

ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑ Ι

Κεφάλαιο 3

Συνδυασμοί αντιστάσεων και πηγών

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Σύνδεση σε σειρά.
- Παράλληλη σύνδεση
- Ισοδυναμία τριγώνου και αστέρα
- Διαιρέτης τάσης
- Διαιρέτης ρεύματος
- Πραγματικές πηγές. Ισοδυναμία πηγών τάσης και ρεύματος

Σύνδεση σε σειρά (Series connection)

- Έστω ότι έχουμε N αντιστάσεις, $R_1, R_2, \dots, R_N$, συνδεδεμένες σε σειρά, I το ρεύμα που τις διαρρέει και $V_1 = I \cdot R_1$, $V_2 = I \cdot R_2$, ... και $V_N = I \cdot R_N$ η πτώσεις τάσης σε αυτές.

Εφαρμόζοντας το νόμο τάσεων του Kirchhoff στο αρχικό κύκλωμα έχουμε:

$$V_s - I \cdot R_1 - I \cdot R_2 - \dots - I \cdot R_N = 0$$

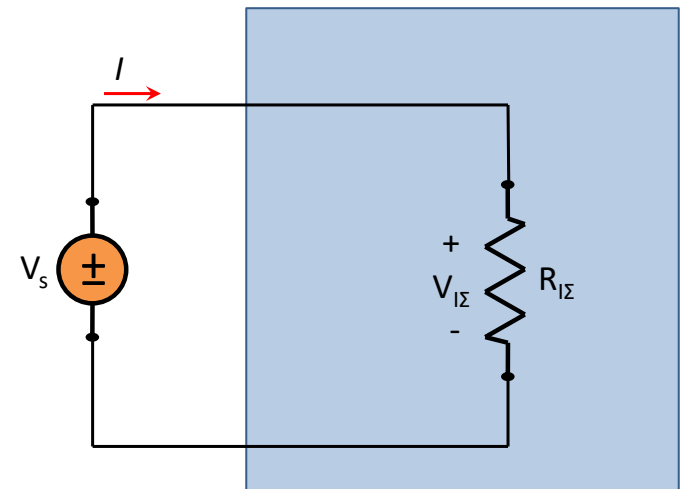
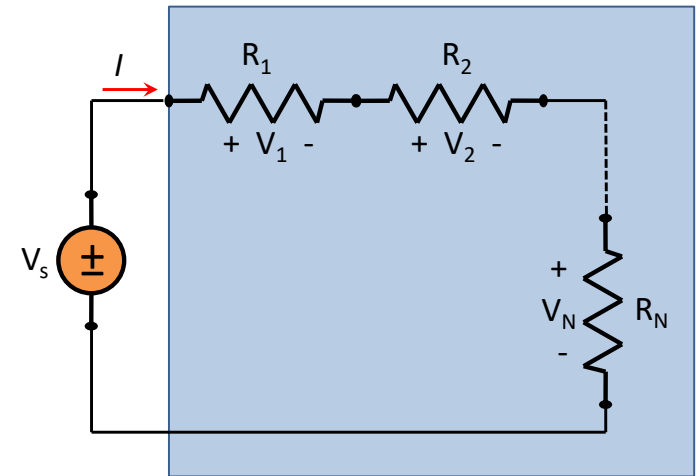
$$V_s = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + \dots + I \cdot R_N$$

$$V_s = I(R_1 + R_2 + \dots + R_N)$$

$$V_s = I \cdot R_{I\Sigma}$$

Συνεπώς η ισοδύναμη ή ολική αντίσταση, $R_{I\Sigma}$ (ή R_T), ισούται με το άθροισμα των επιμέρους αντιστάσεων:

$$R_{I\Sigma} = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

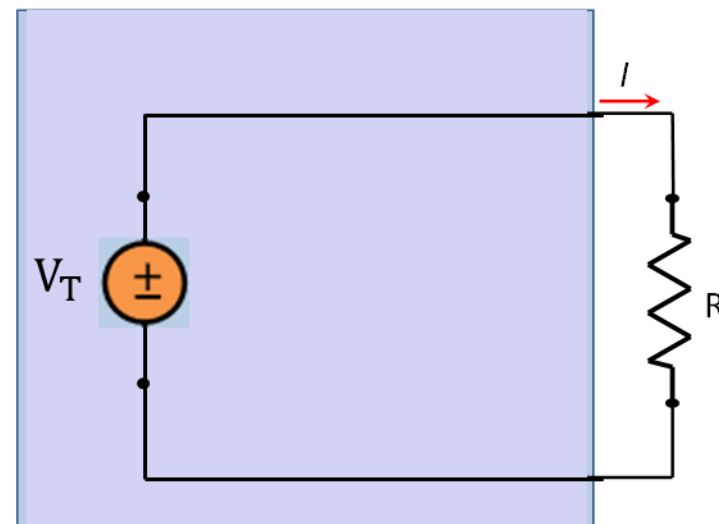
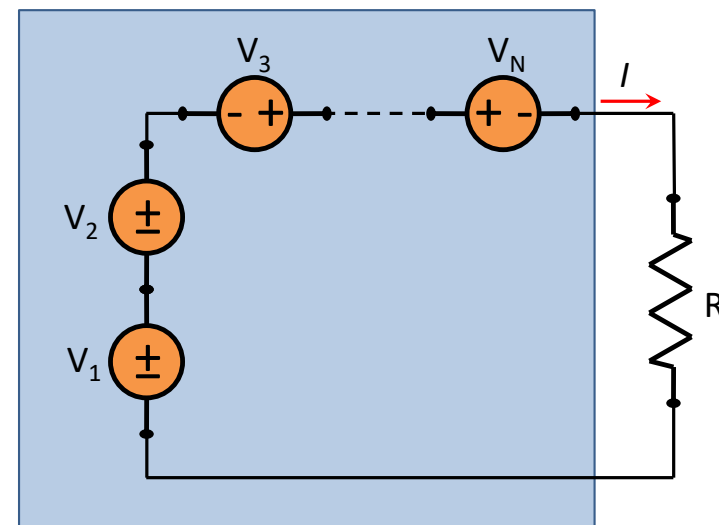


Σύνδεση πηγών τάσης σε σειρά

- N πηγές τάσης, $V_1, V_2, \dots, V_N$, που συνδέονται σε σειρά σε ένα κύκλωμα, μπορούμε να τις αντικαταστήσουμε με μία ισοδύναμη πηγή τάσης, V_T (ή V_{IS}), με τιμή ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των τιμών των πηγών.

$$V_T = \pm V_1 \pm V_2 \pm \dots \pm V_N$$

- Προσοχή: στον υπολογισμό της ολικής τάσης V_T πρέπει να λάβουμε υπόψη την πολικότητα των πηγών



Παράλληλη σύνδεση

(Parallel connection)

Έστω ότι έχουμε N αντιστάσεις, $\mathbf{R_1, R_2, \dots, R_N}$, συνδεδεμένες παράλληλα, $\mathbf{V}$ η κοινή τους τάση και $\mathbf{I_1, I_2, \dots}$ και $\mathbf{I_N}$ τα ρεύματα σε αυτές.

Εφαρμόζοντας το νόμο ρευμάτων του Kirchhoff στον κόμβο A, έχουμε: $\mathbf{I_s = I_1 + I_2 + \dots + I_N}$

Αντικαθιστώντας τα ρεύματα σύμφωνα με το νόμο του Ohm, έχουμε:

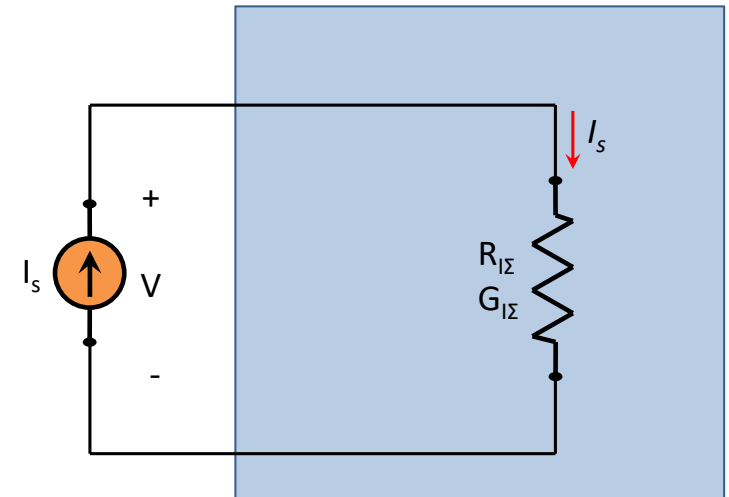
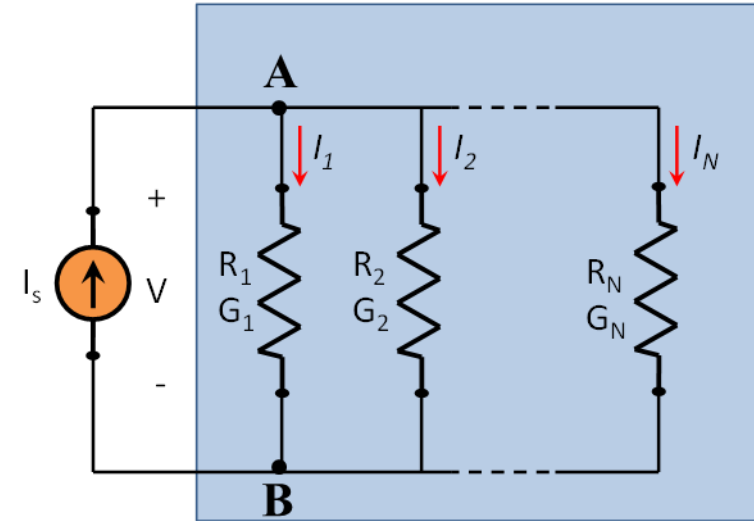
$$I_s = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \dots + \frac{V}{R_N}$$

$$I_s = V \cdot G_1 + V \cdot G_2 + \dots + V \cdot G_N$$

$$I_s = V \cdot (G_1 + G_2 + \dots + G_N) \Rightarrow \mathbf{I_s = V \cdot G_{I\Sigma}}$$

Συνεπώς, στην παράλληλη σύνδεση, η ισοδύναμη αγωγιμότητα $\mathbf{G_{I\Sigma}}$ (ή $\mathbf{G_T}$) ισούται με το άθροισμα των επιμέρους αγωγιμοτήτων

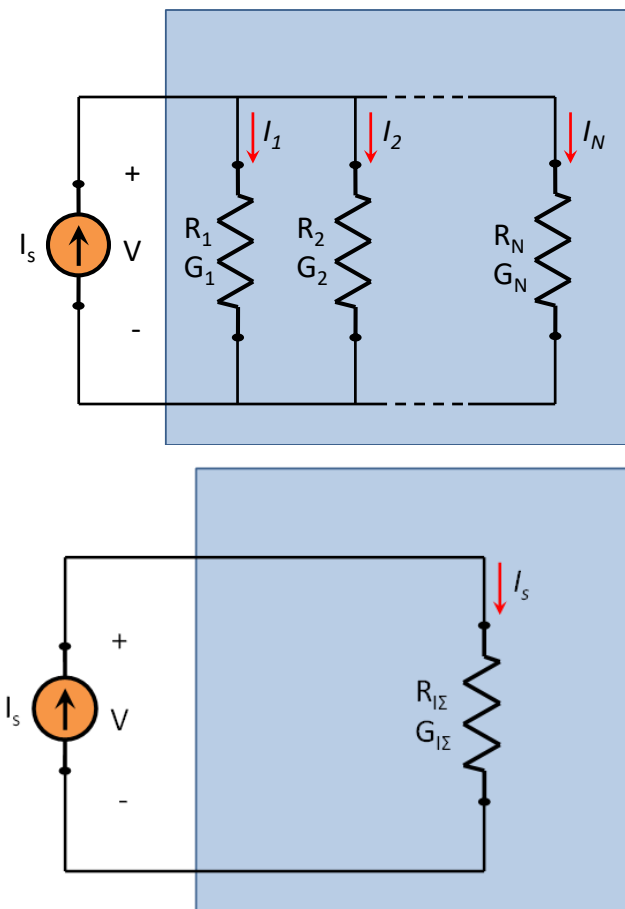
$$G_{I\Sigma} = G_1 + G_2 + \dots + G_N$$



