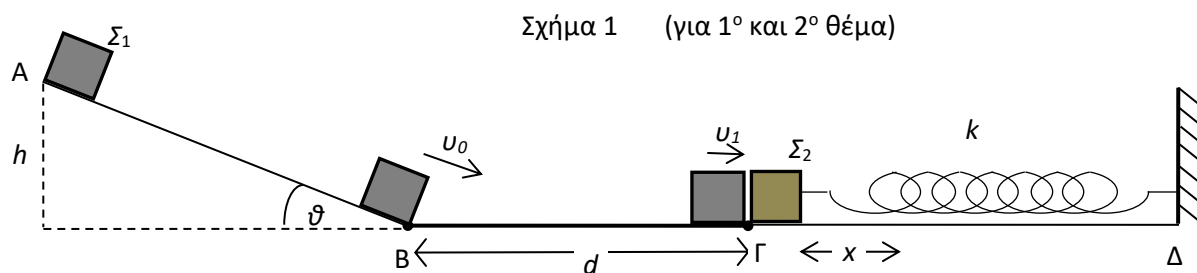


Ακαδημαϊκό Έτος 2017-18
ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ
Μάθημα : ΦΥΣΙΚΗ (1^{ου} εξαμήνου)
Εισηγητής: Κ. Φιλιππίδης
Δευτέρα 12 Φεβρουαρίου 2018, ΑΜΦ

Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$



ΘΕΜΑ 1^ο [3 μονάδες]

Το σώμα Σ_1 με μάζα $m_1 = 1 \text{ kg}$ κατέρχεται ύψος $h = 1,25 \text{ m}$ ολισθαίνοντας χωρίς τριβή στο λείο κεκλιμένο επίπεδο AB.

1.1 Πόση είναι η ταχύτητα u_0 με την οποία φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου στο σημείο B ? [1 μονάδα]

Στη συνέχεια ολισθαίνει για απόσταση $d = 9 \text{ m}$ στο οριζόντιο επίπεδο BΓ με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,1$.

1.2 Με τι ταχύτητα u_1 φτάνει στο σημείο Γ? [1 μονάδα]

Αν η μάζα του σώματος Σ_1 είναι ίση με $m_1 = 1 \text{ kg}$ και η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου με την οριζόντιο είναι θ με $\eta\mu\theta = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = 0,8$ να υπολογίσετε επίσης

1.3 Την επιτάχυνση a του σώματος πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο [0,5 μονάδες]

1.4 Την κάθετη αντίδραση N που δέχεται από το κεκλιμένο επίπεδο [0,5 μονάδες]

Λύση

1.1 Διατήρηση μηχανικής ενέργειας (δεν υπάρχουν τριβές)

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1,25} = \sqrt{25}$$

$$v_0 = 5 \text{ m/s}$$

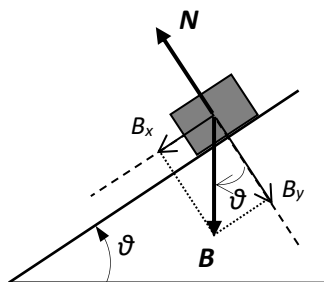
1.2 Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (υπάρχουν τριβές)

Μόνη δύναμη που δρα είναι η τριβή ολίσθησης: $f = \mu N = \mu mg$

$$\Delta K = \sum W \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -\mu Nd$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -\mu mgd \Rightarrow v_1^2 = v_0^2 - 2\mu gd = 25 - 2 \cdot 0,1 \cdot 10 \cdot 9 = 7 \Rightarrow v_1 = \sqrt{7} \text{ m/s}$$

1.3 1.4 Ανάλυση δυνάμεων σε δύο συνιστώσες. Μία παράλληλη με το κεκλιμένο επίπεδο (x) και μια κάθετη (y) σε αυτό.



$$B_x = B\eta\mu\theta = mg\eta\mu\theta \quad B_y = B\sigma\upsilon\nu\theta = mg\sigma\upsilon\nu\theta$$

1.3 x : υπάρχει συνισταμένη δύναμη

$$\sum F_x = ma \Rightarrow B_x = ma \Rightarrow mg\eta\mu\theta = ma \Rightarrow a = g\eta\mu\theta = 10 \cdot 0,6 \Rightarrow a = 6 \text{ m/s}^2$$

1.4 y : ισορροπία

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N = B_y \Rightarrow N = mg\sigma\upsilon\nu\theta = 1 \cdot 10 \cdot 0,8 \Rightarrow N = 8 \text{ N}$$

ΘΕΜΑ 2^ο [4 μονάδες]

Έστω ότι το σώμα Σ_1 με μάζα $m_1 = 1 \text{ kg}$ φτάνει στο σημείο Γ με ταχύτητα $u_1 = 4 \text{ m/s}$ όπου συγκρούεται ελαστικά με το σώμα Σ_2 που έχει τριπλάσια μάζα $m_2 = 3m_1$. Το σώμα Σ_2 είναι αρχικά ακίνητο και δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 300 \text{ N/m}$, το οποίο έχει το φυσικό του μήκος. Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο στο σημείο Δ. Το σώμα Σ_2 δεν εμφανίζει τριβή ολίσθησης με το οριζόντιο δάπεδο ΓΔ. Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και ότι τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά.

