

ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑ Ι

Κεφάλαιο 5

Θεωρήματα κυκλωμάτων

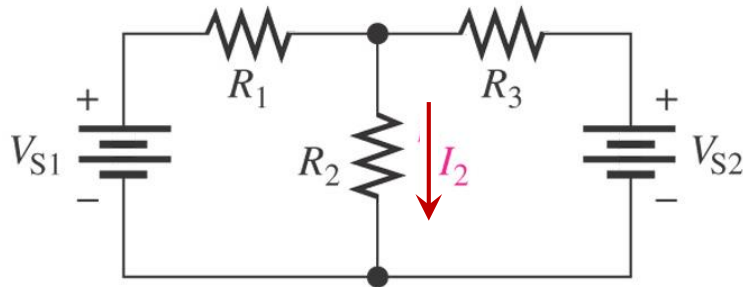
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Θεώρημα επαλληλίας ή υπέρθεσης
- Θεωρήματα Thevenin και Norton

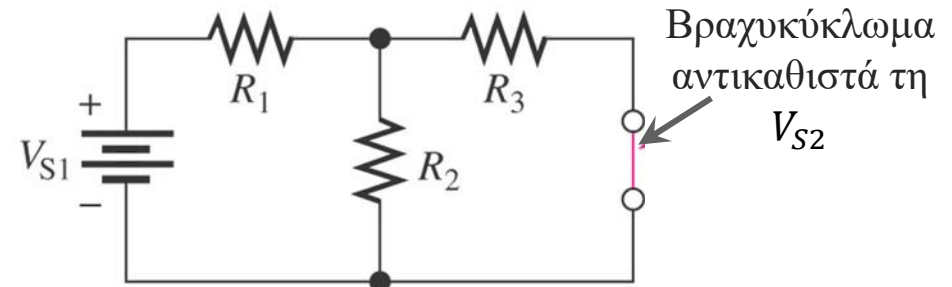
Θεώρημα Επαλληλίας ή Υπέρθεσης (Superposition Theorem)

- Το θεώρημα της υπέρθεσης είναι ένας τρόπος να αναλύουμε κυκλώματα **πολλαπλών πηγών** (κυκλώματα στα οποία υπάρχουν περισσότερες από μια πηγές).
- Το ρεύμα σε έναν οποιοδήποτε κλάδο του κυκλώματος ισούται με το άθροισμα των επιμέρους ρευμάτων που προκαλεί η κάθε πηγή ξεχωριστά.
- Η χρήση του θεωρήματος υπέρθεσης:
 1. Λύνουμε το κύκλωμα κάθε φορά διατηρώντας μόνο μια πηγή, μηδενίζοντας όλες τις άλλες πηγές.
 - Μηδενισμός πηγής τάσης σημαίνει αντικατάσταση με βραχυκύκλωμα
 - Μηδενισμός πηγής ρεύματος σημαίνει αντικατάσταση με ανοικτό κύκλωμα
 2. Σε κάθε κλάδο, προσθέτουμε όλα τα επιμέρους ρεύματα που οφείλονται σε κάθε πηγή ξεχωριστά.

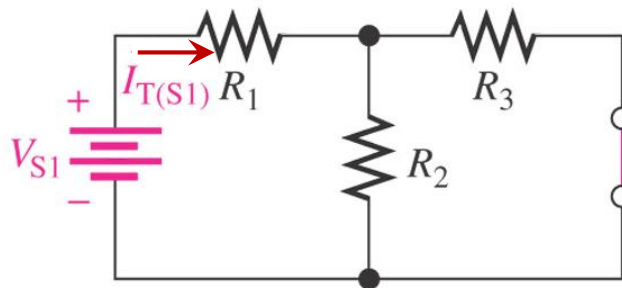
Παράδειγμα εφαρμογής του θεωρήματος της υπέρθεσης



Το πρόβλημα: Να βρούμε το I_2



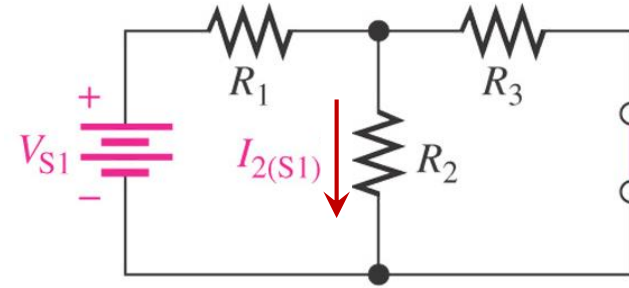
Βήμα 1: Αντικαθιστούμε τη V_{S2} με βραχυκύκλωμα



Βήμα 2: Βρίσκουμε την ολική αντίσταση και το ολικό ρεύμα από την πηγή V_{S1} :

$$R_{T(S1)} = R_1 + R_2 \parallel R_3 = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

$$I_{T(S1)} = \frac{V_{S1}}{R_{T(S1)}}$$

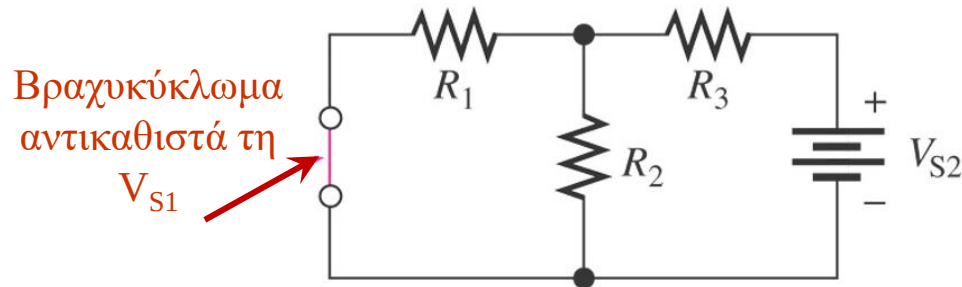


Βήμα 3: Υπολογίζουμε (με το τύπο του διαιρέτη ρεύματος) το I_2 που οφείλεται στη V_{S1} :

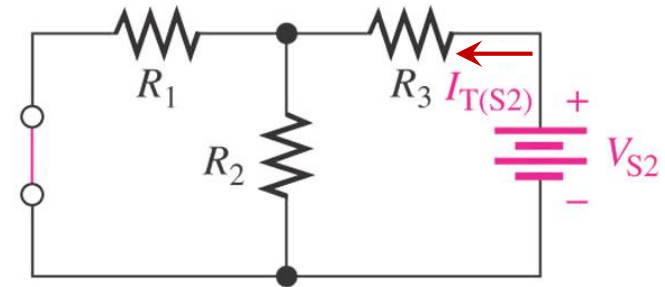
$$I_{2(S1)} = \left(\frac{R_3}{R_2 + R_3} \right) I_{T(S1)}$$

(συνεχίζεται...)

Παράδειγμα εφαρμογής του θεωρήματος της υπέρθεσης (. . . συνέχεια)



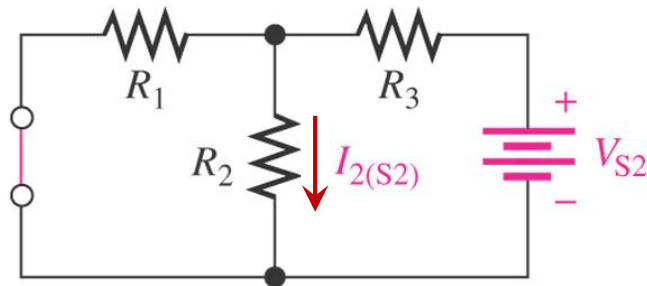
Βήμα 4: Αντικαθιστούμε τη V_{S1} με βραχυκύκλωμα



Βήμα 5: Βρίσκουμε την ολική αντίσταση και το ολικό ρεύμα από την πηγή V_{S2} :

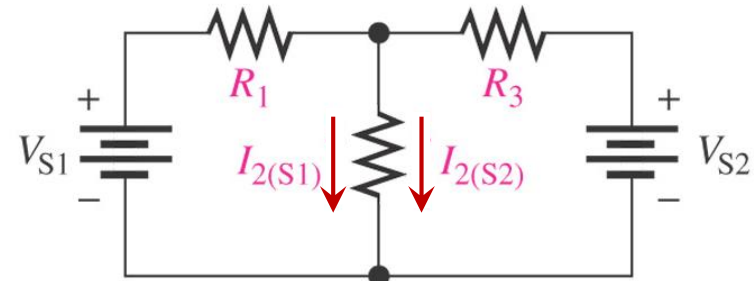
$$R_{T(S2)} = R_3 + R_1 \parallel R_2 = R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_{T(S2)} = \frac{V_{S2}}{R_{T(S2)}}$$



Βήμα 6: Υπολογίζουμε (με το τύπο του διαιρέτη ρεύματος) το I_2 που οφείλεται στη V_{S2} :

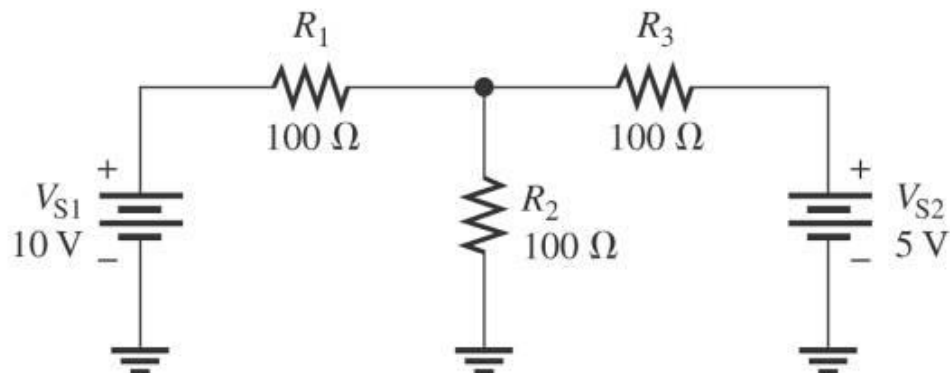
$$I_{2(S2)} = \left(\frac{R_1}{R_2 + R_1} \right) I_{T(S2)}$$



Βήμα 7: Προσθέτουμε τα $I_{2(S1)}$ και $I_{2(S2)}$ για να πάρουμε το πραγματικό ρεύμα I_2 (είναι στην ίδια κατεύθυνση):

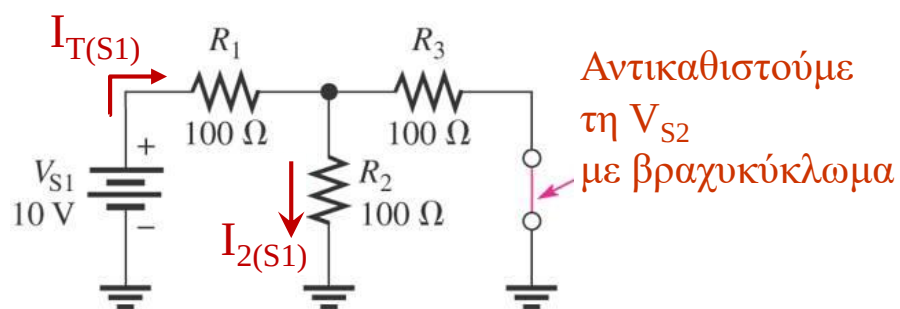
$$I_2 = I_{2(S1)} + I_{2(S2)}$$

Παράδειγμα 5-1 Βρείτε το ρεύμα μέσα από την R_2 και την τάση στα άκρα της στην παρακάτω εικόνα χρησιμοποιώντας το θεώρημα της υπέρθεσης.