Παράλληλη σύνδεση (. . . συνέχεια)

Εκφράζοντας την ισοδύναμη αντίσταση $R_{I\Sigma}$ (ή R_T) συναρτήσει των αντιστάσεων, $R_1, R_2, \dots, R_N$, η προηγούμενη σχέση γίνεται:

$$\frac{1}{R_{I\Sigma}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

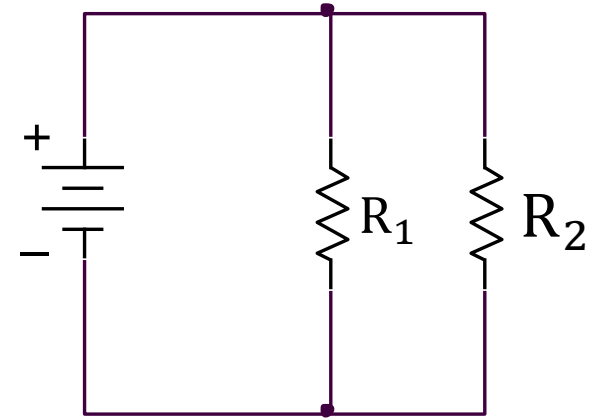


Ένας χρήσιμος πρακτικός κανόνας: κατά τον υπολογισμό της ισοδύναμης (ή ολικής) αντίστασης οποιασδήποτε παράλληλης συνδεσμολογίας αντιστάσεων $R_1, R_2, \dots, R_N$, η ολική (ή ισοδύναμη) αντίσταση $R_{I\Sigma}$ (ή R_T) πρέπει να προκύπτει μικρότερη από τη μικρότερη από τις αντιστάσεις $R_1, R_2, \dots, R_N$.

Παράλληλη σύνδεση: ειδικές περιπτώσεις

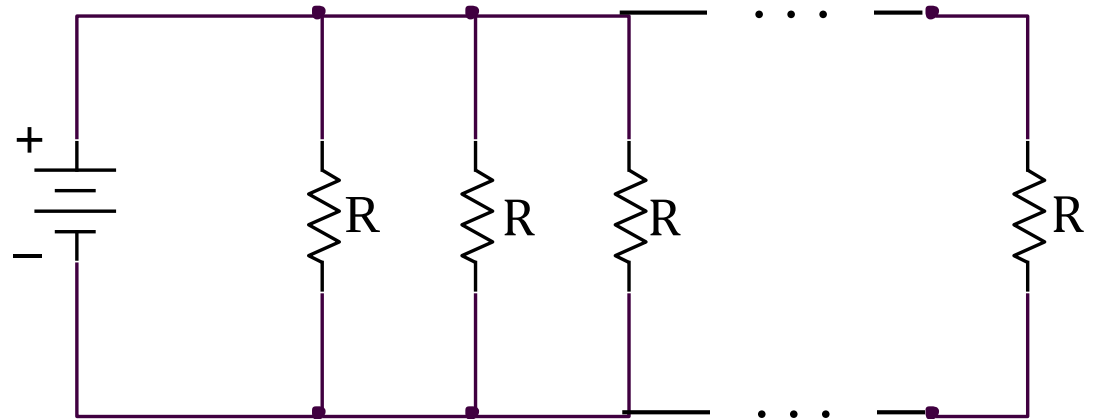
Στην περίπτωση που έχουμε δύο μόνο αντιστάσεις, R_1 και R_2 , η ολική αντίσταση $R_{I\Sigma}$ (ή R_T) γράφεται και

$$R_{I\Sigma} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$



Στην περίπτωση που έχουμε N ίσες αντιστάσεις R η ολική αντίσταση $R_{I\Sigma}$ (ή R_T) γράφεται

$$R_{I\Sigma} = \frac{R}{N}$$

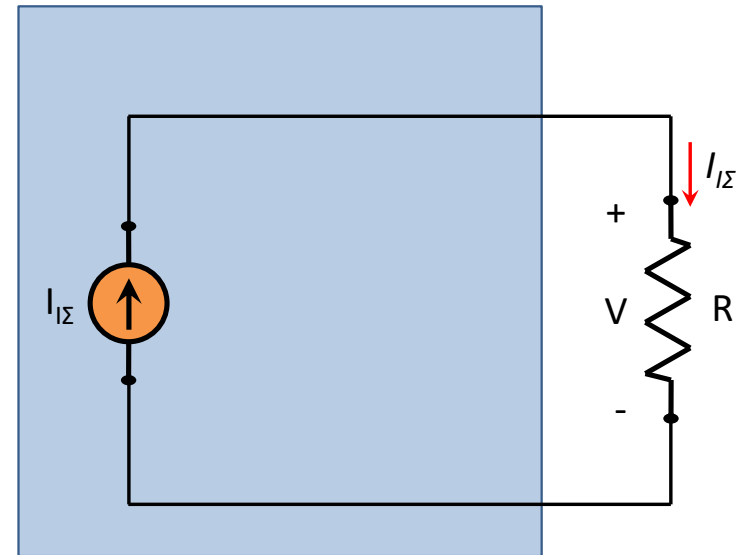
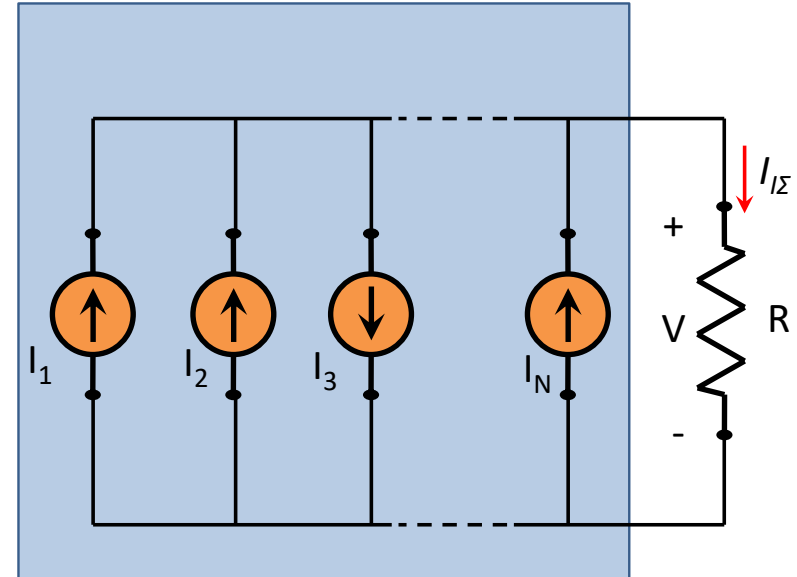


Παράλληλη σύνδεση πηγών ρεύματος

- N πηγές ρεύματος, $I_1, I_2, \dots, I_N$, που συνδέονται παράλληλα σε ένα κύκλωμα, μπορούμε να τις αντικαταστήσουμε με μία ισοδύναμη πηγή ρεύματος, $I_{I\Sigma}$ (ή I_T), με τιμή ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των τιμών των πηγών.

$$I_{I\Sigma} = \pm I_1 \pm I_2 \pm \dots \pm I_N$$

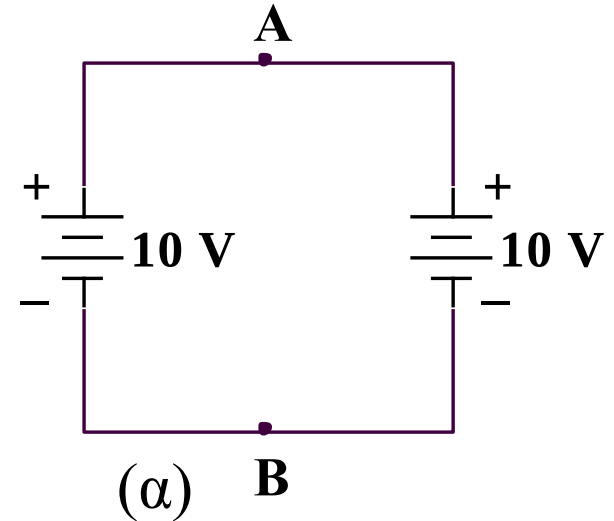
- Προσοχή: στον υπολογισμό της ολικού ρεύματος $I_{I\Sigma}$ πρέπει να λάβουμε υπόψη την φορά της κάθε πηγής ρεύματος.



Έλεγχος διασύνδεσης ιδανικών πηγών

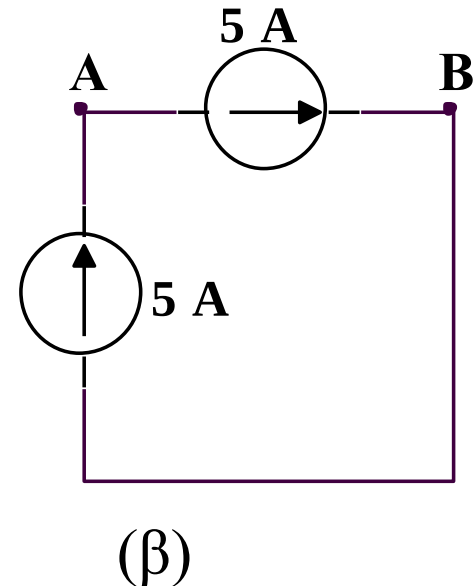
Η σύνδεση (α) επιτρέπεται.

Κάθε πηγή παρέχει τάση στο ίδιο ζεύγος ακροδεκτών A και B. Αυτό απαιτεί κάθε πηγή να παρέχει την ίδια τάση με την ίδια πολικότητα, όπως και κάνουν.



Η σύνδεση (β) επιτρέπεται.

Κάθε πηγή παρέχει ρεύμα μέσω του ίδιου ζεύγους ακροδεκτών A και B. Αυτό απαιτεί κάθε πηγή να παρέχει το ίδιο ρεύμα στην ίδια φορά, όπως πράγματι είναι.

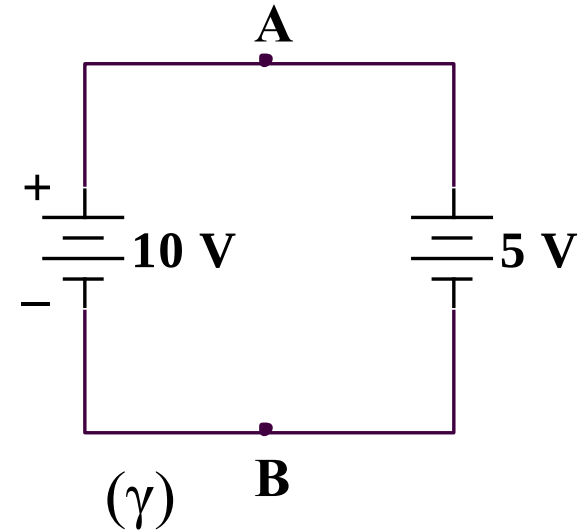


(συνεχίζεται ...)

