

ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ (ΤΕ)

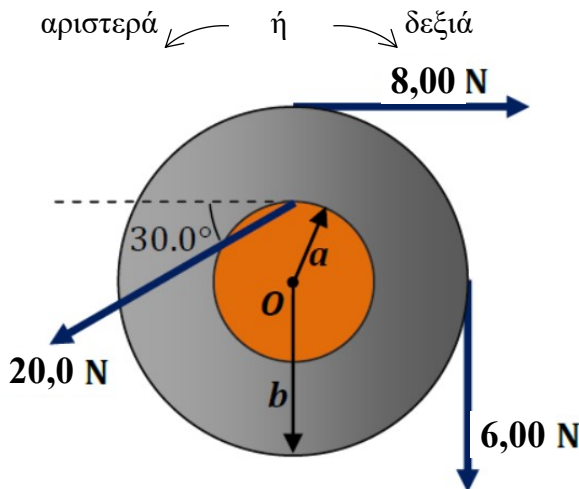
Πέμπτη, 8 Σεπτεμβρίου 2022, 16:30-18:30,
 αίθουσες Ηλεκτρολόγων 3204, 4401, 4402, αίθουσα Μηχανολόγων 3404.

Εισηγητής: Κώστας Φιλιππίδης (kphilippides@uowm.gr)

Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα και αξίας 2,5 μονάδων.

$$g = 9,80 \text{ N/kg}$$

ΘΕΜΑ 1



1.1 Βρείτε τη συνισταμένη ροπή στον τροχό της εικόνας ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδό του που διέρχεται από το κέντρο του O , για $a = 10 \text{ cm}$ και $b = 20 \text{ cm}$. Προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά; [0,7]

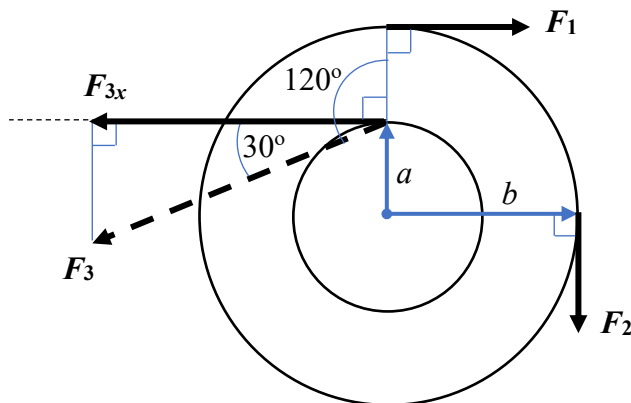
1.2 Ο τροχός είναι ομογενής και η ροπή αδράνειάς του δίνεται από τον τύπο $I = \frac{1}{2}MR^2$. Αν η μάζα του τροχού είναι $M = 20 \text{ kg}$, υπολογίστε τη γωνιακή επιτάχυνση που θα αποκτήσει. [0,6]

1.3 Αν ο τροχός ήταν αρχικά ($t=0$) ακίνητος, ποια χρονική στιγμή θα φτάσει στις 1.200 rpm; [0,6]

$$1 \text{ rpm} = \text{revolution per minute} = \frac{\text{rev}}{\text{min}} = \frac{2\pi}{60} \text{ rad/s}$$

1.4 Τι κινητική ενέργεια έχει ο τροχός αυτή τη στιγμή; [0,6]

Λύση



1.1 [0,7] Οι δυνάμεις F_1 και F_2 θα περιστρέψουν τον τροχό προς τα δεξιά ενώ η F_3 προς τα αριστερά. Οι F_1 και F_2 εφαρμόζονται εφαπτομενικά άρα το μέτρο της ροπής τους υπολογίζεται εύκολα

$$\tau_1 = F_1 b = 8,00 \cdot 0,200 = 1,60 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\tau_2 = F_2 b = 6,00 \cdot 0,200 = 1,20 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Για να υπολογίσουμε το μέτρο της ροπής της δύναμης 20 N είτε βρίσκουμε την εφαπτομενική συνιστώσα της και την πολλαπλασιάζουμε με το μοχλοβραχίονα που είναι a ,

$$\tau_3 = F_{3x} a = F_3 \cos 30^\circ \cdot a = 20 \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,1 = \sqrt{3} = 1,73 \text{ N} \cdot \text{m}$$

ή κατευθείαν από τον ορισμό της ροπής:

$$\tau_3 = |\vec{r}_3 \times \vec{F}_3| = aF_3 \sin(120^\circ) = 0,1 \cdot 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} = 1,73 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Έστω προς τα δεξιά η θετική κατεύθυνση. Η συνισταμένη ροπή είναι :

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 - \tau_3 = 1,60 + 1,20 - 1,73 = 1,07 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Η ροπή είναι θετική άρα ο τροχός θα στραφεί προς τα δεξιά.