Λύση

Βρίσκουμε το ρεύμα μέσω της R_2 , που οφείλεται στην πηγή V_{S1}



$$R_{T(S1)} = R_1 + \frac{R_3}{2} = 100\ \Omega + 50\ \Omega = 150\ \Omega$$

$$I_{T(S1)} = \frac{V_{S1}}{R_{T(S1)}} = \frac{10\ \text{V}}{150\ \Omega} = 66.7\ \text{mA}$$

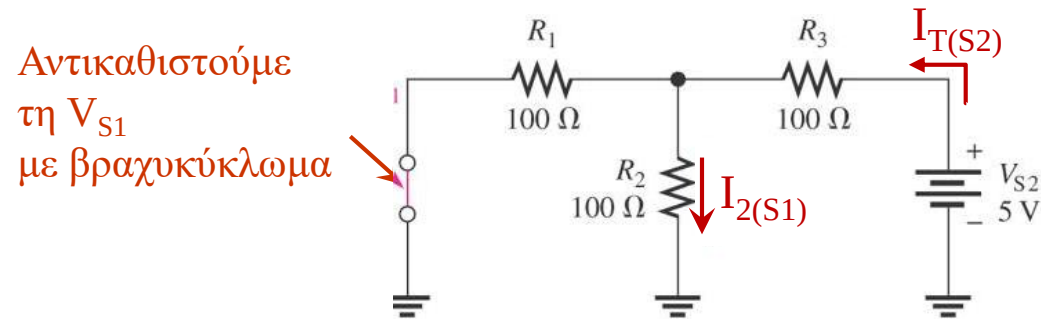
$$I_{2(S1)} = \left(\frac{R_3}{R_2 + R_3} \right) I_{T(S1)} = \left(\frac{100\ \Omega}{200\ \Omega} \right) 66.7\ \text{mA} = 33.3\ \text{mA}$$

Σημειώστε ότι αυτό το ρεύμα είναι προς τα κάτω στην R_2 .

(συνεχίζεται . . .)

Λύση (... συνέχεια)

Βρίσκουμε το ρεύμα μέσω της R_2 , που οφείλεται στην πηγή V_{S2}



$$R_{T(S2)} = R_3 + \frac{R_1}{2} = 100\ \Omega + 50\ \Omega = 150\ \Omega$$

$$I_{T(S2)} = \frac{V_{S2}}{R_{T(S2)}} = \frac{5\text{ V}}{150\ \Omega} = 33.3\text{ mA}$$

$$I_{2(S2)} = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) I_{T(S2)} = \left(\frac{100\ \Omega}{200\ \Omega} \right) 33.3\text{ mA} = 16.7\text{ mA}$$

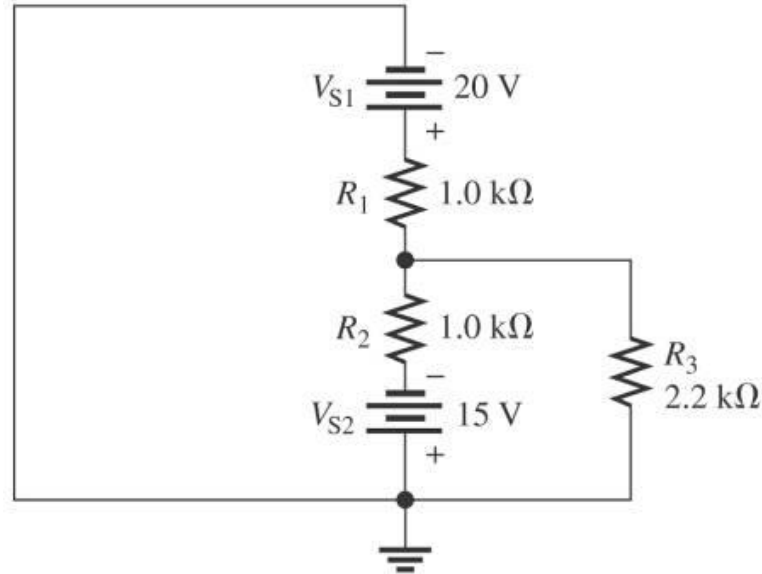
Σημειώστε ότι και αυτό το ρεύμα είναι προς τα κάτω στην R_2 .

Και τα δύο συνιστώντα ρεύματα έχουν την ίδια κατεύθυνση, συνεπώς, τα προσθέτουμε.

$$I_2 = I_{2(S1)} + I_{2(S2)} = 33.3\text{ mA} + 16.7\text{ mA} = 50\text{ mA}$$

Η τάση στα άκρα της R_2 είναι $V_2 = I_2 \cdot R_2 = (50\text{ mA})(100\ \Omega) = 5\text{ V}$

Παράδειγμα 5-2 Βρείτε το ρεύμα και την τάση στην R_3 στο κύκλωμα της παρακάτω εικόνας.



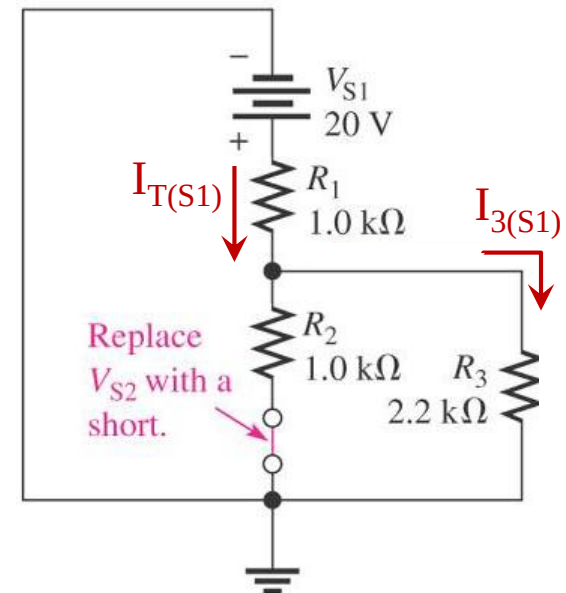
Λύση

Βρίσκουμε το ρεύμα μέσω της R_3 , που οφείλεται στην πηγή V_{S1}

$$R_{T(S1)} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 1.0 \text{ k}\Omega + \frac{(1.0 \text{ k}\Omega)(2.2 \text{ k}\Omega)}{3.2 \text{ k}\Omega} = 1.69 \text{ k}\Omega$$

$$I_{T(S1)} = \frac{V_{S1}}{R_{T(S1)}} = \frac{20 \text{ V}}{1.69 \text{ k}\Omega} = 11.8 \text{ mA}$$

$$I_{3(S1)} = \left(\frac{R_2}{R_2 + R_3} \right) I_{T(S1)} = \left(\frac{1.0 \text{ k}\Omega}{3.2 \text{ k}\Omega} \right) 11.8 \text{ mA} = 3.69 \text{ mA}$$



(συνεχίζεται . . .)

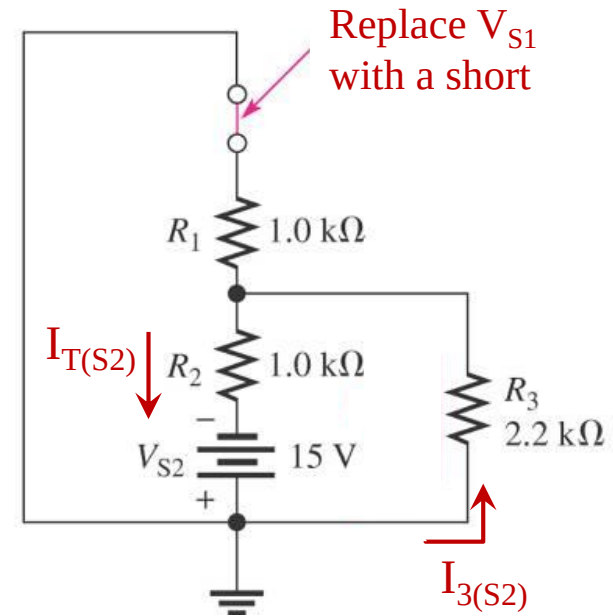
Λύση (συνέχεια)

Βρίσκουμε το ρεύμα μέσω της R_3 , που οφείλεται στην πηγή V_{S2}

$$R_{T(S2)} = R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = 1.0 \text{ k}\Omega + \frac{(1.0 \text{ k}\Omega)(2.2 \text{ k}\Omega)}{3.2 \text{ k}\Omega} = 1.69 \text{ k}\Omega$$

$$I_{T(S2)} = \frac{V_{S2}}{R_{T(S2)}} = \frac{15 \text{ V}}{1.69 \text{ k}\Omega} = 8.88 \text{ mA}$$

$$I_{3(S2)} = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_3} \right) I_{T(S2)} = \left(\frac{1.0 \text{ k}\Omega}{3.2 \text{ k}\Omega} \right) 8.88 \text{ mA} = 2.78 \text{ mA}$$



Το ολικό ρεύμα μέσω της R_3 είναι

$$I_3 = I_{3(S1)} - I_{3(S2)} = 3.69 \text{ mA} - 2.78 \text{ mA} = 910 \text{ }\mu\text{A} \text{ (γιατί αφαιρούμε;)}$$

και η τάση στα άκρα της $V_{R3} = I_3 \cdot R_3 = (910 \text{ }\mu\text{A})(2.2 \text{ k}\Omega) \cong 2 \text{ V}$

Παράδειγμα 5.3 Να υπολογιστούν τα ρεύματα I_1 , I_2 και I_3 του κυκλώματος.

Λύση

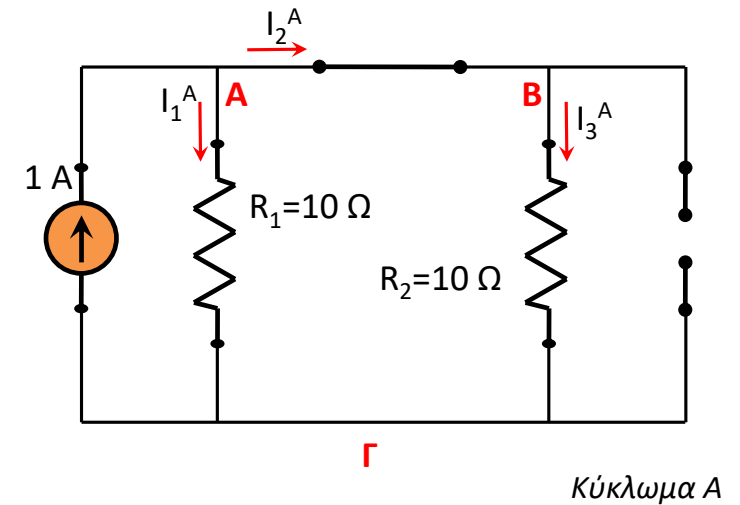
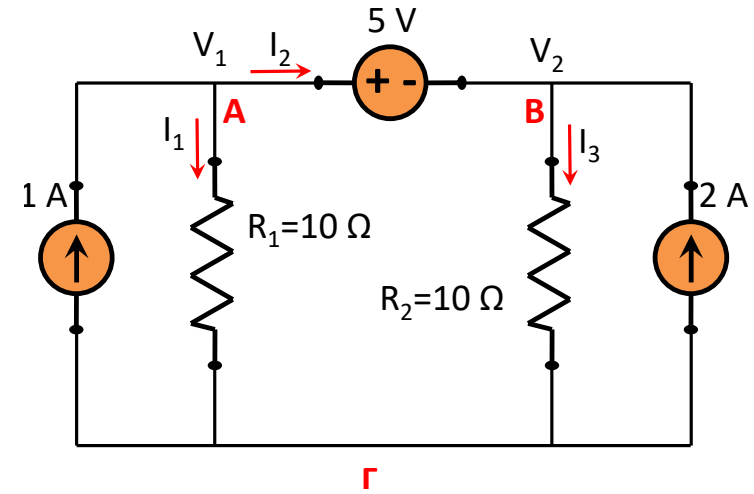
Ξεκινάμε αφήνοντας ενεργή την πηγή ρεύματος 1A:

- αντικαθιστούμε την πηγή τάσης 5V με βραχυκύκλωμα
- αντικαθιστούμε την πηγή ρεύματος 2A με ανοικτό κύκλωμα

Στο Κύκλωμα A, που σχηματίζεται, έχουμε:

$$I_1^A = 0,5 \text{ A}$$

$$I_2^A = I_3^A = 0,5 \text{ A}$$



(συνεχίζεται...)