Έλεγχος διασύνδεσης ιδανικών πηγών (. . . συνέχεια)

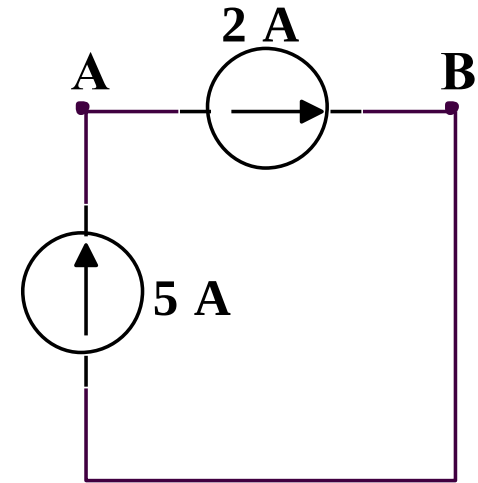
Η σύνδεση (γ) δεν επιτρέπεται.

Κάθε πηγή παρέχει τάση στο ίδιο ζεύγος ακροδεκτών A και B. Αυτό απαιτεί κάθε πηγή να παρέχει την ίδια τάση με την ίδια πολικότητα, το οποίο δεν κάνουν.



Η σύνδεση (δ) δεν επιτρέπεται.

Κάθε πηγή παρέχει ρεύμα μέσω του ίδιου ζεύγους ακροδεκτών A και B. Αυτό απαιτεί κάθε πηγή να παρέχει το ίδιο ρεύμα στην ίδια φορά, πράγμα που δεν συμβαίνει εδώ.

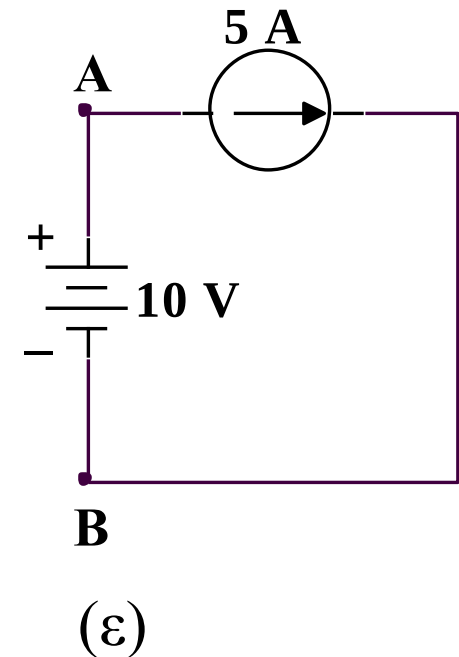


(συνεχίζεται . . .)

Έλεγχος διασύνδεσης ιδανικών πηγών (. . . συνέχεια)

Η σύνδεση (ε) επιτρέπεται.

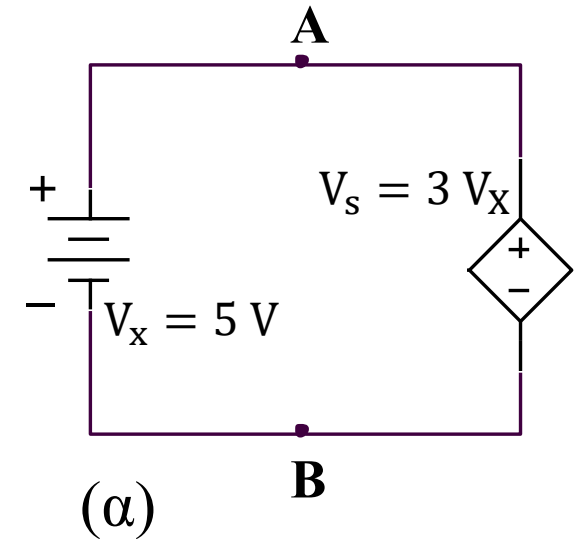
Η πηγή τάσης παρέχει τάση στο ζεύγος ακροδεκτών A και B. Η πηγή ρεύματος παρέχει ρεύμα μέσω του ίδιου ζεύγους ακροδεκτών. Επειδή μια ιδανική πηγή τάσης παρέχει την ίδια τάση ανεξάρτητα από το ρεύμα που τη διαρρέει και μια ιδανική πηγή ρεύματος παρέχει το ίδιο ρεύμα ανεξάρτητα από την τάση, η διπλανή διασύνδεση είναι επιτρεπόμενη.



Έλεγχος διασύνδεσης ιδανικών εξαρτημένων και ανεξάρτητων πηγών

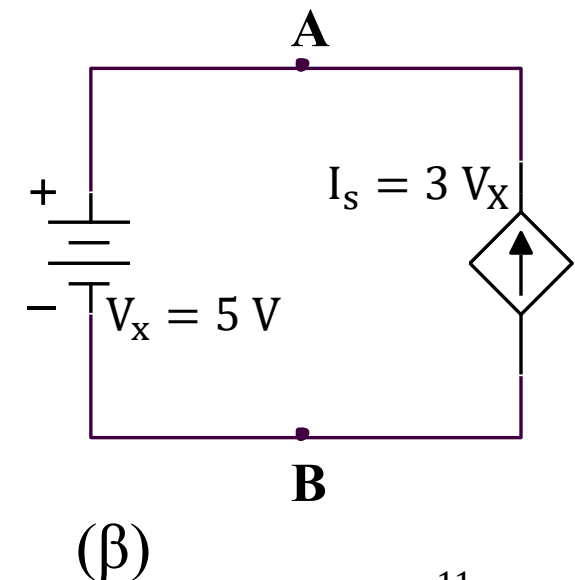
Η σύνδεση (α) δεν επιτρέπεται.

Τόσο η ανεξάρτητη όσο και η εξαρτημένη πηγή παρέχουν τάση στο ίδιο ζεύγος ακροδεκτών A και B. Αυτό απαιτεί κάθε πηγή να παρέχει την ίδια τάση με την ίδια πολικότητα. Η ανεξάρτητη πηγή παρέχει 5 V, αλλά η εξαρτημένη πηγή παρέχει 15 V.



Η σύνδεση (β) επιτρέπεται.

Η ανεξάρτητη πηγή τάσης παρέχει τάση στο ζεύγος ακροδεκτών A και B. Η εξαρτημένη πηγή ρεύματος παρέχει ρεύμα μέσω του ίδιου ζεύγους ακροδεκτών. Επειδή μια ιδανική πηγή τάσης παρέχει την ίδια τάση ανεξάρτητα από το ρεύμα που τη διαρρέει και μια ιδανική πηγή ρεύματος παρέχει το ίδιο ρεύμα ανεξάρτητα από την τάση, αυτή είναι μια επιτρεπόμενη διασύνδεση.

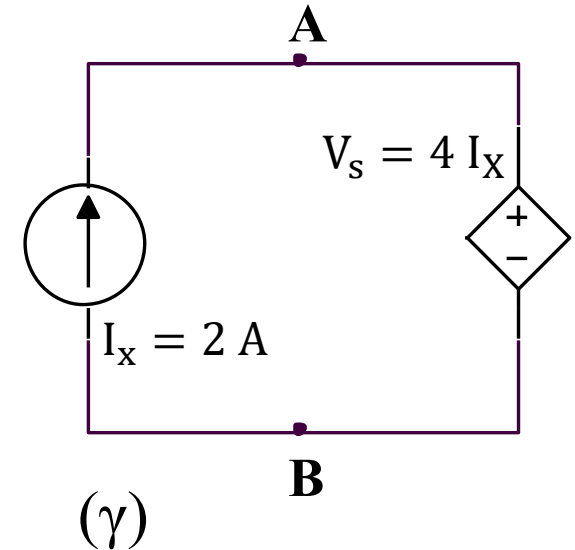


(συνεχίζεται ...)

Έλεγχος διασύνδεσης ιδανικών εξαρτημένων και ανεξάρτητων πηγών

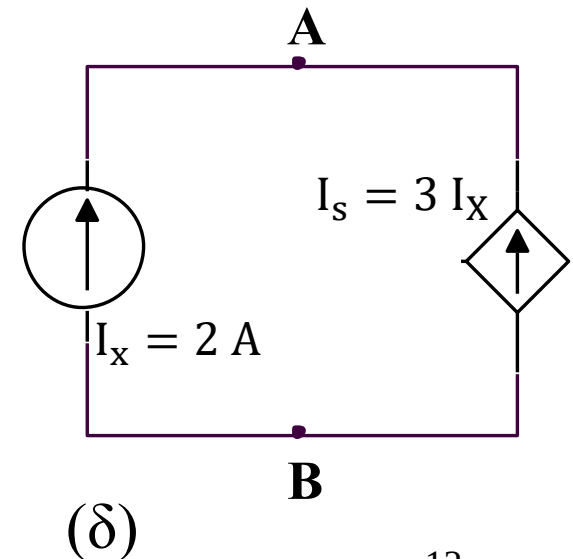
Η σύνδεση (γ) επιτρέπεται.

Η ανεξάρτητη πηγή ρεύματος παρέχει ρεύμα μέσω του ζεύγους ακροδεκτών A και B. Η εξαρτημένη πηγή τάσης παρέχει τάση στο ίδιο ζεύγος ακροδεκτών. Επειδή μια ιδανική πηγή ρεύματος παρέχει την ίδια ρεύμα ανεξάρτητα από την τάση και μια ιδανική πηγή τάσης παρέχει την ίδια τάση ανεξάρτητα από το ρεύμα, αυτή είναι μια επιτρεπόμενη διασύνδεση.



Η σύνδεση (δ) δεν επιτρέπεται.

Τόσο η ανεξάρτητη όσο και η εξαρτημένη πηγή παρέχουν ρεύμα μέσω του ίδιου ζεύγους ακροδεκτών A και B. Αυτό απαιτεί κάθε πηγή να παρέχει το ίδιο ρεύμα στην ίδια φορά. Η ανεξάρτητη πηγή παρέχει 2 A, αλλά η εξαρτημένη πηγή παρέχει 6 A στην αντίθετη κατεύθυνση.



Παράδειγμα 3-1 (Πρόβλημα 2.5, σελ. 48, J.W. Nilsson & S.A. Riedel “Electric Circuits” ISBN 0-13-127760-X, Pearson)

Για το κύκλωμα που φαίνεται,

(α) ποια τιμή της V_g απαιτείται ώστε να επιτρέπεται η σύνδεση;

(β) Γι' αυτή την τιμή της V_g , βρείτε την ισχύ που σχετίζεται με την πηγή 8 A.

Λύση

(α) Οι δύο πηγές τάσης είναι συνδεδεμένες παράλληλα στους κόμβους A και B. Αυτό απαιτεί να παρέχουν την ίδια τάση με την ίδια πολικότητα.

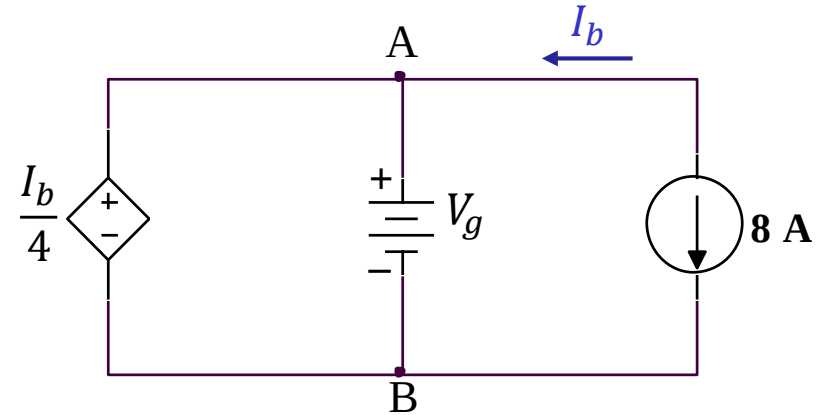
Άρα, πρέπει

$$V_g = \frac{I_b}{4}$$

Το ρεύμα I_b είναι το ρεύμα στον κλάδο της πηγής 8 A. Έτσι όπως είναι σημειωμένο στο κύκλωμα, είναι

$$I_b = -8 \text{ A}$$

επομένως, $V_g = \frac{-8 \text{ A}}{4} = -2 \text{ A}$



(συνεχίζεται ...)