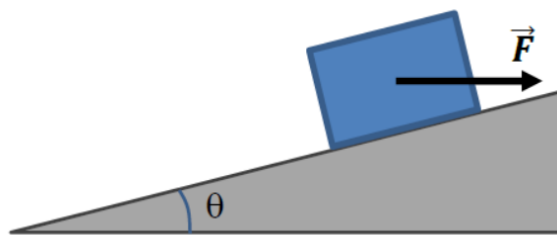
$$1.2 [0,6] \quad I = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}20(0,2)^2 = 0,4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{1,07}{0,4} = 2,68 \text{ rad/s}^2$$

$$1.3 [0,6] \quad \omega = \frac{2\pi}{60}n = \frac{2\pi}{60}1200 = 125,664 \approx 126 \text{ rad/s}$$

$$\omega = \alpha t \Rightarrow t = \frac{\omega}{\alpha} = \frac{126}{2,68} = 47 \text{ s}$$

$$1.4 [0,6] \quad K = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}(0,4)(125,664)^2 = 3.158,288 \text{ J} \approx 3.160 \text{ J}$$



ΘΕΜΑ 2

Κιβώτιο μάζας $m=50 \text{ kg}$ σπρώχνεται από την οριζόντια δύναμη F και ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα σε ράμπα γωνίας $\theta=36,87^\circ$ με την οποία δεν υπάρχει τριβή.

2.1 Σχεδιάστε όλες τις δυνάμεις που δρουν στο κιβώτιο [0,5]

2.2 Υπολογίστε το μέτρο της F [1]

2.3 Υπολογίστε το μέτρο της δύναμης στο κιβώτιο από τη ράμπα [1]

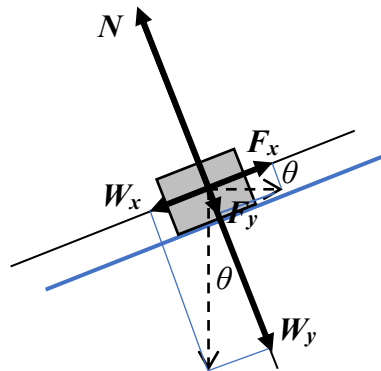
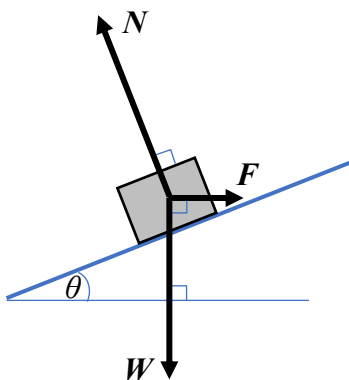
Λύση

2.1 [0,5] Αφού δεν υπάρχει τριβή στο σώμα ασκούνται τρεις δυνάμεις:

F : από εμάς, οριζόντια προς τα δεξιά

N : κάθετη αντίδραση από τη ράμπα, κάθετα στη ράμπα προς τα πάνω

W : βάρος από τη Γη, κατακόρυφα προς τα κάτω



2.2 [1] 2.3 [1]

Επειδή το σώμα κινείται παράλληλα προς το κεκλιμένο επίπεδο αναλύουμε τη δύναμη F και το βάρος W σε συνιστώσες παράλληλες (x) και κάθετες (y) στο κεκλιμένο επίπεδο.

$$F_x = F \cos \theta = F \cos(36,87^\circ) = 0,8F$$

$$F_y = F \sin \theta = F \sin(36,87^\circ) = 0,6F$$

$$W_x = W \sin \theta = mg \sin \theta = (50,0)(9,80)(0,6) = 294 \text{ N}$$

$$W_y = W \cos \theta = mg \cos \theta = (50,0)(9,80)(0,8) = 392 \text{ N}$$

Επειδή το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου η επιτάχυνσή του είναι μηδέν. Άρα το άθροισμα των δυνάμεων και στην x και στην y διεύθυνση είναι μηδέν.

$$x: F_x = W_x \Rightarrow 0,8F = 294 \Rightarrow F = 367,5 \text{ N}$$

$$y: N = W_y + F_y = 392 + (0,6)(367,5) \Rightarrow N = 612,5 \text{ N}$$

ΘΕΜΑ 3

Ατσάλινη σφαίρα, με μάζα $m_1=250 \text{ g}$ και ταχύτητα $v_1=24 \text{ m/s}$ προς τα δεξιά, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας $m_2=750 \text{ g}$.