Λύση (... συνέχεια)

Στη συνέχεια, αφήνουμε ενεργή την άλλη πηγή ρεύματος, 2 A,

- αντικαθιστούμε την πηγή ρεύματος 1 A με ανοικτό κύκλωμα
 - αντικαθιστούμε την πηγή τάσης 5V με βραχυκύκλωμα
- Στο Κύκλωμα B, που σχηματίζεται, έχουμε:

$$I_1^B = -I_2^B = 1 \text{ A}$$

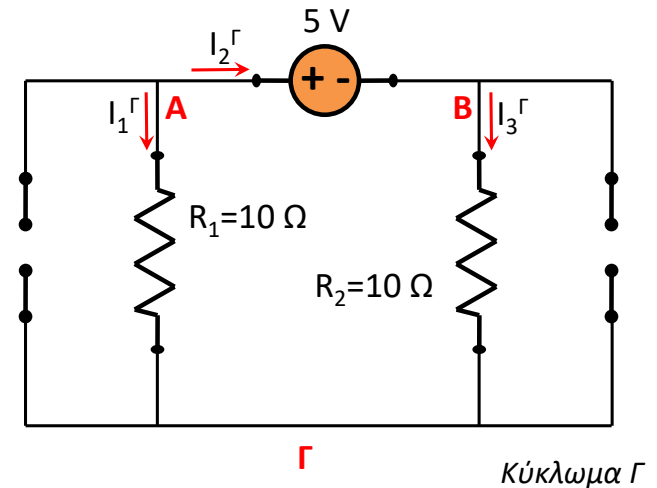
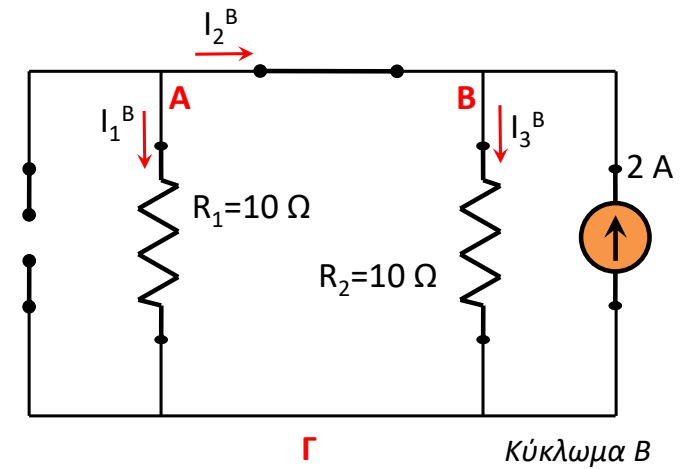
$$I_3^B = 1 \text{ A}$$

Τέλος, αφήνουμε ενεργή την πηγή τάσης 5V,

- αντικαθιστούμε τις δύο πηγές ρεύματος 1A και 2A με ανοικτά κυκλώματα.

Στο κύκλωμα Γ, έχουμε:

$$I_1^{\Gamma} = -I_2^{\Gamma} = -I_3^{\Gamma} = \frac{5 \text{ V}}{20 \Omega} = 0,25 \text{ A}$$



(συνεχίζεται ...)

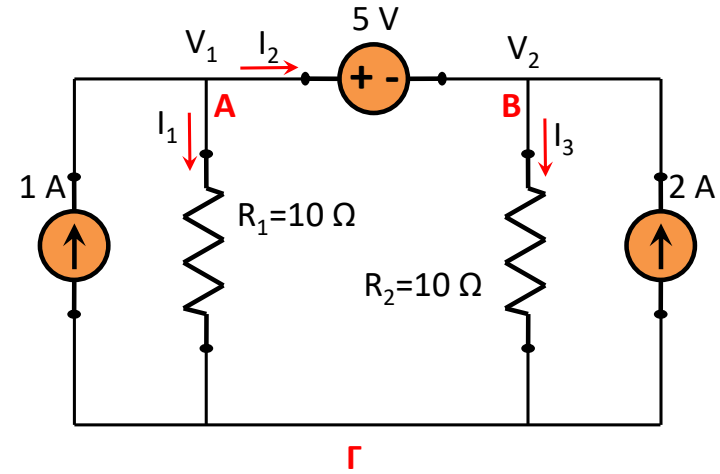
Λύση (... συνέχεια)

Τα τρία ζητούμενα ρεύματα είναι το αλγεβρικό άθροισμα των επιμέρους ρευμάτων:

$$I_1 = I_1^A + I_1^B + I_1^{\Gamma} = 0,5 + 1 + 0,25 = 1,75 \text{ A}$$

$$I_2 = I_2^A + I_2^B + I_2^{\Gamma} = 0,5 - 1 - 0,25 = -0,75 \text{ A}$$

$$I_3 = I_3^A + I_3^B + I_3^{\Gamma} = 0,5 + 1 - 0,25 = 1,25 \text{ A}$$



Μπορούμε να επιβεβαιώσουμε ότι τα αποτελέσματά μας είναι σωστά ελέγχοντας τα ρεύματα στους κόμβους A και B με το νόμο ρευμάτων του Kirchhoff.

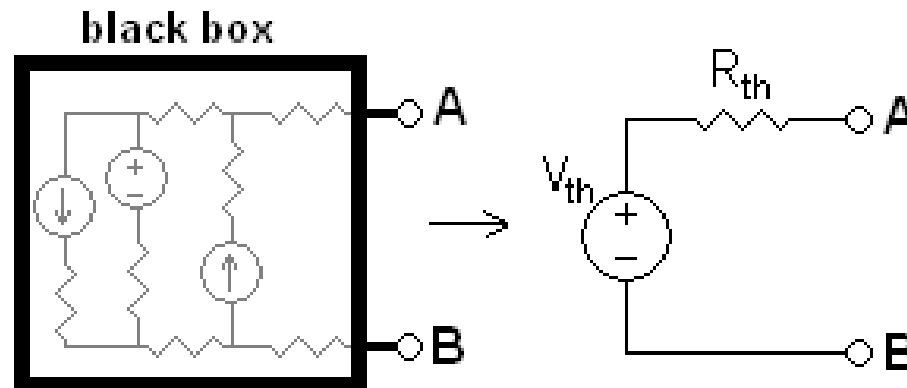
Στον κόμβο A πρέπει να ισχύει η σχέση: $I_1 + I_2 = 1$

Στον κόμβο B πρέπει να ισχύει η σχέση: $I_2 + 2 = I_3$

Το Θεώρημα Thevenin

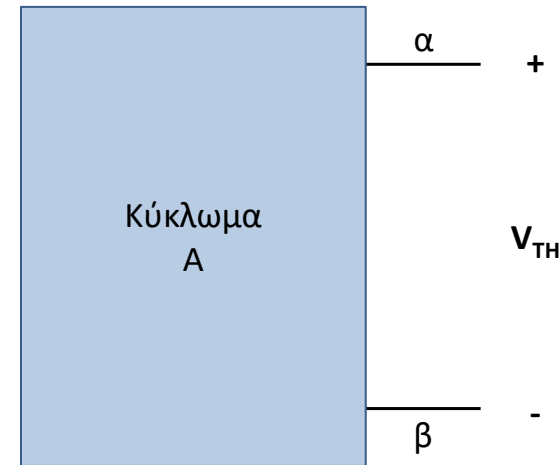
(Thevenin's Theorem)

- Το θεώρημα Thevenin μας παρέχει μια μέθοδο για την απλοποίηση ενός κυκλώματος με τη μετατροπή του σε ένα στάνταρ ισοδύναμο κύκλωμα
- Το **ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin** οποιουδήποτε γραμμικού κυκλώματος δύο ακροδεκτών αποτελείται από μια ισοδύναμη πηγή τάσης (V_{th}) και μια ισοδύναμη αντίσταση (R_{th})

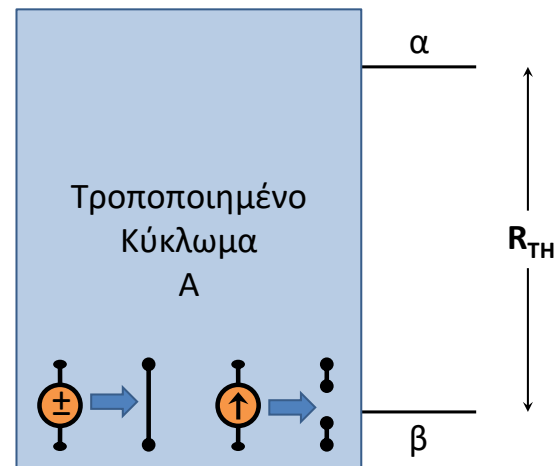


Η Ισοδύναμη Τάση (V_{TH}) και Ισοδύναμη Αντίσταση (R_{TH}) Thevenin

Η **ισοδύναμη τάση Thevenin (V_{TH})** είναι η τάση ανοικτού κυκλώματος (χωρίς φορτίο) μεταξύ των δύο ακροδεκτών του κυκλώματος

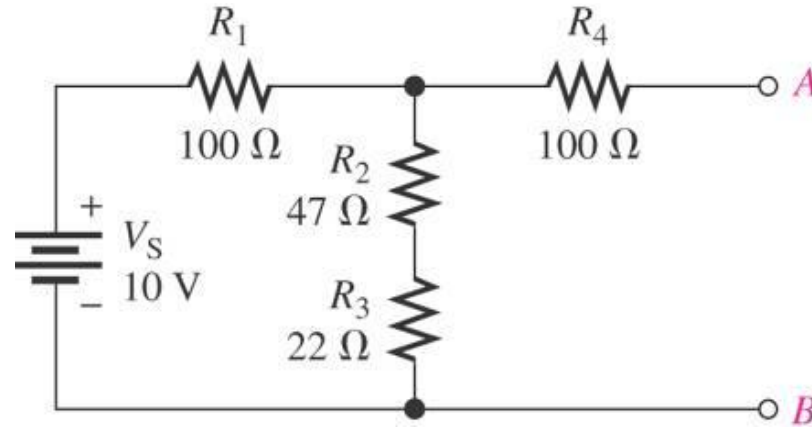


Η **ισοδύναμη αντίσταση Thevenin (R_{TH})** είναι η ολική αντίσταση που φαίνεται μεταξύ των δύο ακροδεκτών όταν άλλες οι πηγές τάσης στο κύκλωμα αντικατασταθούν με βραχυκυκλώματα και όλες οι πηγές ρεύματος αντικατασταθούν με ανοικτά κυκλώματα.

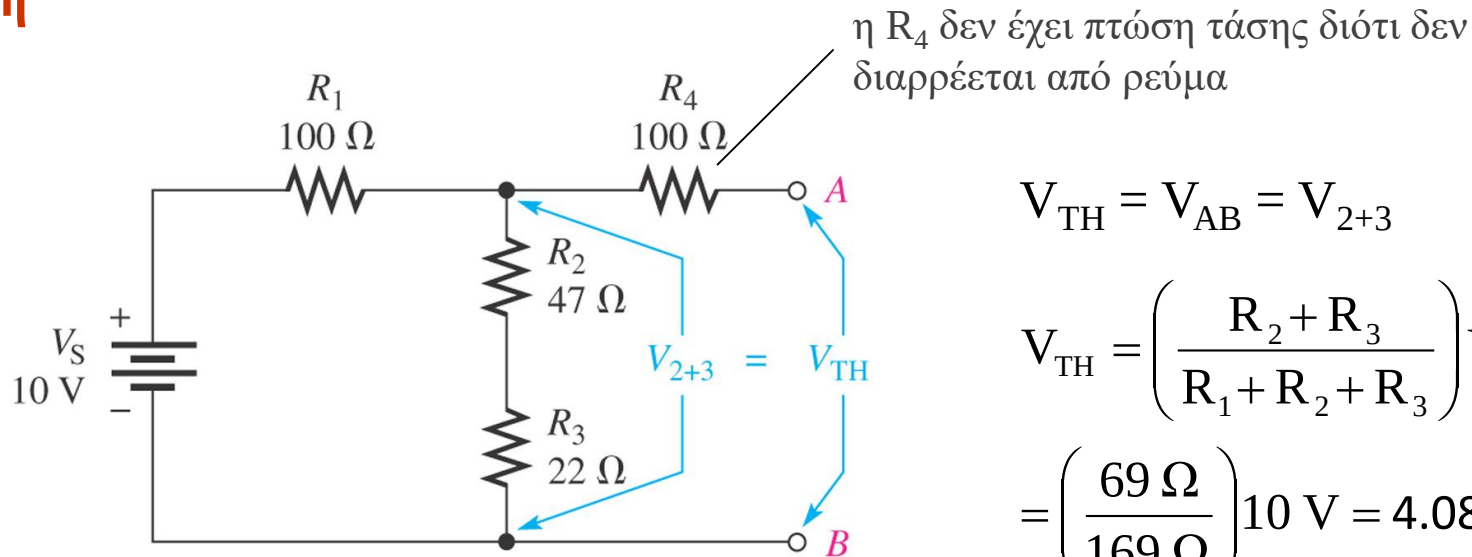


Προσοχή: Τυχόν εξαρτημένες πηγές μένουν πάντα ενεργές

Παράδειγμα 5.4 Βρείτε το ισοδύναμο Thevenin μεταξύ των ακροδεκτών εξόδου A και B του κυκλώματος της παρακάτω εικόνας.