Λύση (. . . συνέχεια)

(β) Η ισχύς της πηγής ρεύματος 8 A είναι

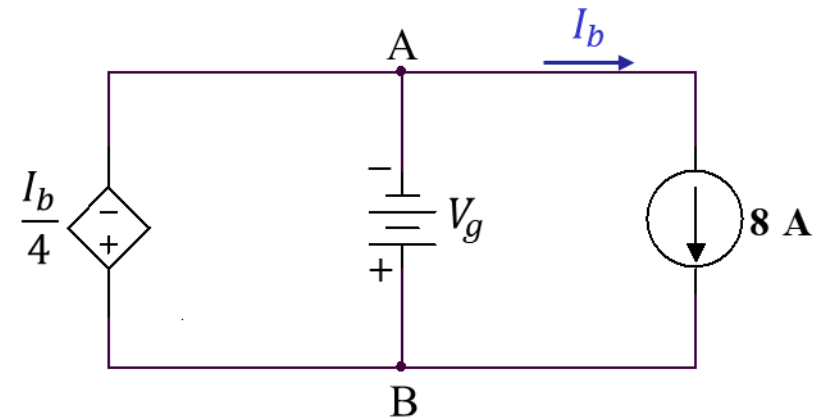
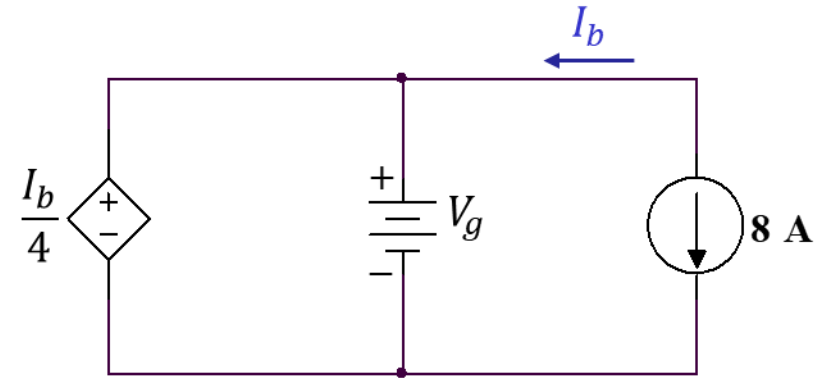
$$P_{8A} = V \cdot I$$

$$P_{8A} = V_g \cdot (8 \text{ A})$$

$$P_{8A} = (-2 \text{ V})(8 \text{ A}) = -16 \text{ W}$$

δηλαδή, η πηγή 8 A παράγει ισχύ 16 W.

Αυτό φαίνεται καλύτερα αν ξανασχεδιάσουμε το κύκλωμα με τις πραγματικές πολικότητες των τάσεων των πηγών και τη φορά του ρεύματος.



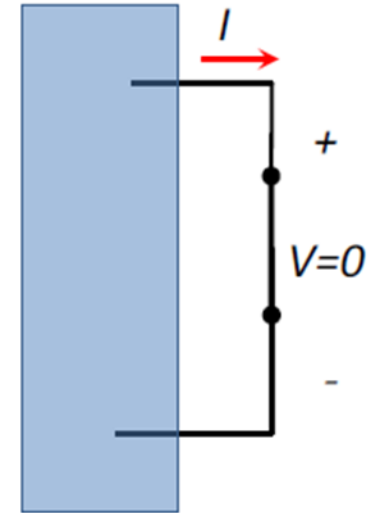
Ειδικές περιπτώσεις συνδεσμολογίας αντιστάσεων

Βραχυκύκλωμα

Short Circuit (SC)

Το βραχυκύκλωμα μπορεί να θεωρηθεί ως ωμική αντίσταση μηδενικής τιμής ($R \approx 0$) ή άπειρης αγωγιμότητας ($G \rightarrow \infty$).

- Η τάση στα άκρα του βραχυκυκλώματος είναι πάντα μηδέν, $V = 0$ (γιατί;)
- Το ρεύμα I που διαρρέει το βραχυκύκλωμα μπορεί να έχει οποιαδήποτε τιμή, που εξαρτάται από το υπόλοιπο κύκλωμα.



(συνεχίζεται ...)

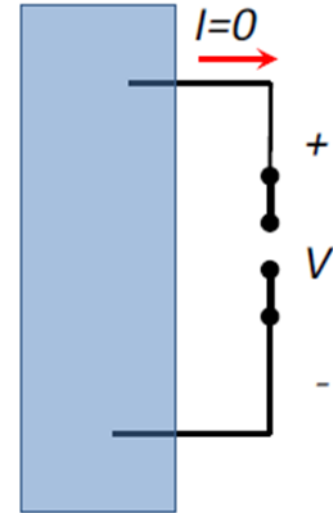
Ειδικές περιπτώσεις συνδεσμολογίας αντιστάσεων (... συνέχεια)

Ανοικτό κύκλωμα (ή ανοικτοκύκλωμα)

Open Circuit (OC)

Το ανοικτοκύκλωμα μπορεί να θεωρηθεί ως ωμική αντίσταση μηδενικής αγωγιμότητας ($G \approx 0$) ή άπειρης αντίστασης ($R \rightarrow \infty$).

- Το ρεύμα που διαρρέει το ανοικτοκύκλωμα είναι πάντα μηδέν, $I = 0$.
- Η τάση V στα άκρα ενός ανοικτού κυκλώματος μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή που εξαρτάται από το υπόλοιπο κύκλωμα.



(συνεχίζεται ...)

Ειδικές περιπτώσεις συνδεσμολογίας αντιστάσεων (... συνέχεια)

Μετασχηματισμός τριγώνου σε αστέρα (Δ -to- Y)

Delta-to-Wye transformations

Οι συνδεσμολογίες Δ και Y ή τριγώνου και αστέρα (στα ελληνικά) εμφανίζονται σε μια μεγάλη ποικιλία χρήσιμων κυκλωμάτων, όπως οι κινητήρες, οι γεννήτριες και οι γραμμές μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας, όχι μόνο σε κυκλώματα ωμικών αντιστάσεων (που θα δούμε εδώ).

Επομένως, ο μετασχηματισμός Δ σε Y είναι ένα χρήσιμο εργαλείο στην ανάλυση κυκλωμάτων

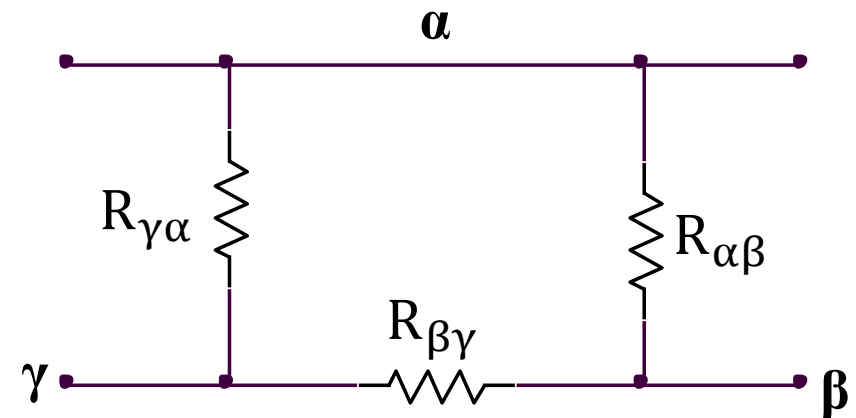
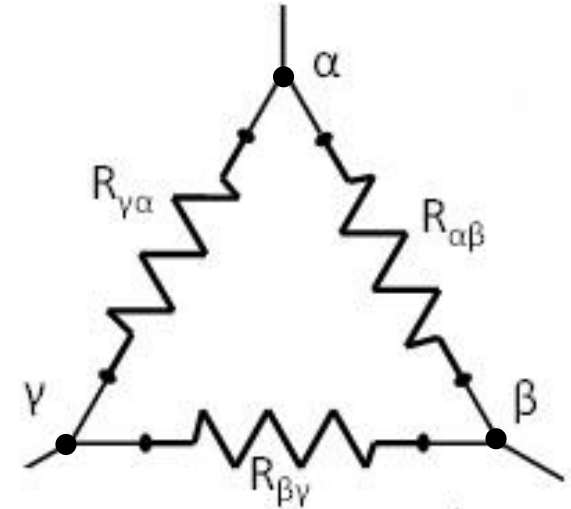
Ειδικές περιπτώσεις συνδεσμολογίας αντιστάσεων (... συνέχεια)

Συνδεσμολογία τριγώνου (Δ)

Delta interconnection

Η συνδεσμολογία των αντιστάσεων $R_{\alpha\beta}$, $R_{\beta\gamma}$ και $R_{\gamma\alpha}$, που φαίνονται στο σχήμα δίπλα, ονομάζεται **συνδεσμολογία Δέλτα (Δ)** ή **Τριγώνου** διότι μοιάζει με το ελληνικό γράμμα Δ (ή με τρίγωνο).

Η συνδεσμολογία Δ αναφέρεται και ως συνδεσμολογία **πι (π)** (pi interconnection) διότι το Δ μπορεί να διαμορφωθεί σε ένα π χωρίς να επηρεαστούν οι σχέσεις μεταξύ των αντιστάσεων.



(συνεχίζεται ...)

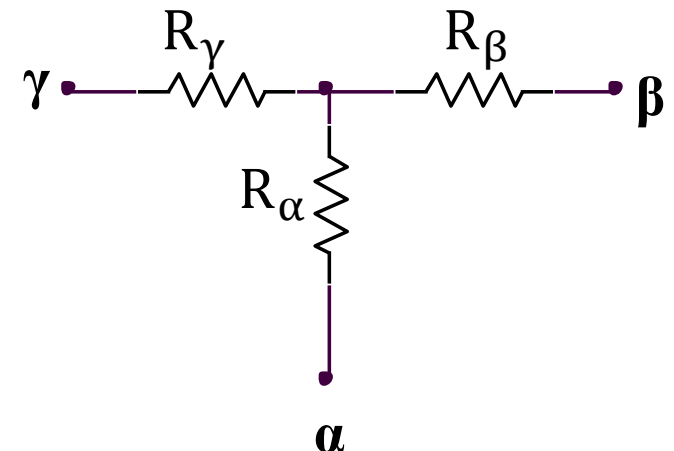
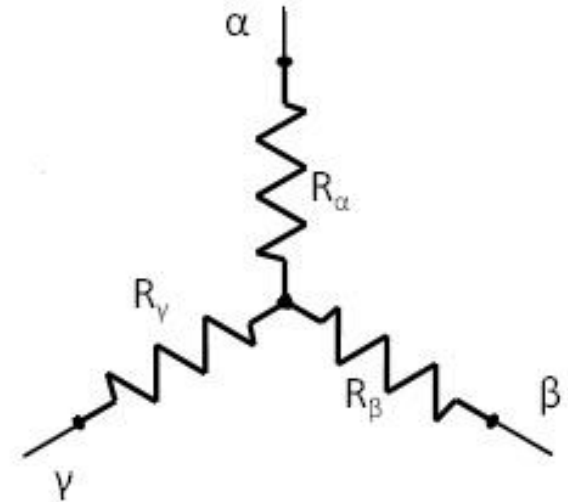
Ειδικές περιπτώσεις συνδεσμολογίας αντιστάσεων (... συνέχεια)

Συνδεσμολογία αστέρα (Y)

Wye interconnection

Η συνδεσμολογία των αντιστάσεων R_α , R_β και R_γ , που φαίνονται στο σχήμα δίπλα, ονομάζεται **συνδεσμολογία Αστέρα (Y)** διότι έχει το σχήμα αστέρα ή συνδεσμολογία Wye, διότι μοιάζει με το γράμμα Y.