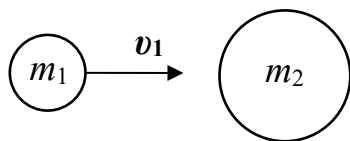
Να υπολογίσετε :

3.1 Τις ταχύτητες u_1 και u_2 των δύο σφαιρών μετά την κρούση. [1]

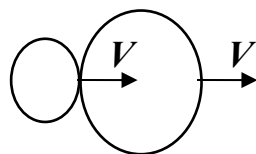
3.2 Τη σχετική ταχύτητα $v_{1/2} = v_1 - v_2$ της σφαίρας 1 ως προς τη σφαίρα 2 πριν την κρούση και την αντίστοιχη σχετική ταχύτητα μετά την κρούση $u_{1/2} = u_1 - u_2$. [0,5]

3.3 Την κοινή ταχύτητα V που αποκτούν οι δύο σφαίρες κάποια στιγμή της κρούσης. [0,5]

3.4 Την κινητική ενέργεια των δύο σφαιρών πριν και μετά την κρούση. [0,5]

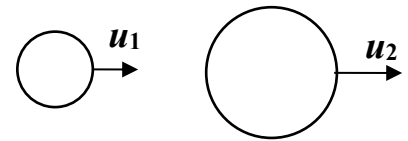


ΠΡΙΝ



ΚΑΤΑ

Στιγμή μέγιστης συμπίεσης



ΜΕΤΑ

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 = \frac{m_1 - 3m_2}{m_1 + 3m_2} v_1 + 0 = -\frac{1}{2} v_1 = -12 \text{ m/s}$$

3.1 [1]

$$u_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = 0 + \frac{2m_1}{m_1 + 3m_2} v_1 = \frac{1}{2} v_1 = 12 \text{ m/s}$$

Η πρώτη σφαίρα θα κινηθεί προς τα αριστερά μετά την κρούση

3.2 [0,5] Στην κεντρική ελαστική κρούση, η σχετική ταχύτητα απλά αλλάζει πρόσημο μετά την κρούση

$$v_{1/2} = v_1 - v_2 = 24 - 0 = 24 \text{ m/s}$$

Πράγματι

$$u_{1/2} = u_1 - u_2 = -12 - 12 = -24 \text{ m/s}$$

3.3 [0,5] Η ορμή διατηρείται κάθε στιγμή της κρούσης, άρα και τη στιγμή που εξισώνονται οι ταχύτητες

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 V + m_2 V \Rightarrow V = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 v_1 + 0}{m_1 + 3m_2} = \frac{1}{4} v_1 = 6 \text{ m/s}$$

Η κοινή τους ταχύτητα είναι η σταθερή ταχύτητα που έχει το κέντρο μάζας του συστήματος των δύο σφαιρών, κάθε στιγμή.

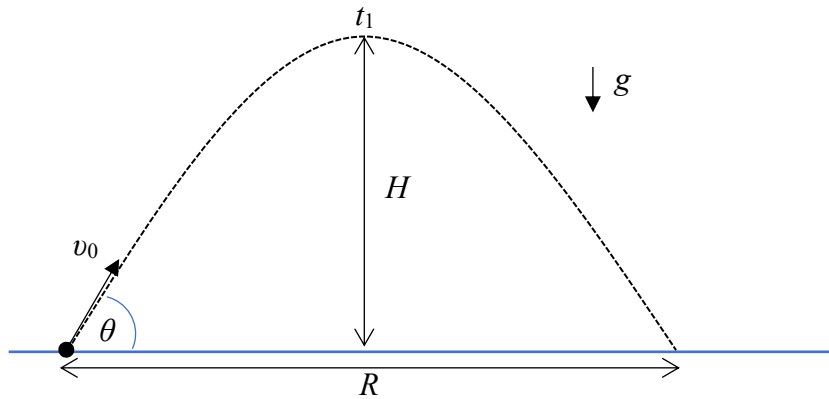
3.4 [0,5] πριν: $K = K_1 + K_2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} (0,25)(24)^2 + 0 = 72 \text{ J}$