Λύση



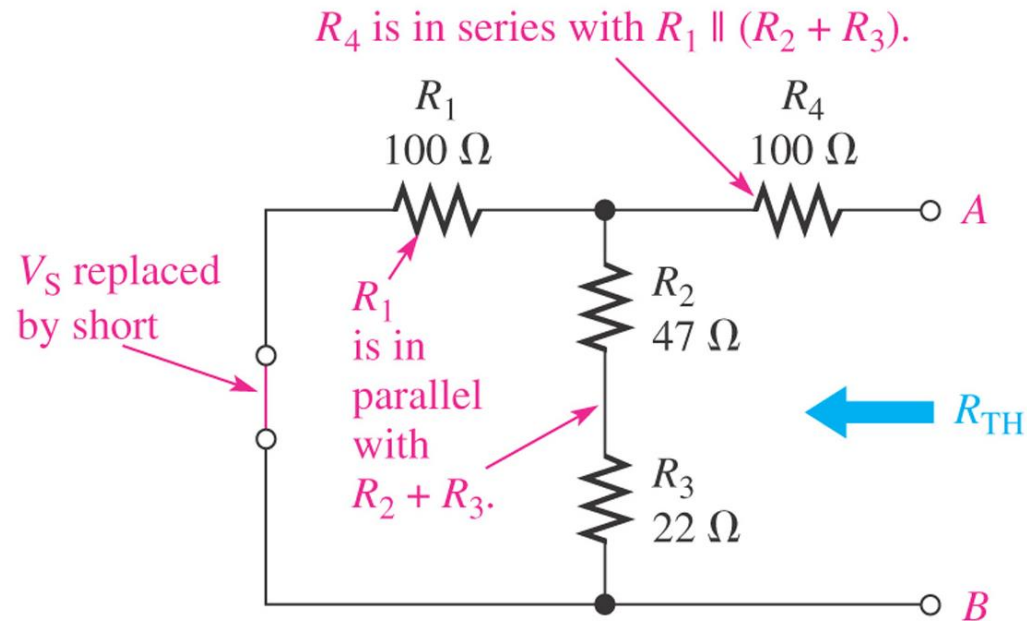
$$V_{TH} = V_{AB} = V_{2+3}$$

$$V_{TH} = \left(\frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \right) V_S$$

$$= \left(\frac{69 \Omega}{169 \Omega} \right) 10 \text{ V} = 4.08 \text{ V}$$

Λύση (... συνέχεια)

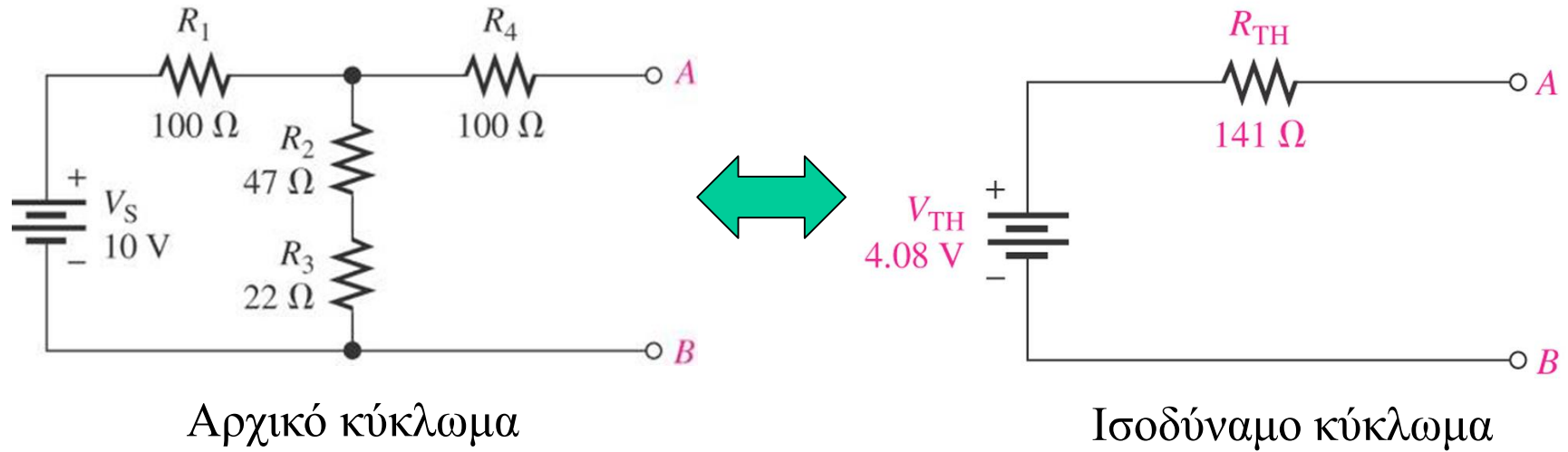
Για να βρούμε την R_{TH} , αντικαθιστούμε την πηγή με ένα βραχυκύκλωμα



$$R_{TH} = R_4 + \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = 100\Omega + \frac{(100\Omega)(69\Omega)}{169\Omega} = \mathbf{141\Omega}$$

Λύση (... συνέχεια)

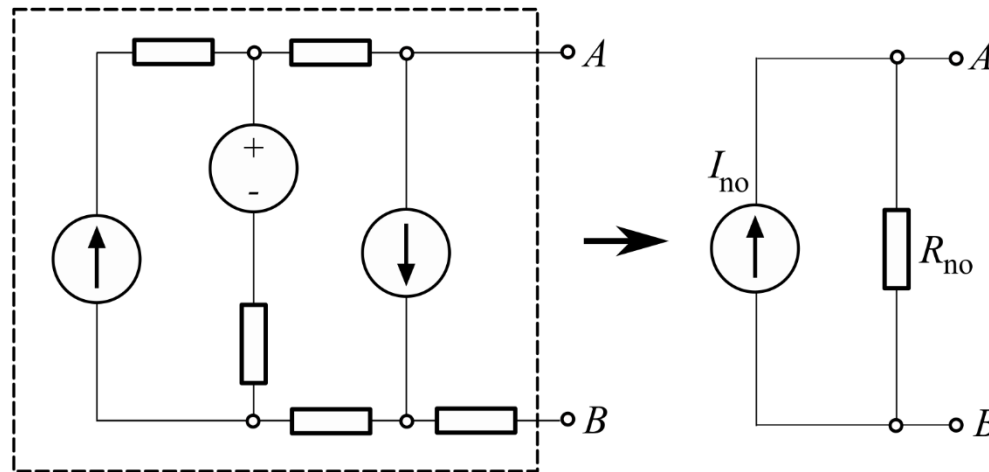
Το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin είναι



Το Θεώρημα Norton

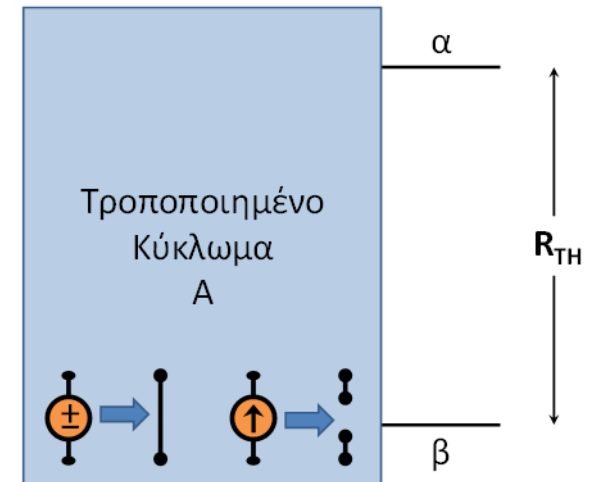
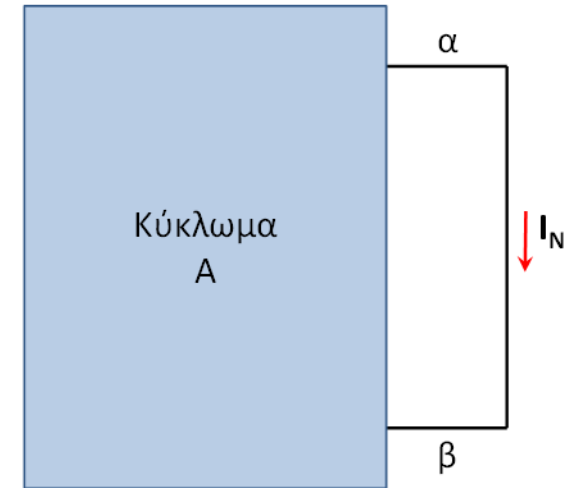
(Norton's Theorem)

- Σε αντιστοιχία με το θεώρημα Thevenin, **το θεώρημα Norton** μας παρέχει μια μέθοδο για την απλοποίηση ενός οποιουδήποτε γραμμικού κυκλώματος με τη μετατροπή του σε ένα στάνταρ ισοδύναμο κύκλωμα δύο ακροδεκτών αποτελούμενο από μια ισοδύναμη πηγή ρεύματος (I_{no}) και μια ισοδύναμη αντίσταση (R_{no})



Υπολογισμός Ισοδύναμης Πηγής Ρεύματος και Ισοδύναμης Αντίστασης Norton

- Η τιμή, I_N , της ισοδύναμης πηγής ρεύματος Norton ισούται με το ρεύμα που διαρρέει ένα (υποθετικό) βραχυκύκλωμα μεταξύ των ακροδεκτών α και β .
- Η τιμή, R_N , της ισοδύναμης αντίστασης Norton ισούται με την αντίσταση που φαίνεται από τους ακροδέκτες α και β αν οι ανεξάρτητες πηγές μηδενιστούν, ακριβώς όπως και στο ισοδύναμο Thevenin.