2.1 Να υπολογίσετε τις ταχύτητες u_1' και u_2' των δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα, αμέσως μετά την κρούση. [1 μονάδα]

2.2 Για πόσο χρόνο θα κινηθεί το σώμα Σ_1 από την χρονική στιγμή $t=0$ της σύγκρουσης μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά; [1 μονάδα]

2.3 Ποια θα είναι η μέγιστη συσπίρωση x του ελατηρίου; [1 μονάδα]

2.4 Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα Σ_1 στο σώμα Σ_2 κατά την κρούση. [1 μονάδα]

Λύση

2.1 Ελαστική κρούση με το ένα σώμα ακίνητο αρχικά. Απλή εφαρμογή των τύπων:

$$u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 = \frac{m_1 - 3m_1}{m_1 + 3m_1} u_1 = -\frac{u_1}{2} = -2 \text{ m/s}$$

$$u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 = \frac{2m_1}{m_1 + 3m_1} u_1 = \frac{u_1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ m/s}$$

2.2 Με σταθερή δύναμη επιβράδυνσης την τριβή ολίσθησης $f = \mu N_1 = \mu m_1 g$, δηλαδή δύναμη αντίθετη με την αρχική του ταχύτητα, το σώμα από αρχική ταχύτητα $u_1' = -2 \text{ m/s}$ ακινητοποιείται σε τελική ταχύτητα $v = 0$. Χρησιμοποιούμε το 2ο νόμο του Νεύτωνα στην παρακάτω μορφή για να πάρουμε την απάντηση με μια εξίσωση

$$\sum F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow f = \frac{0 - m_1 u_1'}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = -\frac{m_1 u_1'}{f} = -\frac{m_1 u_1'}{\mu m_1 g} = -\frac{u_1'}{\mu g} = -\frac{(-2)}{0,1 \cdot 10} = 2 \text{ s}$$

2.3 Στο δεύτερο σώμα, που δεν εμφανίζει τριβή με το δάπεδο, ασκείται οριζόντια μόνο η δύναμη του ελατηρίου. Η δύναμη του ελατηρίου είναι διατηρητική δύναμη, άρα η μηχανική ενέργεια

διατηρείται. Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου δίνεται από τον τύπο $U = \frac{1}{2} kx^2$. Η μέγιστη

συσπίρωση του ελατηρίου επιτυγχάνεται στο σημείο x όπου το σώμα ακινητοποιείται στιγμιαία.

$$E_\Gamma = E_x \Rightarrow K_\Gamma + U_\Gamma = K_x + U_x \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 u_2'^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2} kx^2 \Rightarrow x = u_2' \sqrt{\frac{m_2}{k}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{3}{300}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{2}{10}$$

$$x = 0,2 \text{ m}$$

2.4 Η κινητική ενέργεια του δεύτερου σώματος μετά την κρούση είναι $K_2' = \frac{1}{2} m_2 u_2'^2$. Αυτή

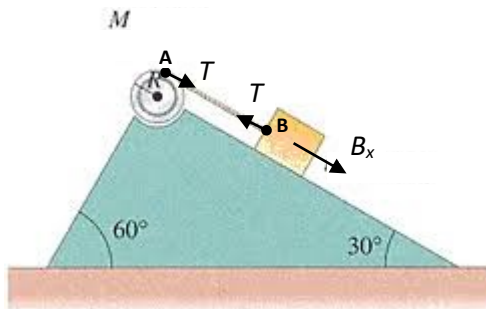
μεταφέρθηκε στο δεύτερο σώμα μέσω της κρούσης από το πρώτο σώμα. Το πρώτο σώμα είχε πριν την κρούση κινητική ενέργεια $K_1 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2$.

Ζητάμε το κλάσμα : $\frac{K'_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}m_2v_2'^2}{\frac{1}{2}m_1v_1^2} = \frac{3m_1v_2'^2}{m_1v_1^2} = \frac{3v_2'^2}{v_1^2} = \frac{3 \cdot 2^2}{4^2} = \frac{3}{4}$, ή το ποσοστό :

$\frac{K'_2}{K_1} \cdot 100\% = \frac{3}{4} \cdot 100\% = 75\%$. Άρα τρία τέταρτα ή 75% της κινητικής ενέργειας του πρώτου σώματος μεταφέρθηκε στο δεύτερο με την κρούση.