Η συνδεσμολογία Y αναφέρεται συχνά και ως συνδεσμολογία **ταυ (τ)** (tee interconnection) διότι το Y μπορεί να διαμορφωθεί σε ένα T χωρίς να επηρεαστούν οι σχέσεις μεταξύ των αντιστάσεων.



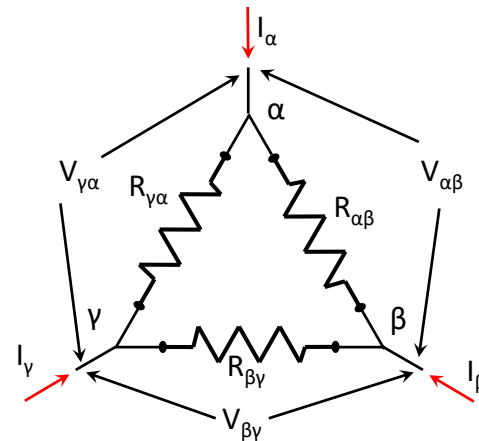
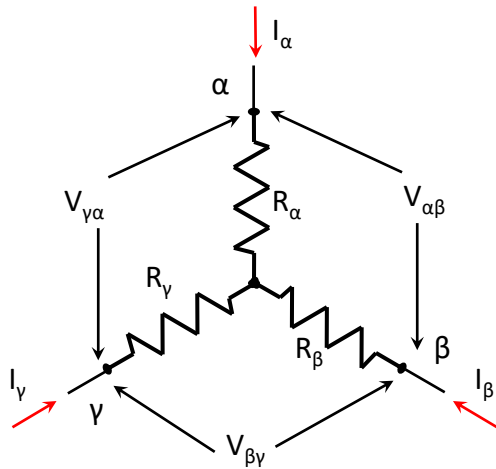
(συνεχίζεται ...)

Ειδικές περιπτώσεις συνδεσμολογίας αντιστάσεων (... συνέχεια)

Ισοδυναμία τριγώνου-αστέρα (Δ-to-Y)

Delta-to-Wye equivalent circuits

Τρεις αντιστάσεις σε συνδεσμολογία αστέρα μπορούν να αντικατασταθούν από μια ισοδύναμη συνδεσμολογία τριγώνου. Οι τιμές των αντιστάσεων του τριγώνου είναι:



$$R_{\alpha\beta} = \frac{R_{\alpha} \cdot R_{\beta} + R_{\beta} \cdot R_{\gamma} + R_{\gamma} \cdot R_{\alpha}}{R_{\gamma}}$$

$$R_{\beta\gamma} = \frac{R_{\alpha} \cdot R_{\beta} + R_{\beta} \cdot R_{\gamma} + R_{\gamma} \cdot R_{\alpha}}{R_{\alpha}}$$

$$R_{\gamma\alpha} = \frac{R_{\alpha} \cdot R_{\beta} + R_{\beta} \cdot R_{\gamma} + R_{\gamma} \cdot R_{\alpha}}{R_{\beta}}$$

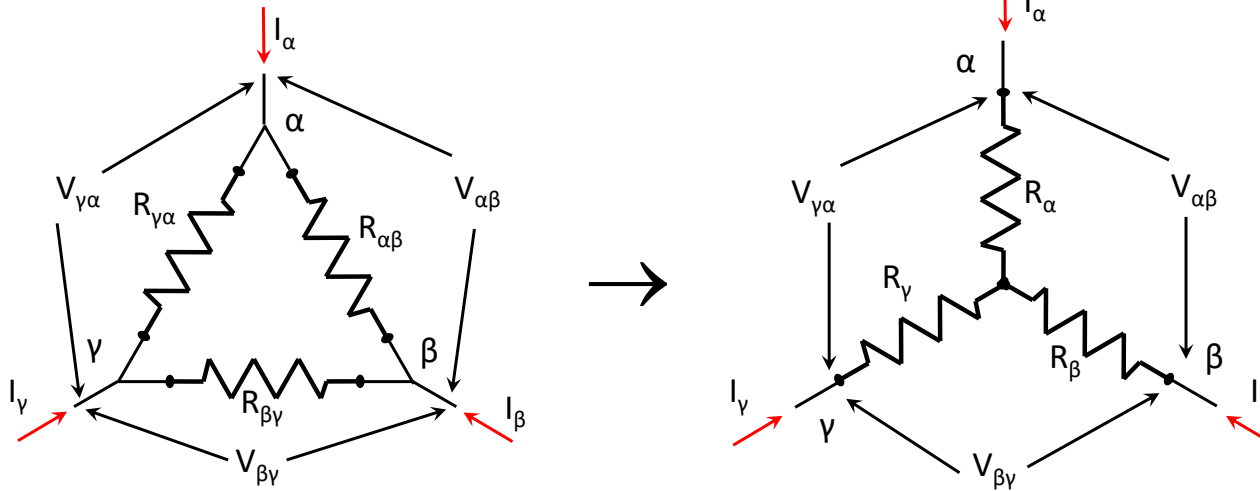
(συνεχίζεται ...)

Ειδικές περιπτώσεις συνδεσμολογίας αντιστάσεων (... συνέχεια)

Ισοδυναμία τριγώνου-αστέρα (Δ-to-Y)

Delta-to-Wye equivalent circuits

Τρεις αντιστάσεις σε συνδεσμολογία αστέρα μπορούν να αντικατασταθούν από μια ισοδύναμη συνδεσμολογία τριγώνου. Οι τιμές των αντιστάσεων του τριγώνου είναι:



$$R_{\alpha} = \frac{R_{\alpha\beta} \cdot R_{\gamma\alpha}}{R_{\alpha\beta} + R_{\beta\gamma} + R_{\gamma\alpha}}$$

$$R_{\beta} = \frac{R_{\beta\gamma} \cdot R_{\alpha\beta}}{R_{\alpha\beta} + R_{\beta\gamma} + R_{\gamma\alpha}}$$

$$R_{\gamma} = \frac{R_{\gamma\alpha} \cdot R_{\beta\gamma}}{R_{\alpha\beta} + R_{\beta\gamma} + R_{\gamma\alpha}}$$

Αν οι αντιστάσεις του τριγώνου είναι ίσες: $R_Y = \frac{R_{\Delta}}{3}$

Παράδειγμα 3-2 (Παράδειγμα 3.1, σελ. 63, Κ. Παπαδόπουλου “Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων”)

Να βρεθεί η ισχύς που παρέχουν ή καταναλώνουν οι δύο πηγές ρεύματος του κυκλώματος (Σχήμα 3-14, σελ. 63, Κ. Παπαδόπουλου “Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων”)

Λύση

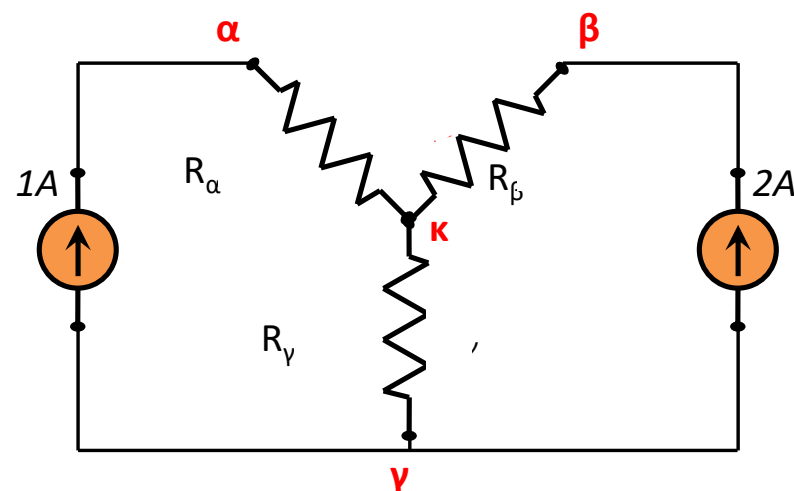
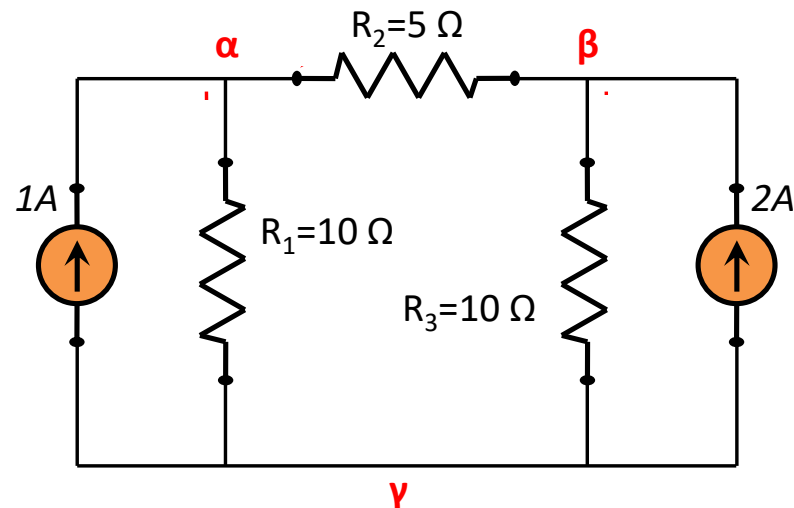
Οι τρεις αντιστάσεις R_1 , R_2 και R_3 σχηματίζουν τρίγωνο (ή πι).

Μετατρέπουμε το τρίγωνο σε δέλτα (αστέρα)

$$R_\alpha = \frac{R_{\alpha\beta} \cdot R_{\gamma\alpha}}{R_{\alpha\beta} + R_{\beta\gamma} + R_{\gamma\alpha}} = \frac{5 \cdot 10}{5 + 10 + 10} = 2 \Omega$$

$$R_\beta = \frac{R_{\beta\gamma} \cdot R_{\alpha\beta}}{R_{\alpha\beta} + R_{\beta\gamma} + R_{\gamma\alpha}} = \frac{10 \cdot 5}{5 + 10 + 10} = 2 \Omega$$

$$R_\gamma = \frac{R_{\gamma\alpha} \cdot R_{\beta\gamma}}{R_{\alpha\beta} + R_{\beta\gamma} + R_{\gamma\alpha}} = \frac{10 \cdot 10}{5 + 10 + 10} = 4 \Omega$$



(συνεχίζεται ...)

Λύση (. . . συνέχεια)

Για να βρούμε την ισχύ των πηγών πρέπει να υπολογίσουμε τις τάσεις.