Σχέση μεταξύ ισοδυνάμων Thevenin και Norton

Οι τιμές της πηγής ρεύματος Norton (I_N), της πηγής τάσης Thevenin (V_{TH}) και των αντιστάσεων (R_N , R_{TH}) συνδέονται με μια σχέση που μοιάζει με το νόμο του Ohm:

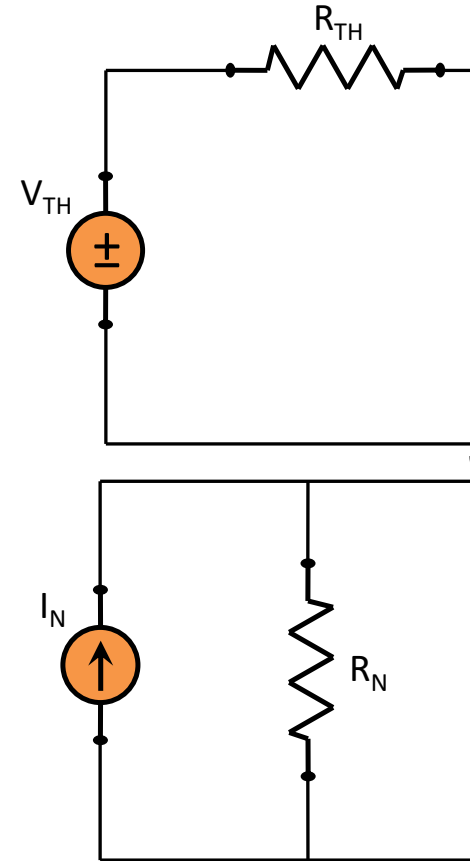
$$V_{TH} = I_N \cdot R_N \quad \text{και} \quad I_N = \frac{V_{TH}}{R_{TH}}$$

Προσέξτε ότι η αντίσταση Thevenin ταυτίζεται με την αντίσταση Norton

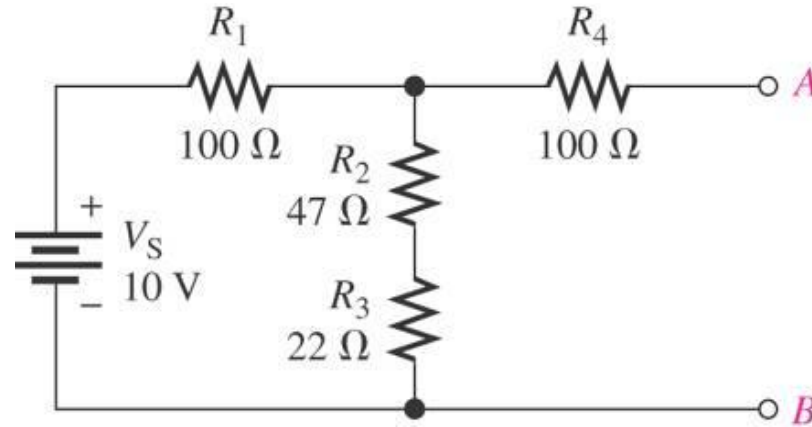
$$R_N = R_{TH}$$

Εάν το κύκλωμα περιέχει εξαρτημένες πηγές είναι πιο απλός ο υπολογισμός της τάσης Thevenin και του ρεύματος Norton σε σχέση με τον υπολογισμό της αντίστασης.

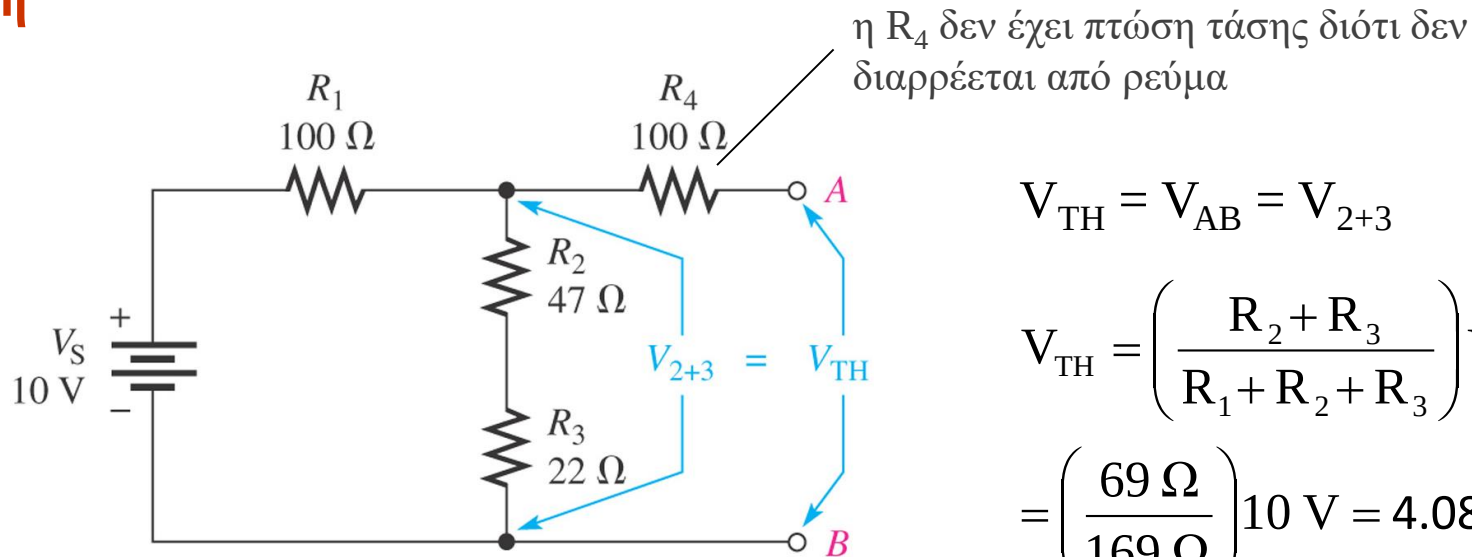
Η αντίσταση τότε υπολογίζεται από τη σχέση: $R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N}$



Παράδειγμα 5.4 Βρείτε το ισοδύναμο Thevenin μεταξύ των ακροδεκτών εξόδου A και B του κυκλώματος της παρακάτω εικόνας.



Λύση

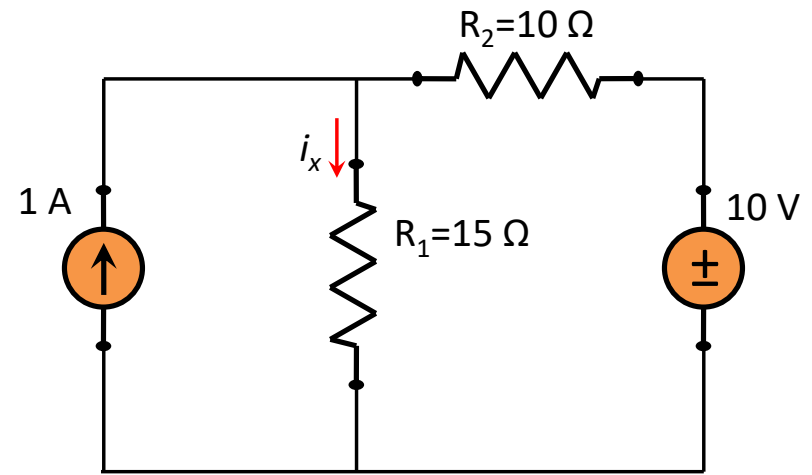


$$V_{TH} = V_{AB} = V_{2+3}$$

$$V_{TH} = \left(\frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \right) V_S$$

$$= \left(\frac{69 \Omega}{169 \Omega} \right) 10 \text{ V} = 4.08 \text{ V}$$

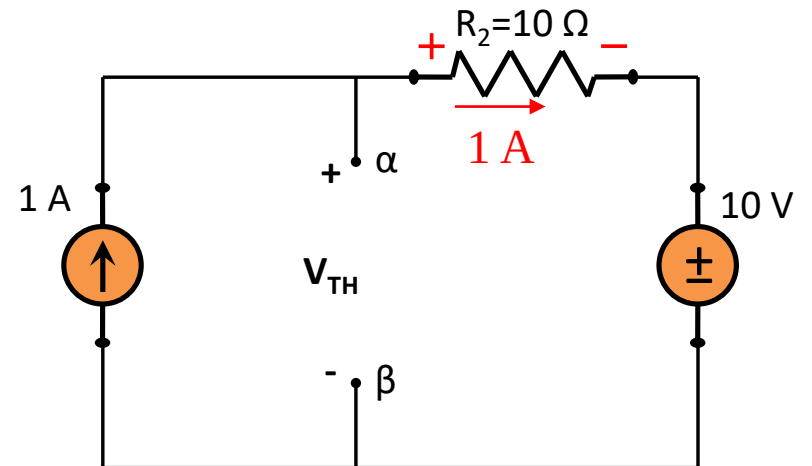
Παράδειγμα 5.5 Χρησιμοποιήστε το θεώρημα Thevenin για να υπολογίσετε το ρεύμα I_x που διαρρέει την αντίσταση R_1 .



Λύση

Αφαιρούμε την αντίσταση R_1 και υπολογίζουμε την τάση ανοικτού κυκλώματος μεταξύ των ακροδεκτών α και β (εφαρμόζοντας, π.χ., νόμο τάσεων Kirchhoff):

$$V_{TH} = V_{\alpha\beta} = (1 \text{ A}) \cdot (10 \Omega) + 10 \text{ V} = 20 \text{ V}$$



(συνεχίζεται . . .)

Λύση (... συνέχεια)

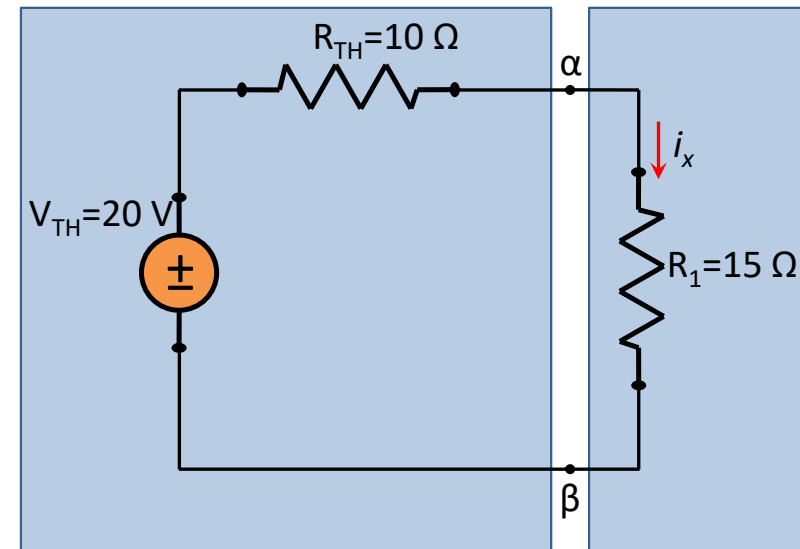
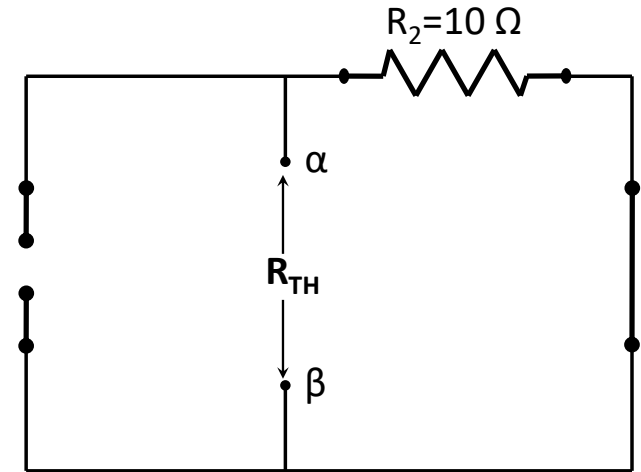
Στη συνέχεια μηδενίζουμε τις πηγές και βλέπουμε ότι η αντίσταση $R_{\alpha\beta}$ που φαίνεται από τους ακροδέκτες α και β είναι R_2 , $10\ \Omega$.

Οπότε: $R_{TH} = 10\ \Omega$

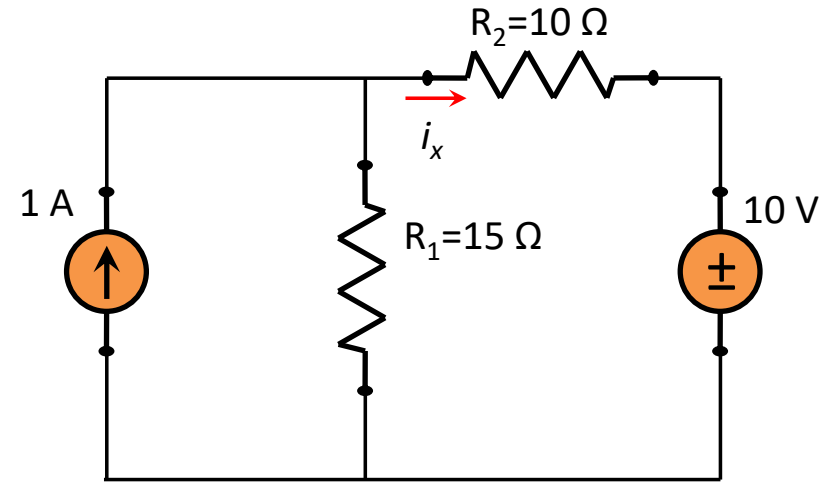
Στη συνέχεια σχεδιάζουμε το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin και τοποθετούμε σε αυτό την αντίσταση R_1 .