μετά: $K' = K'_1 + K'_2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} (0,25)(-12)^2 + \frac{1}{2} (0,75)(12)^2 = 72 \text{ J}$

Η κινητική ενέργεια διατηρείται

ΘΕΜΑ 4

Τη χρονική στιγμή $t=0$, βλήμα εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0 = 800 \text{ m/s}$, υπό γωνία $\theta = 53,13^\circ$ πάνω από οριζόντιο έδαφος.



Αγνοώντας την αντίσταση του αέρα να υπολογίσετε:

4.1 Τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία θα φτάσει στο μέγιστο ύψος. [0,7]

4.2 Το μέγιστο ύψος H . [0,9]

4.3 Το βεληνεκές R . [0,9]

Λύση

Στο βλήμα ασκείται μόνο η δύναμη του βάρους που είναι σταθερή και κατακόρυφα προς τα κάτω. Άρα στην οριζόντια διεύθυνση δεν υπάρχει δύναμη και το βλήμα θα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, ενώ στην κατακόρυφη διεύθυνση θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση με επιτάχυνση αντίθετη από την αρχική ταχύτητα. Ο ταυτόχρονος συνδυασμός αυτών των δύο ανεξάρτητων κινήσεων θα δώσει την τροχιά του βλήματος.

Οι εξισώσεις κίνησης είναι :

Οριζόντια	Κατακόρυφα
$a_x = 0$	$a_y = -g$
$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \theta$	$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin \theta - gt$
$x = v_0 \cos \theta \cdot t$	$y = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} gt^2$

4.1 [0,7] Όταν το χρονόμετρο γράψει $t=t_1$ το βλήμα θα βρίσκεται στη μέγιστη κατακόρυφη απομάκρυνση, άρα η κατακόρυφη ταχύτητά του μηδενίζεται στιγμιαία και στη συνέχεια αλλάζει φορά προς τα κάτω.

Θέτοντας $v_y=0$ βρίσκουμε τη χρονική στιγμή t_1 :

$$0 = v_0 \sin \theta - gt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0 \sin \theta}{g} = \frac{(800)(0,800)}{(9,80)} \Rightarrow t_1 = 65,30612 \approx 65,3 \text{ s}$$

4.2 [0,9] Το μέγιστο ύψος είναι η κατακόρυφη απομάκρυνση y τη χρονική στιγμή $t=t_1$. Υπολογίζουμε το y για $t=t_1$:

$$H = v_0 \sin \theta \cdot t_1 - \frac{1}{2} gt_1^2 = (800)(0,800)(65,3) - \frac{1}{2} (9,80)(65,3)^2 = 20.897,959 \approx 20.900 \text{ m}$$

ή

$$H = v_0 \sin \theta \left(\frac{v_0 \sin \theta}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0 \sin \theta}{g} \right)^2 = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} = \frac{(800)^2 (0,800)^2}{2(9,80)} = 20.897,959 \approx 20.900 \text{ m}$$

4.3 [0,9] Όταν το χρονόμετρο γράψει $t=t_2 \neq 0$ το βλήμα θα επιστρέψει στο έδαφος. Θέτοντας $y=0$ βρίσκουμε αυτή τη χρονική στιγμή.

$$0 = v_0 \sin \theta \cdot t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 \Rightarrow v_0 \sin \theta = \frac{1}{2} g t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{2 v_0 \sin \theta}{g} = 2 t_1 = 130,6 \text{ s}$$

Το βεληνεκές της βολής είναι η οριζόντια απομάκρυνση x στην οποία βρίσκεται το βλήμα αυτή τη χρονική στιγμή. Υπολογίζουμε το x για $t=t_2$:

$$R = v_0 \cos \theta \cdot t_2 = (800)(0,600)(130,6) = 62.688 \approx 62.700 \text{ m}$$

ή

$$R = v_0 \cos \theta \cdot t_2 = v_0 \cos \theta \frac{2 v_0 \sin \theta}{g} \Rightarrow R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{(800)^2 \sin(106,16^\circ)}{(9,80)} = \frac{(800)^2 (0,96)}{(9,80)} = 62.693,8776 \approx 62.700 \text{ m}$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