Από το νόμο του Ohm στις αντιστάσεις R_α , R_β και R_γ του αστέρα, έχουμε:

$$V_{\alpha\kappa} = I_\alpha \cdot R_\alpha = (1 \text{ A})(2 \Omega) = 2 \text{ V}$$

$$V_{\beta\kappa} = I_\beta \cdot R_\beta = (2 \text{ A})(2 \Omega) = 4 \text{ V}$$

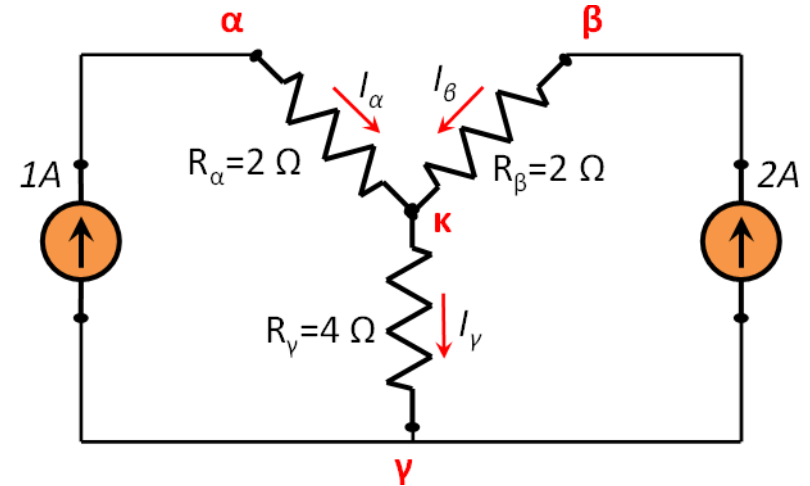
$$V_{\kappa\gamma} = I_\gamma \cdot R_\gamma = (I_\alpha + I_\beta) \cdot R_\gamma = (3 \text{ A})(4\Omega) = 12 \text{ V}$$

$$\text{Επομένως, } V_{\alpha\gamma} = V_{\alpha\kappa} + V_{\kappa\gamma} = 2 + 12 = 14 \text{ V}$$

$$\text{και } V_{\beta\gamma} = V_{\beta\kappa} + V_{\kappa\gamma} = 4 + 12 = 16 \text{ V}$$

Οπότε η ισχύς της πηγής ρεύματος 1 A, είναι $P_{1A} = V_{\alpha\gamma} \cdot 1\text{A} = (14 \text{ V})(1 \text{ A}) = \mathbf{14 \text{ W}}$

και η ισχύς της πηγής ρεύματος 2 A, είναι $P_{2A} = V_{\beta\gamma} \cdot 2\text{A} = (16 \text{ V})(2 \text{ A}) = \mathbf{32 \text{ W}}$



Διαιρέτης τάσης

(Voltage divider)

Συχνά, ιδιαίτερα σε ηλεκτρονικά κυκλώματα, είναι απαραίτητο να παρέχουμε περισσότερες από μια τάσεις από μια απλή πηγή τάσης τροφοδοσίας.

Ένας τρόπος να το πετύχουμε αυτό είναι με ένα κύκλωμα διαιρέτη τάσης (voltage-divider circuit).

Διαιρέτης τάσης είναι ένα κύκλωμα αντιστάσεων σε σειρά.

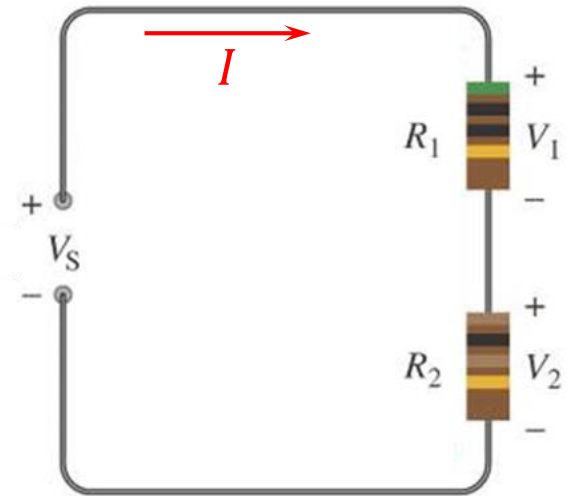
Το κύκλωμα αναλύεται εφαρμόζοντας το νόμο του Ohm και το νόμο τάσεων του Kirchhoff αφού, πρώτα, εισάγουμε το ρεύμα I στο κύκλωμα.

Από το νόμο των τάσεων του Kirchhoff βρίσκουμε το ρεύμα

$$V_S = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 \Rightarrow I = \frac{V_S}{R_1 + R_2}$$

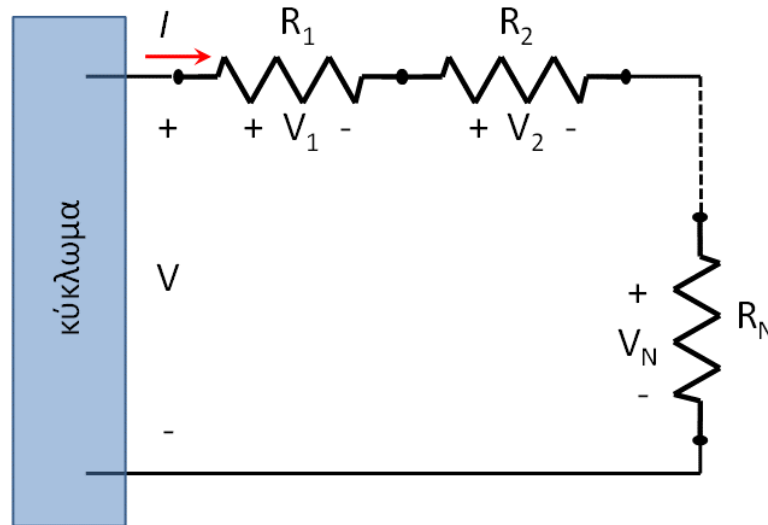
Με εφαρμογή του νόμου του Ohm, υπολογίζουμε τις τάσεις V_1 και V_2 στα άκρα των αντιστάσεων σε σειρά

$$V_1 = I \cdot R_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_S \quad \text{και} \quad V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_S$$



Διαιρέτης τάσης (. . . συνέχεια)

Η γενική μορφή του διαιρέτη τάσης για N αντιστάσεις.



$$V_i = \frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_N} \cdot V$$

ή

$$V_i = \frac{R_i}{R_T} \cdot V$$

Παράδειγμα 3-3

Χρησιμοποιώντας τον τύπο του διαιρέτη τάσης, υπολογίστε την πτώση τάσης στα άκρα κάθε αντιστάτη στο κύκλωμα της παρακάτω εικόνας.

Λύση

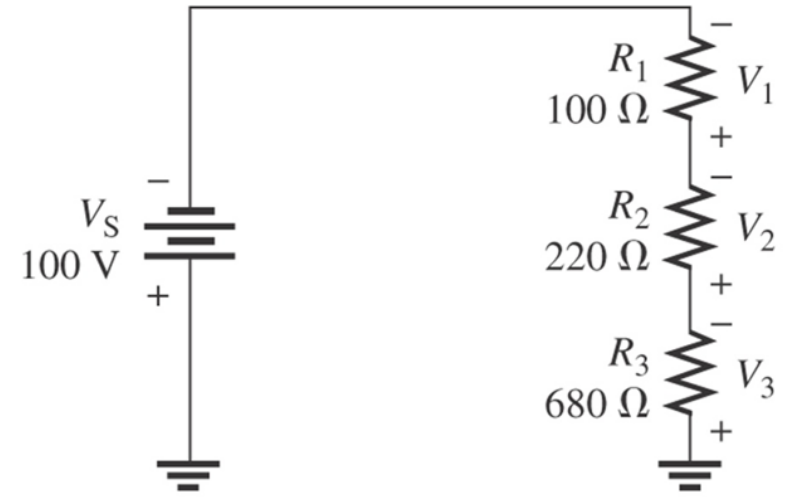
$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 = 100 + 220 + 680 = 1000 \, \Omega$$

επομένως

$$V_1 = \frac{R_1}{R_T} \cdot 100V = \frac{100}{1000} \cdot 100V \Rightarrow V_1 = 10 \, V$$

$$V_2 = \frac{R_2}{R_T} \cdot 100V = \frac{220}{1000} \cdot 100V \Rightarrow V_2 = 22 \, V$$

$$V_3 = \frac{R_3}{R_T} \cdot 100V = \frac{680}{1000} \cdot 100V \Rightarrow V_3 = 68 \, V$$



Παράδειγμα 3-4 (Παράδειγμα 3.2, σελ. 72, J.W. Nilsson & S.A. Riedel “Electric Circuits” ISBN 0-13-127760-X, Pearson)

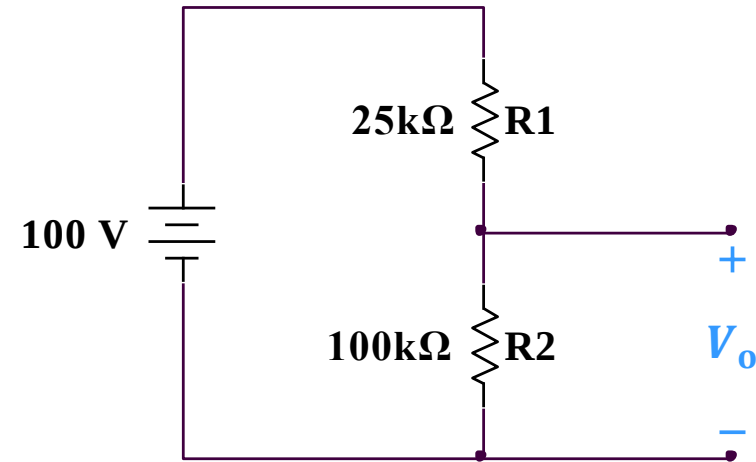
Οι αντιστάσεις που χρησιμοποιούνται στο κύκλωμα διαιρέτη τάσης, που φαίνεται παρακάτω, έχουν ανοχή $\pm 10\%$. Βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της τάσης V_o .

Λύση

Από τον τύπο του διαιρέτη τάσης για τις δύο αντιστάσεις

$$V_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot 100V$$

τη μέγιστη τιμή της V_o έχουμε όταν η R_2 είναι 10% μεγαλύτερη από την ονομαστική της τιμή και η R_1 είναι 10% μικρότερη (γιατί;)



$$R_2 = 100 \text{ k}\Omega + 10\% \cdot 100 \text{ k}\Omega = 100 \text{ k}\Omega + 10 \text{ k}\Omega = 110 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = 25 \text{ k}\Omega - 10\% \cdot 25 \text{ k}\Omega = 25 \text{ k}\Omega - 2.5 \text{ k}\Omega = 22.5 \text{ k}\Omega$$

Συνεπώς,

$$V_o(max) = \frac{110 \text{ k}\Omega}{22.5 \text{ k}\Omega + 110 \text{ k}\Omega} \cdot 100V = 83.02 \text{ V}$$

(συνεχίζεται ...)

Λύση (. . . συνέχεια)

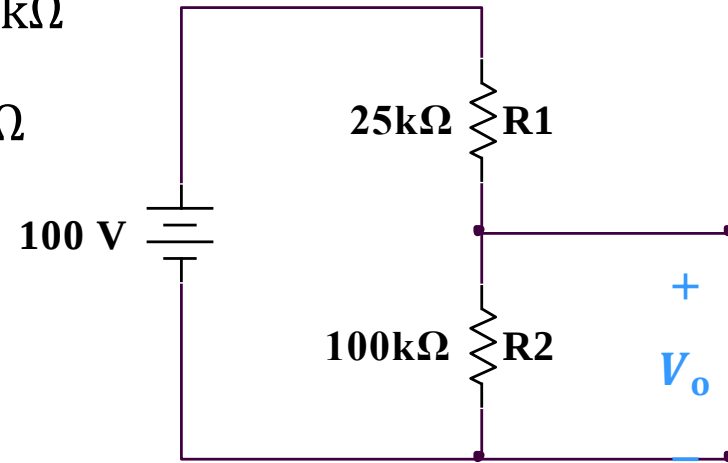
Την ελάχιστη τιμή της V_o έχουμε όταν η R_2 είναι 10% μικρότερη από την ονομαστική της τιμή και η R_1 10% μεγαλύτερη,

$$R_2 = 100 \text{ k}\Omega - 10\% \cdot 100 \text{ k}\Omega = 100 \text{ k}\Omega - 10 \text{ k}\Omega = 90 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = 25 \text{ k}\Omega + 10\% \cdot 25 \text{ k}\Omega = 25 \text{ k}\Omega + 2.5 \text{ k}\Omega = 27.5 \text{ k}\Omega$$

Συνεπώς,

$$V_o(\min) = \frac{90 \text{ k}\Omega}{27.5 \text{ k}\Omega + 90 \text{ k}\Omega} \cdot 100 \text{ V} = 76.60 \text{ V}$$



Χρησιμοποιώντας αντιστάσεις με ανοχή 10% σε αυτό το διαιρέτη τάσης, καταλαβαίνουμε ότι η τιμή της τάσης εξόδου V_o θα είναι μεταξύ 76.60 και 83.02 V.