Το ζητούμενο ρεύμα I_x είναι:

$$I_x = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_1} = \frac{20\ V}{10\ \Omega + 15\ \Omega} = 0.8\ A$$



Παράδειγμα 5.6 Χρησιμοποιήστε το θεώρημα Thevenin για να υπολογίσετε το ρεύμα I_x που διαρρέει την αντίσταση R_2 .



Λύση

Είναι το ίδιο κύκλωμα με αυτό του προηγούμενου παραδείγματος 5.5, αλλά το ζητούμενο μέγεθος είναι διαφορετικό.

Το ισοδύναμο Thevenin τώρα είναι διαφορετικό.

Ένα κύκλωμα έχει πολλά ισοδύναμα, καθόσον το ισοδύναμο Thevenin ή Norton δεν αφορά το κύκλωμα μόνο, αλλά και τους ακροδέκτες "A" και "B".

Λύση (... συνέχεια)

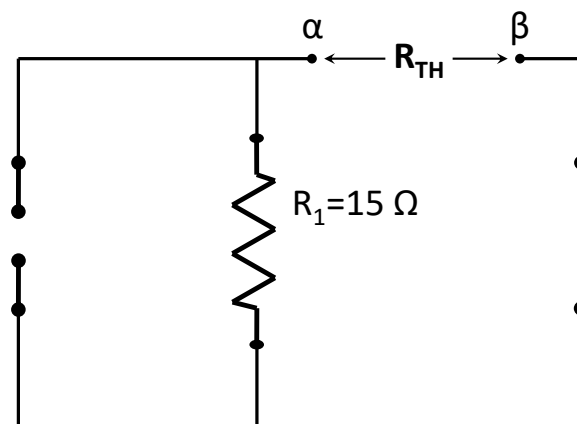
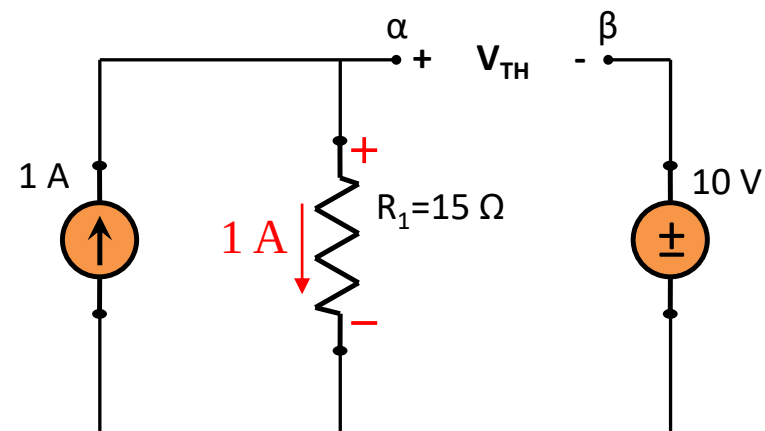
Το ρεύμα 1 A της πηγής ρεύματος τώρα διαρρέει την αντίσταση R_1 και αναπτύσσει στα άκρα της τάση ίση με $(1\text{ A}) \cdot (15\ \Omega) = 15\text{ V}$.

Η τάση Thevenin είναι:

$$V_{TH} = V_\alpha - V_\beta = 15\text{ V} - 10\text{ V} = 5\text{ V}$$

Η αντίσταση Thevenin εύκολα φαίνεται ότι είναι ίση με την τιμή της αντίστασης R_1 ,

άρα $R_{TH} = 15\ \Omega$.

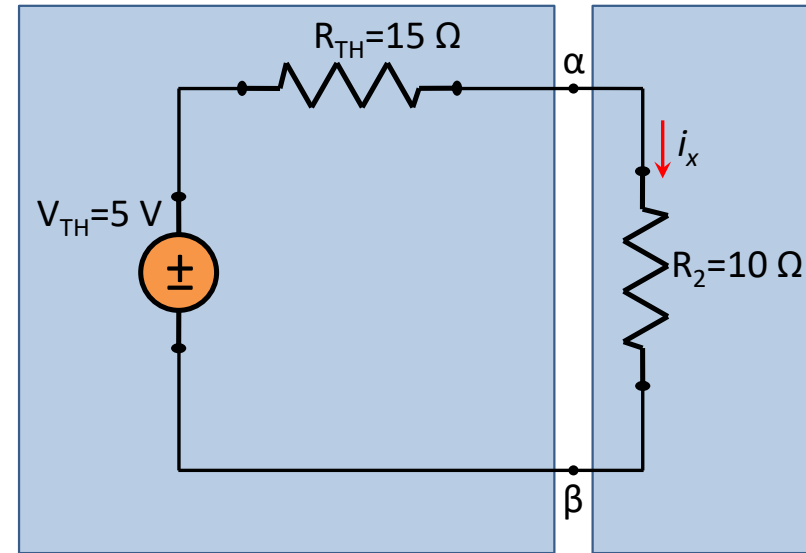


(συνεχίζεται . . .)

Λύση (... συνέχεια)

Σχεδιάζουμε το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin, τοποθετούμε στους ακροδέκτες του α και β την αντίσταση R_2 και υπολογίζουμε το ζητούμενο ρεύμα:

$$I_x = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_2} = \frac{5\text{ V}}{15\ \Omega + 10\ \Omega} = 0.2\text{ A}$$



Παρατηρήσεις πάνω στα θεωρήματα Thevenin και Norton

Κατά την εφαρμογή των θεωρημάτων Thevenin και Norton, χωρίζουμε το κύκλωμά μας σε δύο μέρη: το Κύκλωμα Α και το Κύκλωμα Β.

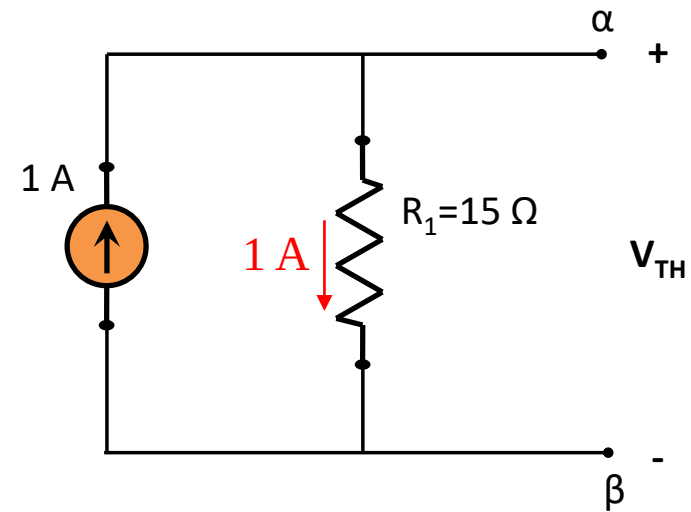
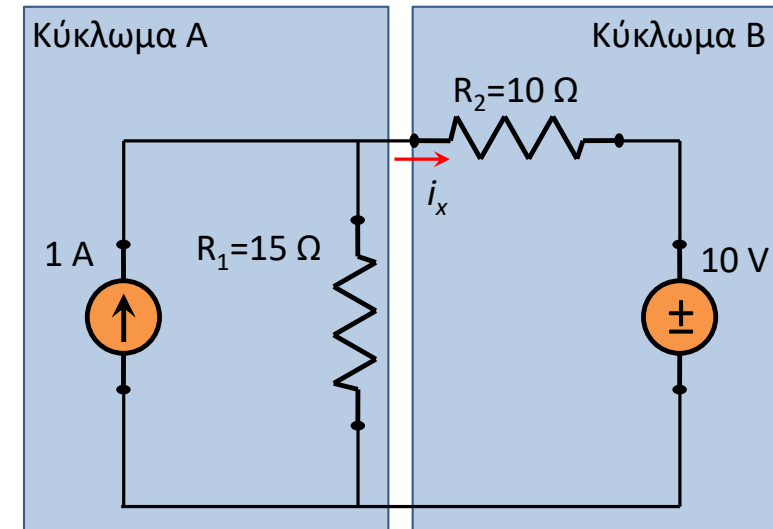
Συνήθως, το Κύκλωμα Β είναι η αντίσταση (π.χ.: R_2) στην οποία ζητάμε το ρεύμα.

Δεν είμαστε, όμως, υποχρεωμένοι στο κύκλωμα Β να συμπεριλάβουμε μόνο ένα στοιχείο (μια αντίσταση).

Π.χ., στο "κύκλωμα Β" μπορούμε να συμπεριλάβουμε το κύκλωμα που αποτελείται από την αντίσταση R_2 μαζί με την πηγή τάσης 10 V.

Τώρα έχουμε: $V_{TH} = I \cdot R_1 = (1 \text{ A}) \cdot (15 \Omega) = 15 \text{ V}$

$$R_{TH} = 15 \Omega$$



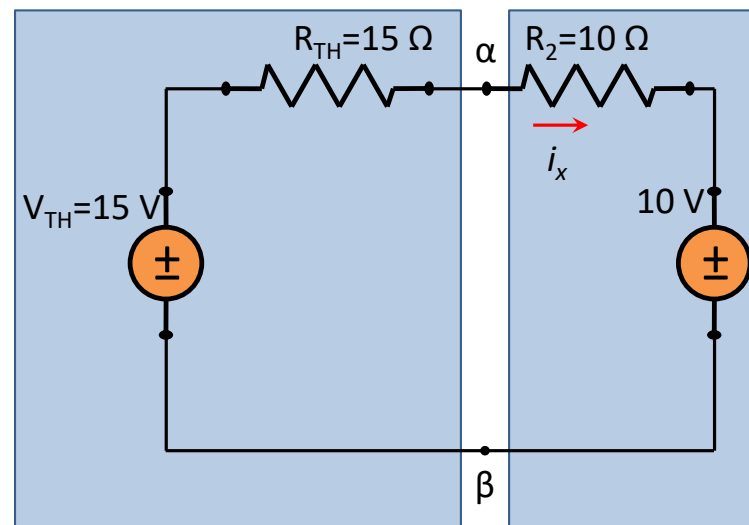
(συνεχίζεται . . .)

Παρατηρήσεις πάνω στα θεωρήματα Thevenin και Norton

Στο ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin, θα επανσυνδέσουμε το «κύκλωμα Β» που είχαμε αφαιρέσει.

Το ζητούμενο ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση R_2 είναι:

$$I_x = \frac{V_{TH} - 10\text{ V}}{R_{TH} + R_2} = \frac{15\text{ V} - 10\text{ V}}{15\ \Omega + 10\ \Omega} = 0.2\text{ A}$$



Θα πρέπει να μελετάμε προσεκτικά ένα κύκλωμα που μας δίνεται διότι μπορούμε να φτιάξουμε πολλά ισοδύναμα για ένα κύκλωμα και συνήθως υπάρχει κάποιο ισοδύναμο που απλουστεύει πολύ τους υπολογισμούς μας.

Παράδειγμα 5.7 Χρησιμοποιήστε το θεώρημα Thevenin για να υπολογίσετε τα I_1 , I_2 και I_3 .

Λύση

Αφαιρούμε την αντίσταση R_1 .