ΘΕΜΑ 3^ο [3 μονάδες]

Σχήμα 2



Στο παραπάνω σχήμα 2 να υπολογίσετε

- | | |
|--|---------------|
| 3.1 Την επιτάχυνση a του σώματος μάζας m | [1 μονάδα] |
| 3.2 Την τάση του νήματος T | [1 μονάδα] |
| 3.3 Την στροφορμή του κυλίνδρου μετά από $t=2$ s | [0,5 μονάδες] |
| 3.4 Την κινητική ενέργεια του κυλίνδρου μετά από $t=2$ s | [0,5 μονάδες] |

Το νήμα είναι αβαρές μη εκτατό και ξετυλίγεται από τον κύλινδρο χωρίς να ολισθαίνει. Το κεκλιμένο

επίπεδο είναι λείο. Η ροπή αδρανείας του κυλίνδρου δίνεται από τον τύπο $I = \frac{1}{2}MR^2$. $M=4$ kg, $R=0,25$

m, $m=2$ kg, $\sin 30^\circ = 1/2$. Τα σώματα αφήνονται από την ηρεμία τη χρονική στιγμή $t=0$.

Λύση

Σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις που ευθύνονται για την κίνηση των δύο σωμάτων. Ο κύλινδρος κάνει στροφική κίνηση λόγω της ροπής από την τάση T του νήματος. Το σώμα κάνει μεταφορική κίνηση παράλληλα με το κεκλιμένο επίπεδο (διεύθυνση x) λόγω της τάσης T του νήματος και της παράλληλης με το κεκλιμένο συνιστώσας του βάρους $B_x = B \sin \theta = mg \sin \theta$

Η αντίδραση του άξονα σηκώνει το βάρος του κυλίνδρου και τον συγκρατεί στη θέση του

$\vec{F}_{\text{Αξονα}} = \vec{B}_{\text{κνλ}} + \vec{T}$. Η κάθετη αντίδραση ισορροπεί την κάθετη στο κεκλιμένο συνιστώσα του βάρους του σώματος $N = B_y$. Δεν ασχολούμαστε με αυτές τις δυνάμεις αφού δεν μας ρωτάνε γι αυτές.

3.1 3.2 Γράφουμε το 2^ο νόμο του Νεύτωνα (θεμελιώδης νόμος μηχανικής) στην κατάλληλη μορφή για τα δύο σώματα

Μεταφορική κίνηση σώματος: $\sum F_x = ma \Rightarrow B_x - T = ma$ (1)

Στροφική κίνηση κυλίνδρου : $\sum \tau = I\alpha \Rightarrow TR = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \frac{a}{R} \Rightarrow T = \frac{1}{2}Ma$ (2)

Όπου χρησιμοποιήσαμε ότι η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου συνδέεται με την γραμμική επιτάχυνση του σώματος με τη σχέση $\alpha R = a$ επειδή τα σημεία A και B του νήματος που βρίσκονται σε επαφή με τα

δύο σώματα πρέπει να έχουν την ίδια ταχύτητα και επιτάχυνση. Πηγαίνουν μαζί αφού το νήμα είναι μη

εκτατό: $a_A = a_B \Rightarrow \alpha R = a \Rightarrow \alpha = \frac{a}{R}$

Προσθέτοντας τις εξισώσεις (1) και (2) απαλείφεται η τάση του νήματος T και βρίσκουμε την επιτάχυνση a

$$B_x - T + T = ma + \frac{1}{2}Ma \Rightarrow mg\eta\mu\theta = a\left(m + \frac{1}{2}M\right) \Rightarrow a = \frac{mg\eta\mu\theta}{m + M/2} = \frac{2 \cdot 10 \cdot (1/2)}{2 + (4/2)} = \frac{10}{4} = 2,5 \text{ m/s}^2$$

Μετά από την (2) βρίσκουμε την τάση του νήματος : $T = \frac{1}{2}Ma = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2,5 = 5 \text{ N}$

3.3 3.4

Βρίσκουμε τη γωνιακή επιτάχυνση : $\alpha = \frac{a}{R} = \frac{2,5}{0,25} = 10 \text{ rad/s}$

Ο κύλινδρος εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη στροφική κίνηση. Ισχύουν οι εξισώσεις κίνησης :

$$\alpha = \sigma\tau\alpha\theta = 10 \text{ rad/s}, \quad \omega = \alpha t, \quad \theta = \frac{1}{2}\alpha t^2$$

Για $t=2 \text{ s}$:

Απλή εφαρμογή του τύπου του ορισμού της στροφορμής

$$L = I\omega = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \alpha t = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (0,25)^2 \cdot 10 \cdot 2 = 4 \cdot 0,25 \cdot 0,25 \cdot 10 = 1 \cdot 2,5 = 2,5 \text{ kg m}^2/\text{s}$$

Απλή εφαρμογή του τύπου του ορισμού της στροφικής κινητικής ενέργειας

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}MR^2 \cdot (\alpha t)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (0,25)^2 \cdot 10^2 \cdot 2^2 = (0,25 \cdot 10 \cdot 2)^2 = 5^2 = 25 \text{ J}$$

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΟΛΑ ΤΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