Παράδειγμα 3-5 (Παράδειγμα 3.2, σελ. 66, Κ. Παπαδόπουλου “Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων”)

Στο κύκλωμα του σχήματος υπολογίστε όλες τις τάσεις και τα ρεύματα (Σχήμα 3-17, σελ. 66, Κ. Παπαδόπουλου “Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων”)

Λύση

Απλοποιούμε το κύκλωμά μας αντικαθιστώντας τις δύο παράλληλες αντιστάσεις R_2 και R_3 με την ισοδύναμή τους $R_{2,3}$:

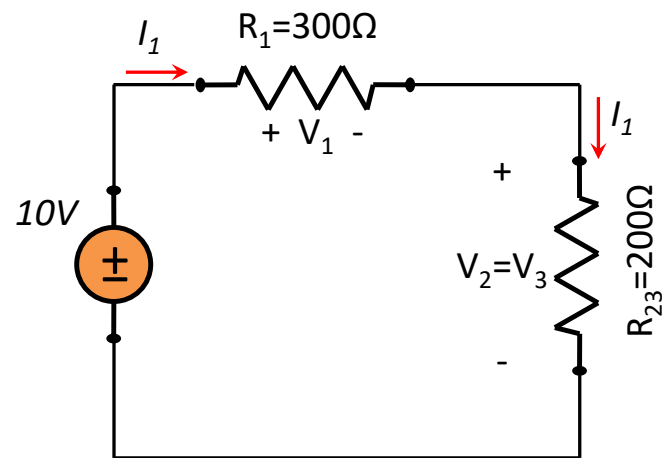
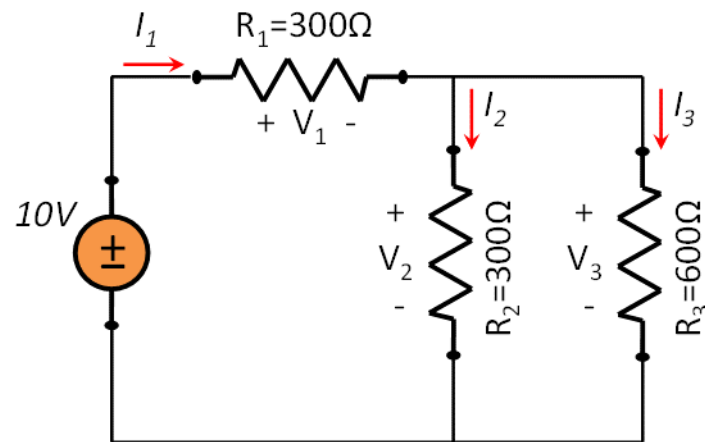
$$R_{2,3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{300 \cdot 600}{300 + 600} = 200 \Omega$$

Στο ισοδύναμο κύκλωμα μπορούμε να εφαρμόσουμε τη σχέση του διαιρέτη τάσης για να βρούμε τις δύο τάσεις του κυκλώματος:

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_{2,3}} \cdot 10V = \frac{300}{300 + 200} \cdot 10V \Rightarrow V_1 = 6V$$

και

$$V_2 = V_3 = \frac{R_{2,3}}{R_1 + R_{2,3}} \cdot V = \frac{200}{300 + 200} \cdot 10V \Rightarrow V_2 = 4V$$



(συνεχίζεται ...)

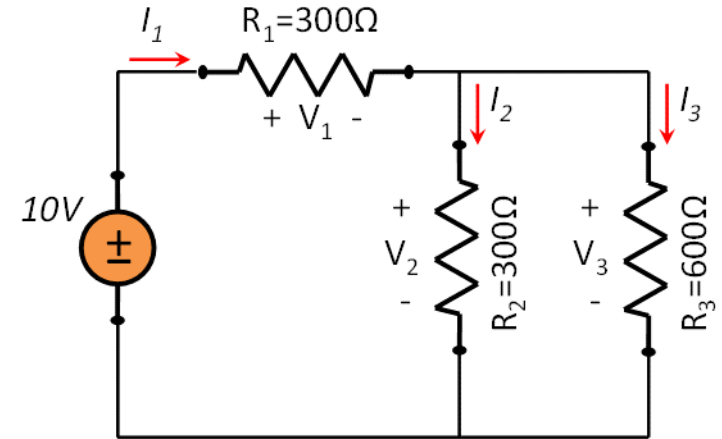
Λύση (. . . συνέχεια)

Τα ρεύματα στις αντιστάσεις υπολογίζονται από το νόμο του Ohm:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{6\text{ V}}{300\ \Omega} = 0.02\text{ V} = \mathbf{20\text{ mA}}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{4\text{ V}}{300\ \Omega} = 0.0133\text{ V} = \mathbf{13.3\text{ mA}}$$

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{4\text{ V}}{600\ \Omega} = 0.0067\text{ V} = \mathbf{6.7\text{ mA}}$$



Παράδειγμα 3-6 (Παράδειγμα 3.3, σελ. 67, Κ. Παπαδόπουλου
“Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων”)

Στο κύκλωμα του σχήματος υπολογίστε τις τάσεις V_x και V_y
(Σχήμα 3-19, σελ. 67, Κ. Παπαδόπουλου “Ανάλυση ηλεκτρικών
κυκλωμάτων”)

Λύση

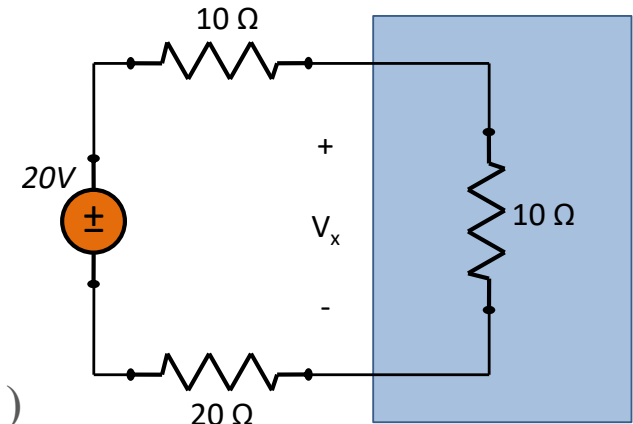
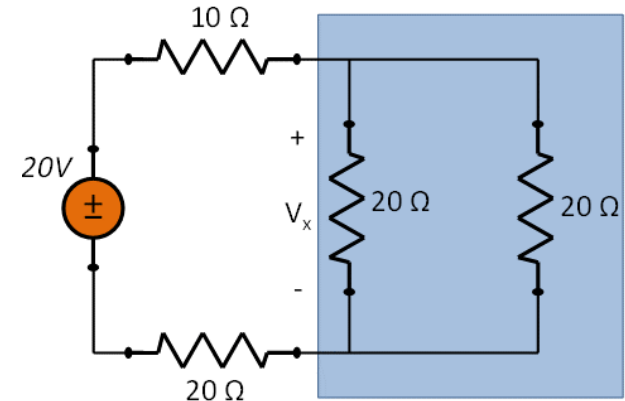
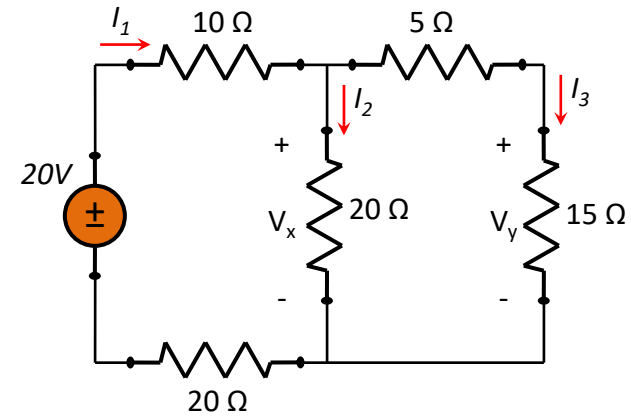
Οι αντιστάσεις $5\ \Omega$ και $15\ \Omega$, συνδεδεμένες σε σειρά,
μπορούν να αντικατασταθούν με μία ισοδύναμη τιμής $20\ \Omega$
η οποία συνδέεται παράλληλα στην άλλη αντίσταση των $20\ \Omega$.

Οι δύο παράλληλες αντιστάσεις των $20\ \Omega$ μπορούν να
αντικατασταθούν με μία ισοδύναμη αντίσταση τιμής $10\ \Omega$.
Η τάση στα άκρα της αντίστασης των $10\ \Omega$ είναι η
ζητούμενη τάση V_x .

Από τον τύπο του διαιρέτη τάσης, έχουμε

$$V_x = \frac{10}{10 + 10 + 20} \cdot 20V = \frac{10}{40} \cdot 20V \Rightarrow V_x = 5V$$

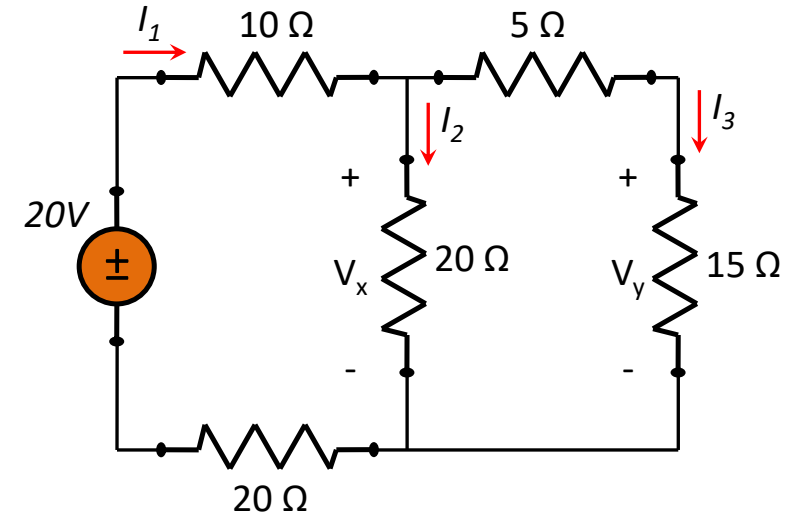
(συνεχίζεται ...)



Λύση (. . . συνέχεια)

Επανερχόμενοι στο αρχικό κύκλωμα, μπορούμε να υπολογίσουμε την ζητούμενη τάση V_y εφαρμόζοντας πάλι τον τύπο του διαιρέτη τάσης στις εν σειρά αντιστάσεις των 5 και 15 Ω .

$$V_y = \frac{15}{5 + 15} \cdot V_x = \frac{15}{20} \cdot 5V \Rightarrow V_y = 3.75 V$$



Γνωρίζοντας τις τάσεις, τα ρεύματα του κυκλώματος υπολογίζονται εύκολα από το νόμο του Ohm:

$$I_2 = \frac{V_x}{20 \Omega} = \frac{5}{20} = 0.25 A = \mathbf{250 mA}$$

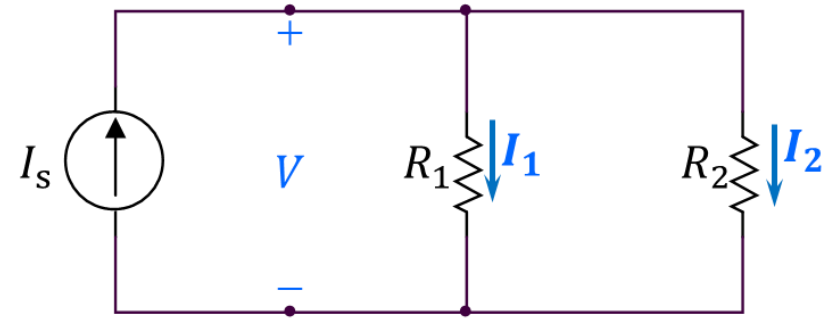
$$I_3 = \frac{V_y}{15 \Omega} = \frac{3.75}{15} = 0.25 A = \mathbf{250 mA}$$

$$I_1 = I_2 + I_3 = 0.25 A + 0.25 A = 0.5 A = \mathbf{500 mA}$$

Διαιρέτης ρεύματος (Current divider)

Το κύκλωμα διαιρέτη ρεύματος (current-divider circuit) αποτελείται από δύο αντιστάσεις συνδεδεμένες παράλληλα στα άκρα μιας πηγής ρεύματος.