Το ρεύμα της πηγής ρεύματος 1 A διέρχεται από την πηγή τάσης 5 V, άρα $I_2' = 1 A$

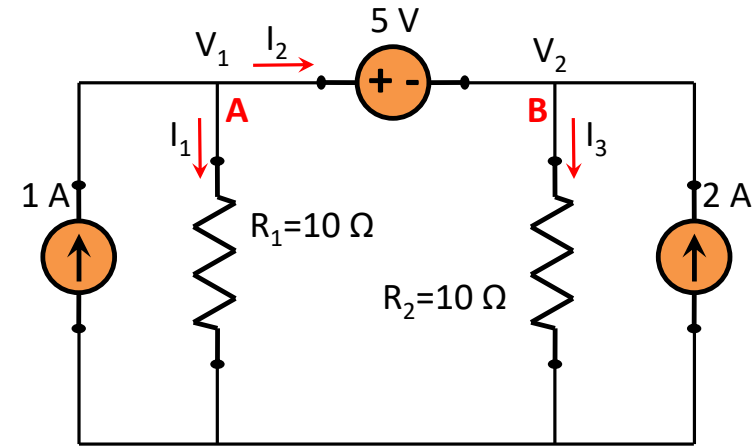
Το ρεύμα στην R_3 βρίσκεται από το νόμος των ρευμάτων Kirchhoff στον κόμβο B,

$$I_3' = I_2' + 2 A \Rightarrow I_3' = 3 A.$$

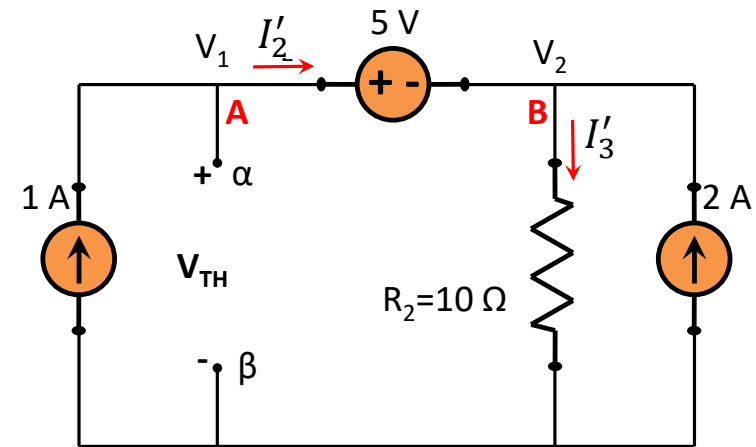
Η τάση στα άκρα της R_2 είναι $(3 A) \cdot (10 \Omega) = 30 V$

Επομένως, η τάση Thevenin είναι μεταξύ α και β: $V_{TH} = 5 V + I_3 \cdot R_2 =$

$$= 5 V + (3 A) \cdot (10 \Omega) = 35 V$$



Γ



Γ

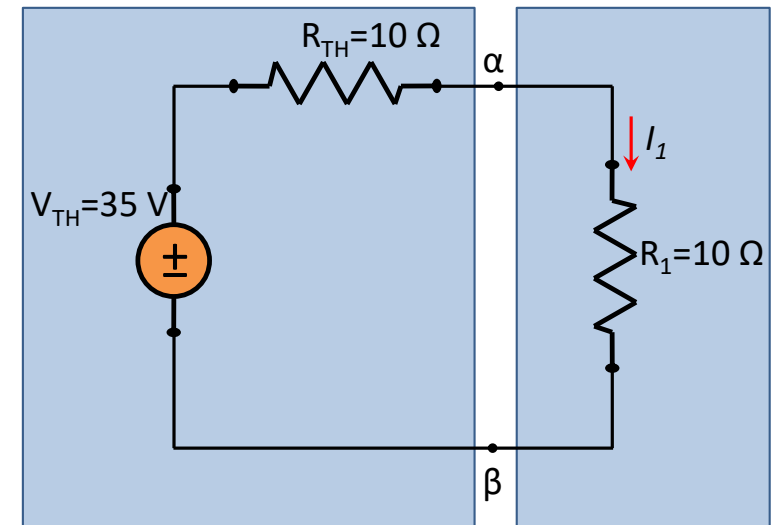
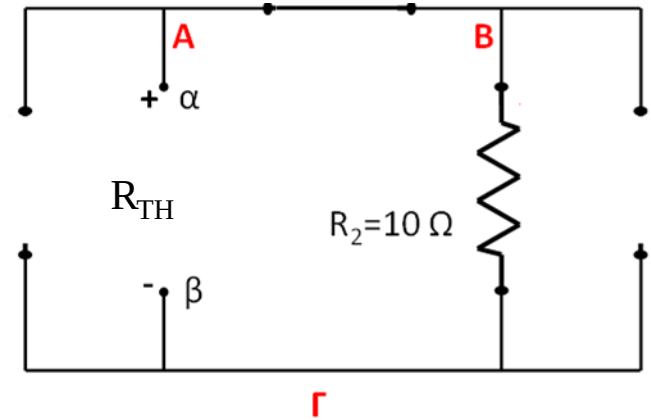
(συνεχίζεται...)

Λύση (... συνέχεια)

Η αντίσταση Thevenin είναι ίση με την αντίσταση R_2 άρα $R_{TH} = 10 \Omega$.

Το ρεύμα I_1 που ζητείται προκύπτει από το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin:

$$I_1 = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_1} = \frac{35 V}{10 + 10 \Omega} = 1,75 A$$



Λύση (... συνέχεια)

Επανερχόμενοι στο αρχικό κύκλωμα και χρησιμοποιώντας την τιμή που βρήκαμε για το $I_1 = 1.75 \text{ A}$, βρίσκουμε τα υπόλοιπα ρεύματα I_2 και I_3 .

Από τον κανόνα ρευμάτων Kirchhoff στον κόμβο A:

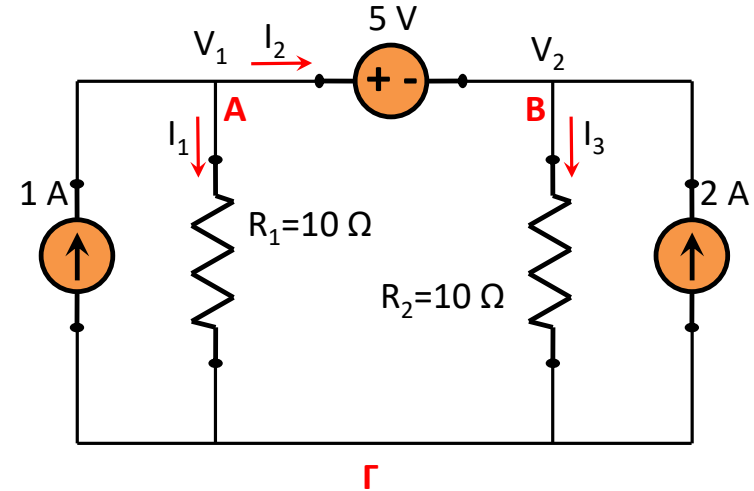
$$I_1 + I_2 = 1 \text{ A}$$

$$I_2 = 1 \text{ A} - 1.75 \text{ A} = -0.75 \text{ A}$$

και από τον κανόνα ρευμάτων Kirchhoff στον κόμβο B:

$$I_3 = I_2 + 2 \text{ A}$$

$$I_3 = -0.75 \text{ A} + 2 \text{ A} = 1.25 \text{ A}$$



Παράδειγμα 5.8 Χρησιμοποιήστε το θεώρημα Norton για να υπολογίσετε το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση R_3 .

Λύση

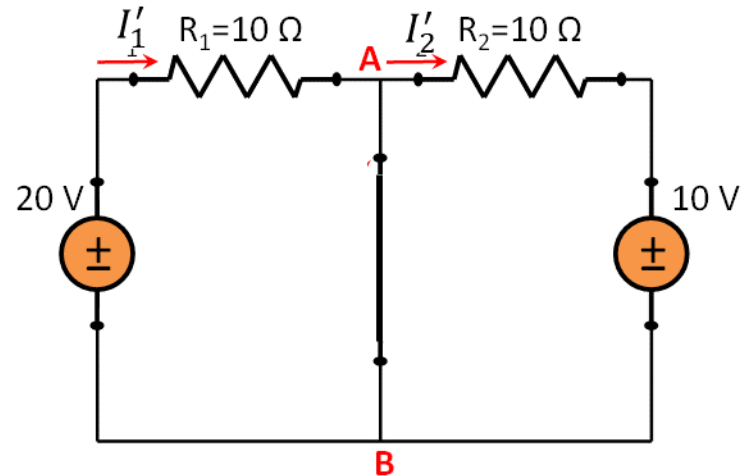
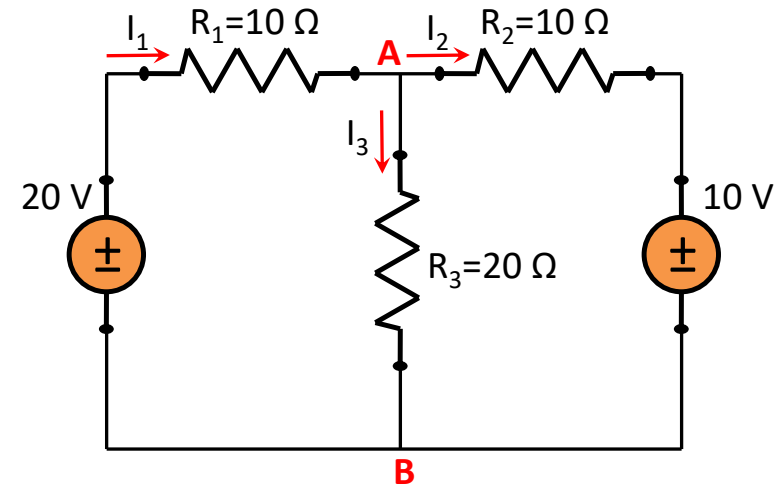
Αφαιρούμε την αντίσταση R_3 και στη θέση της βάζουμε βραχυκύκλωμα.

Από το νόμο τάσεων του Kirchhoff στο βρόχο που περιλαμβάνει την πηγή τάσης 20 V, την αντίσταση R_1 και το βραχυκύκλωμα προκύπτει ότι το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση R_1 είναι:

$$I'_1 = \frac{20 \text{ V}}{R_1} = \frac{20 \text{ V}}{10 \Omega} = 2 \text{ A}$$

Από το νόμο τάσεων του Kirchhoff στο βρόχο που περιλαμβάνει την πηγή τάσης 10 V, την αντίσταση R_2 και το βραχυκύκλωμα προκύπτει ότι το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση R_2

$$I'_2 = -\frac{10 \text{ V}}{R_2} = -\frac{10 \text{ V}}{10 \Omega} = -1 \text{ A}$$



(συνεχίζεται...)

