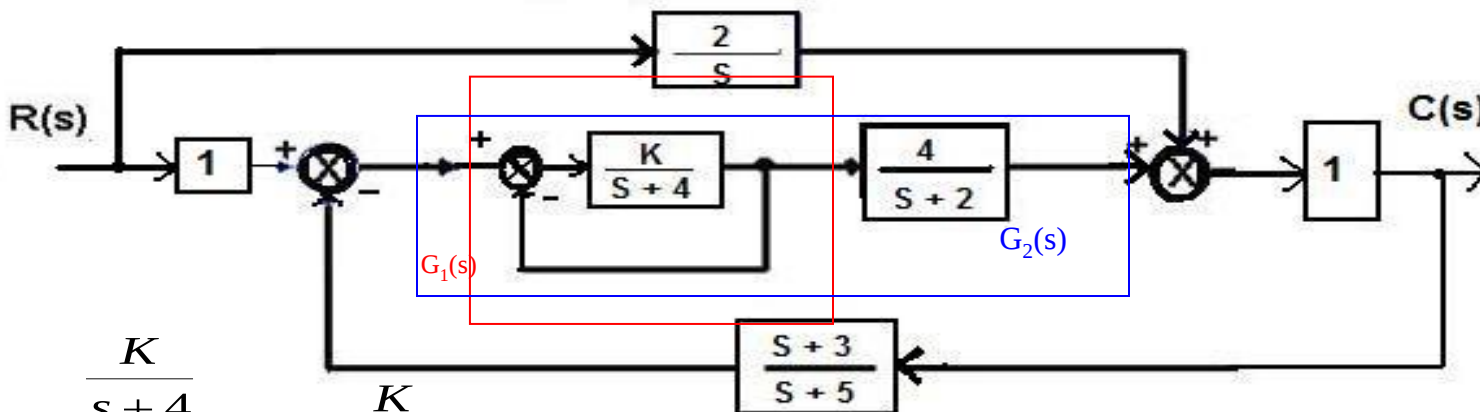


$$\frac{Y(s)}{R(s)} = G_{\Gamma}(s)G_A(s) = \frac{G_2(s)G_3(s) (G_4(s)G_5(s) - G_7(s))}{1 - G_1(s)G_3(s)G_4(s) + G_2(s)G_3(s)G_6(s)} =$$

$$= \frac{G_2(s)G_3(s)G_4(s)G_5(s) - G_2(s)G_3(s)G_7(s)}{1 - G_1(s)G_3(s)G_4(s) + G_2(s)G_3(s)G_6(s)}$$

# 2<sup>ο</sup> Παράδειγμα

Να υπολογιστεί η Συνάρτηση Μεταφορά (Σ.Μ.) του εικονιζόμενου συστήματος:



$$G_1(s) = \frac{K}{1 + \frac{K}{s+4}} = \frac{K}{s+4+K}$$

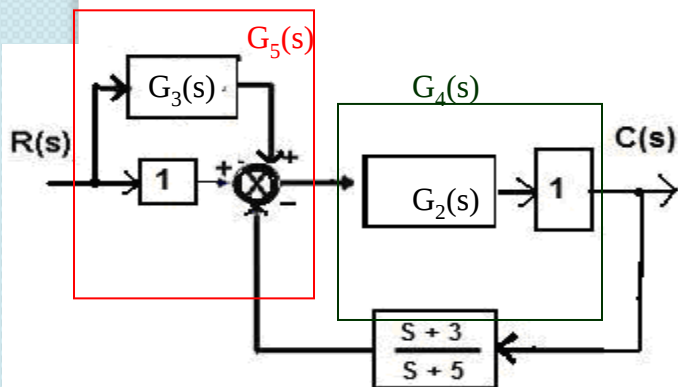
$$G_2(s) = \frac{K}{s+4+K} \cdot \frac{4}{s+2} = \frac{4K}{(s+4+K)(s+2)}$$

Μετακίνηση του  $\frac{2}{s}$  στα αριστερά:

$$G_3(s) = \frac{\frac{2}{s}}{G_2(s)} = \frac{\frac{2}{s}}{\frac{4K}{(s+4+K)(s+2)}} = \frac{(s+4+K)(s+2)}{2Ks}$$

$$G_4(s) = G_2(s) \cdot 1 = \frac{4K}{(s+4+K)(s+2)}$$

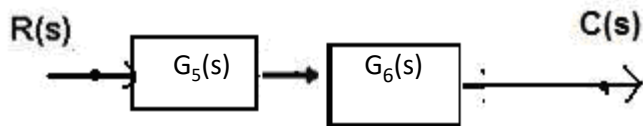
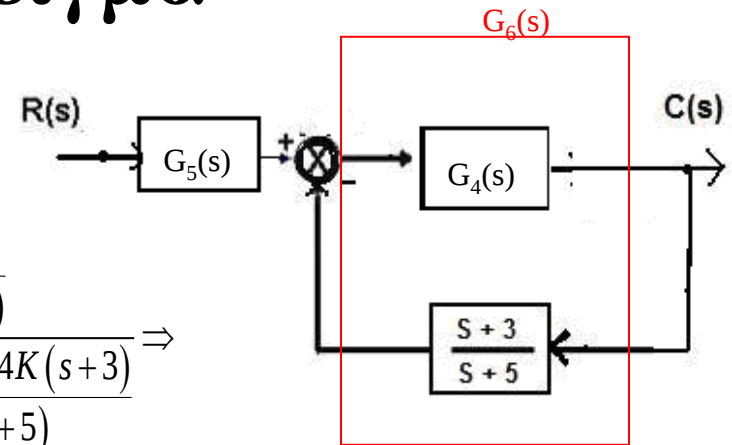
$$G_5(s) = G_3(s) + 1 = \frac{(s+4+K)(s+2)}{2Ks} + 1 = \frac{(s+4+K)(s+2) + 2Ks}{2Ks}$$



# 2<sup>ο</sup> Παράδειγμα

$$G_6(s) = \frac{G_4(s)}{1 + G_4(s) \frac{s+3}{s+5}} = \frac{\frac{4K}{(s+4+K)(s+2)}}{1 + \frac{4K}{(s+4+K)(s+2)} \frac{s+3}{s+5}} = \frac{\frac{4K}{(s+4+K)(s+2)}}{\frac{(s+4+K)(s+2)(s+5) + 4K(s+3)}{(s+4+K)(s+2)(s+5)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G_6(s) = \frac{4K(s+5)}{(s+4+K)(s+2)(s+5) + 4K(s+3)}$$



$$G = G_5(s) \cdot G_6(s) = \frac{(s+4+K)(s+2) + 2Ks}{2Ks} \cdot \frac{4K(s+5)}{(s+4+K)(s+2)(s+5) + 4K(s+3)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G = \frac{2(s+5)[(s+4+K)(s+2) + 2Ks]}{s[(s+4+K)(s+2)(s+5) + 4K(s+3)]}$$