Λύση (... συνέχεια)

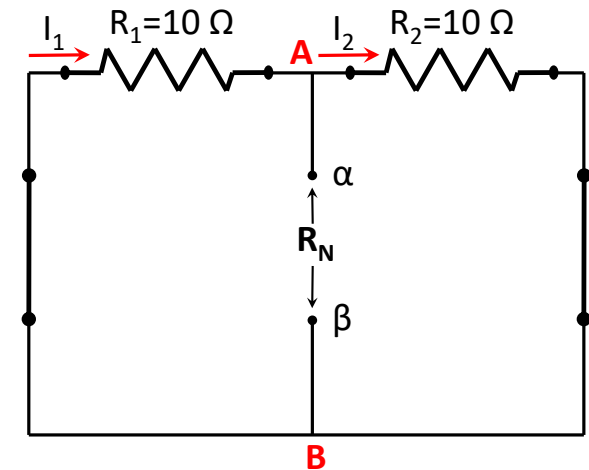
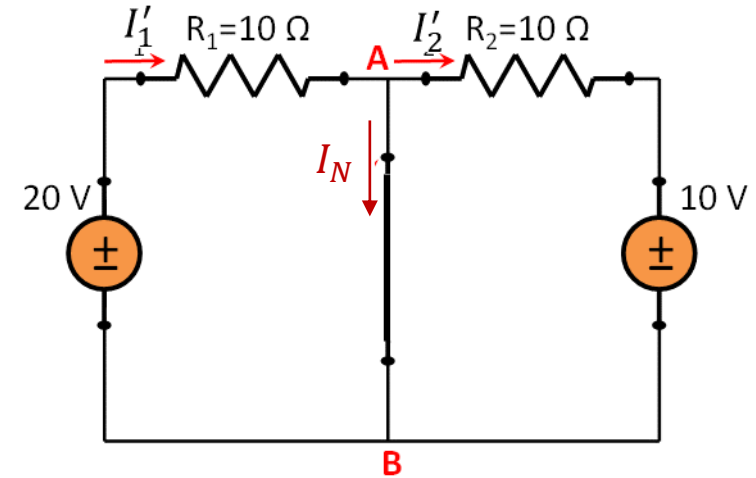
Από το νόμο ρευμάτων τώρα του Kirchhoff στον κόμβο Α βρίσκουμε το ρεύμα Norton:

$$I'_1 = I_N + I'_2$$

$$I_N = I'_1 - I'_2 = 2 - (-1) = 3 \text{ A}$$

Η αντίσταση Norton είναι:

$$R_N = R_1 || R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 5 \Omega$$



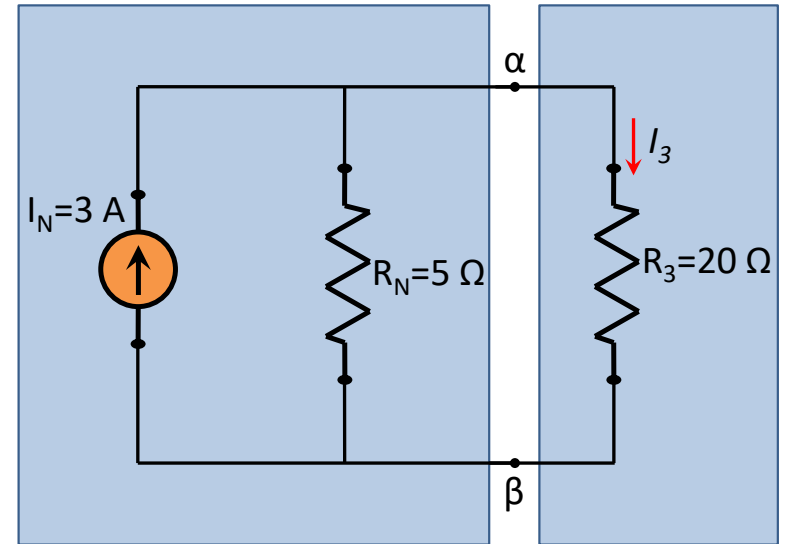
(συνεχίζεται ...)

Λύση (... συνέχεια)

Σχεδιάζουμε το ισοδύναμο κύκλωμα Norton και τοποθετούμε σε αυτό την αντίσταση R_3 .

Το ρεύμα που τη διαρρέει προκύπτει εύκολα από τη σχέση του διαιρέτη ρεύματος:

$$I_3 = \frac{R_N}{R_3 + R_N} \cdot I_N = \frac{5}{5 + 20} \cdot 3 = 0,6 \text{ A}$$



Παράδειγμα 5.8 Χρησιμοποιείστε το θεώρημα Thevenin για να υπολογίσετε την τάση V_x .

Λύση

Αφαιρούμε την αντίσταση R_3 της οποίας ζητείται η τάση V_x . Έχουμε $V_x = V_{TH}$

Το ρεύμα της εξαρτημένης πηγής διαρρέει την R_1 .

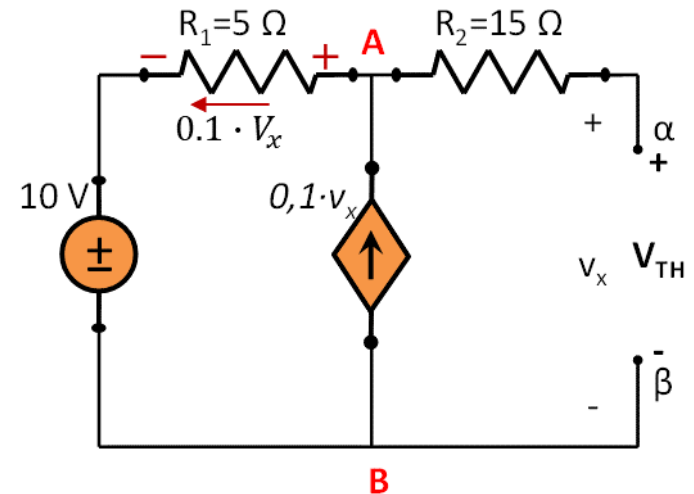
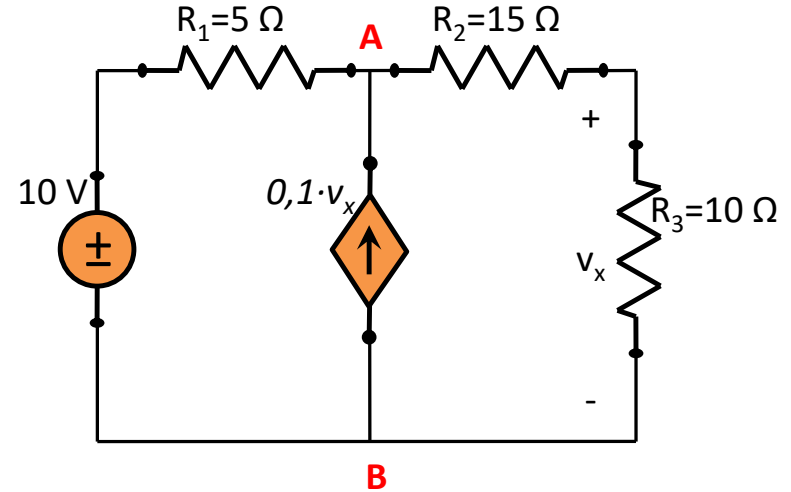
Η πτώση τάσης στα άκρα της R_1 είναι:

$$V_{R_1} = I \cdot R_1 = 0,1 \cdot v_x \cdot R_1 = 0,5 \cdot v_x$$

και η πτώση τάσης στην αντίσταση R_2 είναι μηδέν (γιατί;)

Η τάση Thevenin V_{TH} υπολογίζεται εφαρμόζοντας το νόμο τάσεων Kirchhoff στο συνολικό (εξωτερικό) βρόχο

$$10\text{ V} + (0,1 \cdot V_x)(5\ \Omega) - V_x = 0 \Rightarrow V_x = V_{TH} = 20\text{ V} \quad (\text{συνεχίζεται} \dots)$$



Λύση (... συνέχεια)

Βραχυκυκλώνουμε τους ακροδέκτες α και β για να υπολογίσουμε το ρεύμα Norton, με συνέπεια μηδενίζεται η εξαρτημένη πηγή ρεύματος.

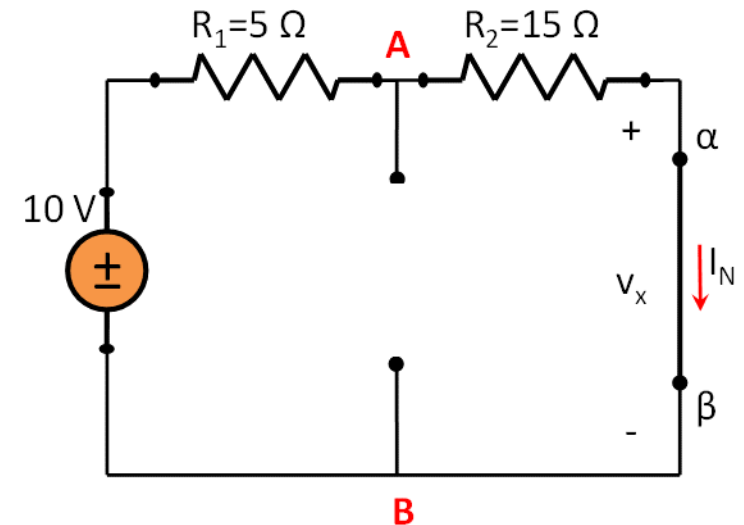
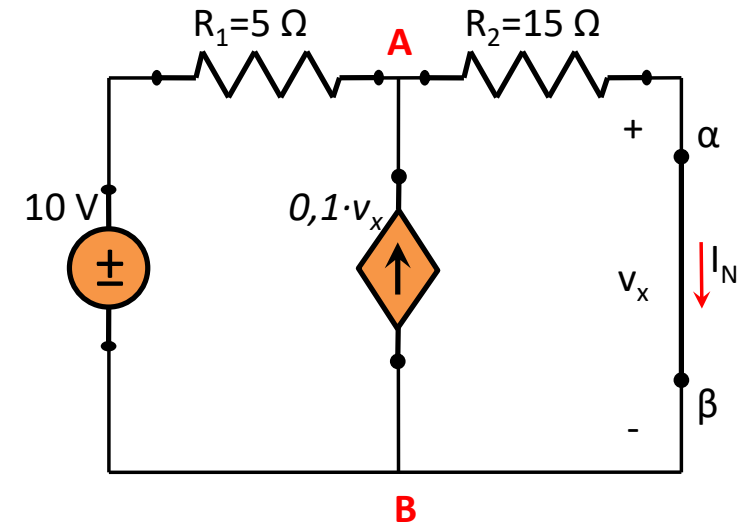
Μηδενικής τιμής πηγή ρεύματος είναι ανοικτό κύκλωμα (δεν υπάρχει ρεύμα στον κλάδο), οπότε το ζητούμενο ρεύμα Norton διαρρέει το μοναδικό βρόχο του κυκλώματος.

Από το νόμο τάσεων του Kirchhoff (ή, απλά, το νόμο του Ohm) έχουμε:

$$10\text{ V} = I_N(R_1 + R_2) \Rightarrow I_N = \frac{10\text{ V}}{5\text{ }\Omega + 15\text{ }\Omega} = 0.5\text{ A}$$

Η αντίσταση Thevenin είναι:

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{20\text{ V}}{0,5\text{ A}} = 40\text{ }\Omega$$



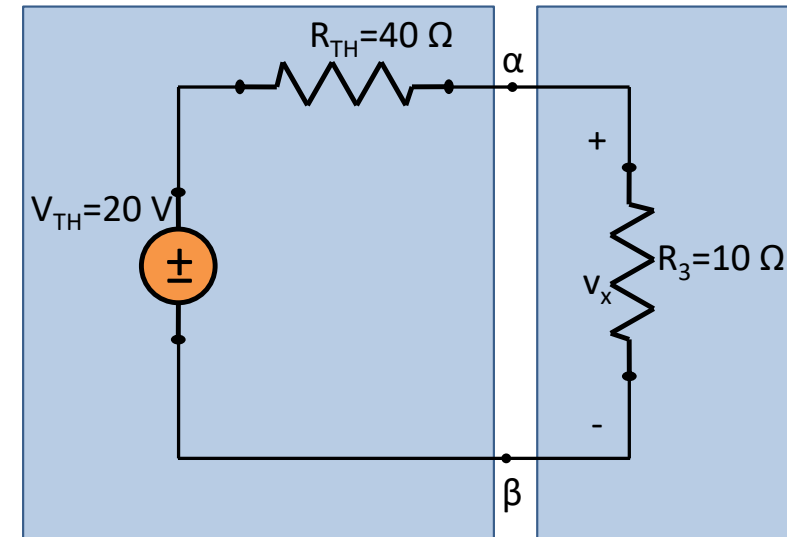
(συνεχίζεται ...)

Λύση (... συνέχεια)

Για να βρούμε τη ζητούμενη τάση, σχεδιάζουμε το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin και επανατοποθετούμε την αντίσταση R_3

Από τη σχέση του διαιρέτη τάσης, έχουμε:

$$v_x = \frac{R_3}{R_{TH} + R_3} \cdot V_{TH} = \frac{10}{40 + 10} \cdot 20 = 4 \text{ V}$$



Σημείωση: Η αντίσταση Thevenin δεν υπολογίζεται εύκολα όταν έχουμε εξαρτημένη πηγή, καθώς δεν προκύπτει από συνδυασμό αντιστάσεων. Για το λόγο αυτό, την υπολογίσαμε σαν το πηλίκο τάσης Thevenin (V_{TH}) προς το ρεύμα Norton (I_N),

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N}$$