Ο διαιρέτης ρεύματος σχεδιάζεται ώστε να διαιρεί το ρεύμα I_s μεταξύ των αντιστάσεων R_1 και R_2 .



Από το νόμο του Ohm για την αντίσταση έχουμε $V = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 \Rightarrow V = I_s \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

Επομένως,

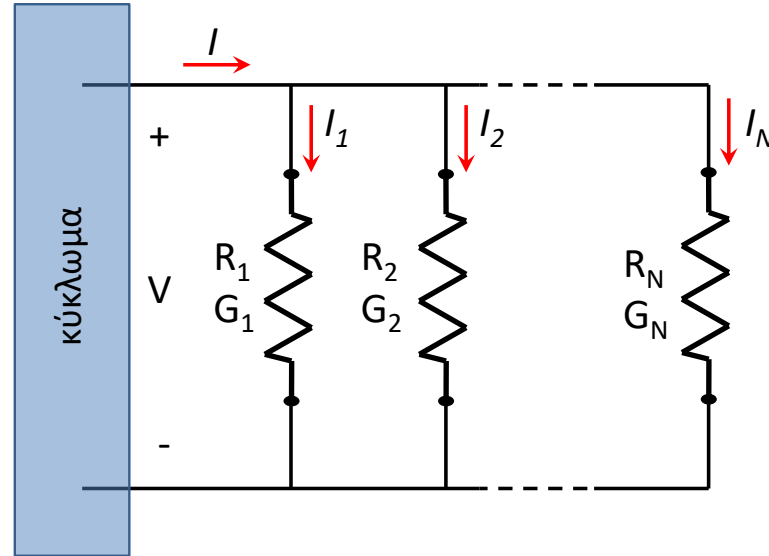
$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_s$$

και

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I_s$$

Διαιρέτης ρεύματος (. . . συνέχεια)

Η γενική μορφή του διαιρέτη ρεύματος για N κλάδους αντιστάσεων.



$$I_i = V \cdot G_i = \frac{I}{G_1 + G_2 + \dots + G_N} \cdot G_i$$

$$\text{Όμως, } V = I \cdot R_T = \frac{I}{G_T} = \frac{I}{G_1 + G_2 + \dots + G_N}$$

$$\text{Άρα, } I_i = \frac{G_i}{G_T} \cdot I = \frac{G_i}{G_1 + G_2 + \dots + G_N} \cdot I \quad \text{ή} \quad I_i = \frac{R_T}{R_i} \cdot I$$

Παράδειγμα 3-8 (Παράδειγμα 3.4, σελ. 70, Κ. Παπαδόπουλου
“Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων”)

Στο κύκλωμα του σχήματος υπολογίστε όλες τις τάσεις και τα ρεύματα (Σχήμα 3-25, σελ. 70, Κ. Παπαδόπουλου
“Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων”)

Λύση

Η ολική αντίσταση του κυκλώματος είναι

$$R_{O\Lambda} = R_1 + R_{2,3} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 300 + \frac{300 \cdot 600}{300 + 600} = 500 \Omega$$

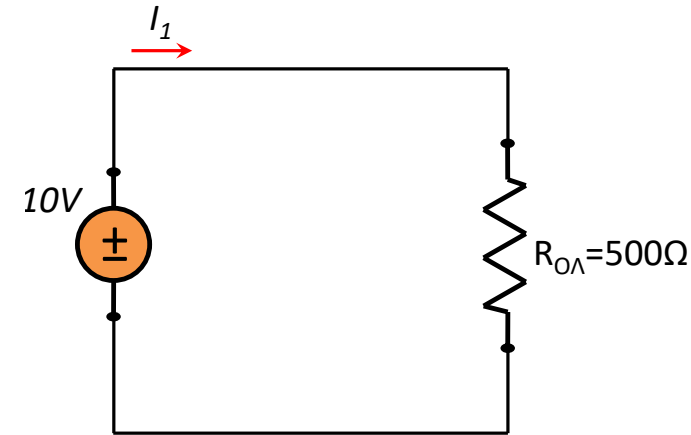
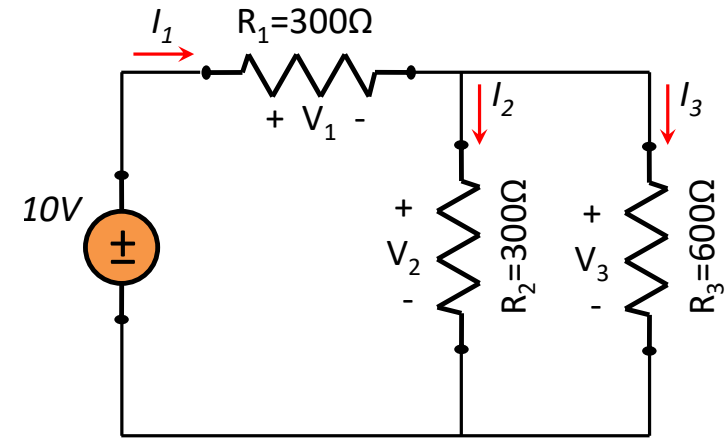
Το ρεύμα που δίνει η πηγή είναι

$$I_1 = \frac{V}{R_{O\Lambda}} = \frac{10 \text{ V}}{500 \Omega} = 0.02 \text{ A} = \mathbf{20 \text{ mA}}$$

Επανερχόμενοι στο αρχικό κύκλωμα, εφαρμόζουμε τη σχέση του διαιρέτη ρεύματος για να υπολογίσουμε τα άλλα δύο ρεύματα I_2 και I_3 .

$$I_2 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot I_1 = \frac{600 \Omega}{300 \Omega + 600 \Omega} \cdot 20 \text{ mA} \Rightarrow I_2 = \frac{600}{900} \cdot 20 \text{ mA} = \mathbf{13.3 \text{ mA}}$$

(συνεχίζεται . . .)



Λύση (. . . συνέχεια)

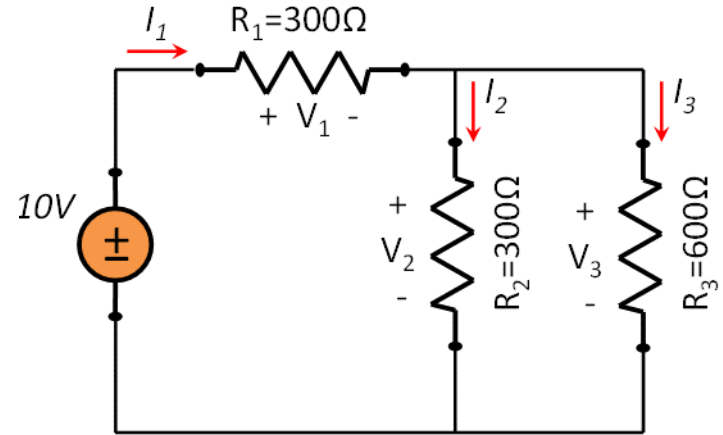
$$I_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \cdot I_1 = \frac{300 \, \Omega}{300 \, \Omega + 600 \, \Omega} \cdot 20 \, mA$$
$$\Rightarrow I_3 = \frac{300}{900} \cdot 20 \, mA = \mathbf{6.7 \, mA}$$

Γνωρίζοντας τα ρεύματα, οι τάσεις βρίσκονται από το νόμο του Ohm στις αντιστάσεις

$$V_1 = I_1 \cdot R_1 = (20 \, mA) \cdot (300 \, \Omega) \Rightarrow \mathbf{V_1 = 6 \, V}$$

$$V_2 = I_2 \cdot R_2 = (13.3 \, mA) \cdot (300 \, \Omega) \Rightarrow \mathbf{V_2 = 4 \, V}$$

$$\mathbf{V_3 = V_2 = 4 \, V}$$



Παράδειγμα 3-9 (Παράδειγμα 3.5, σελ. 71, Κ. Παπαδόπουλου
“Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων”)

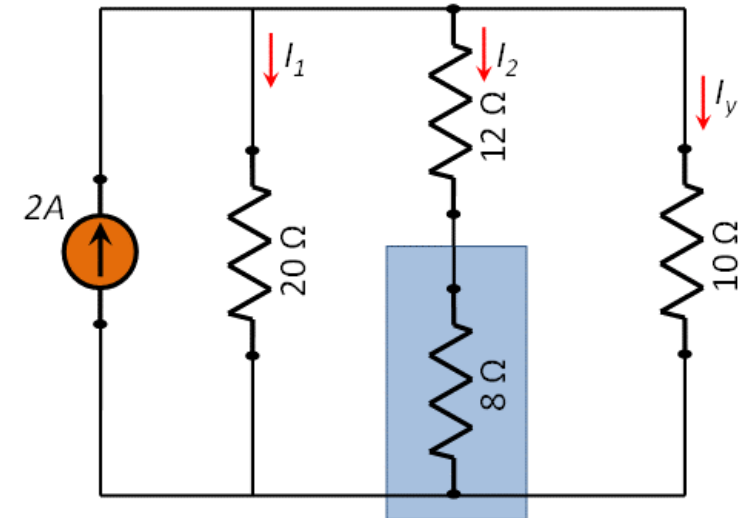
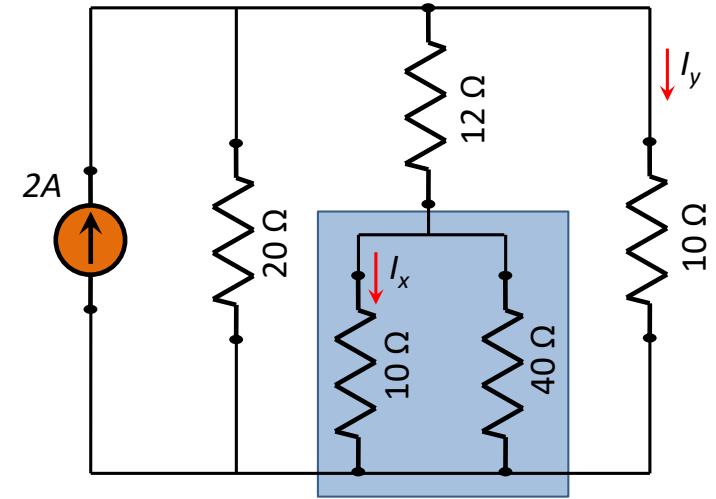
Υπολογίστε το ρεύμα που διαρρέει την κάθε αντίσταση των $10\ \Omega$ στο κύκλωμα του σχήματος (Σχήμα 3-27, σελ. 71, Κ. Παπαδόπουλου “Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων”)

Λύση

Οι αντιστάσεις $10\ \Omega$ και $40\ \Omega$ είναι συνδεδεμένες παράλληλα και μπορούν να αντικατασταθούν από μία ισοδύναμη αντίσταση

$$10 \parallel 40 = \frac{10 \cdot 40}{10 + 40} = \frac{400}{50} = 8\ \Omega$$

Η αντίσταση $8\ \Omega$ είναι σε σειρά με την αντίσταση των $12\ \Omega$, οπότε μπορούν να αντικατασταθούν από μία αντίσταση ίση με $8+12 = 20\ \Omega$.



(συνεχίζεται . . .)

Λύση (. . . συνέχεια)

Μπορούμε να υπολογίσουμε το ζητούμενο ρεύμα I_y , που διαρρέει τη μια αντίσταση $10\ \Omega$, χρησιμοποιώντας τη σχέση του διαιρέτη ρεύματος,

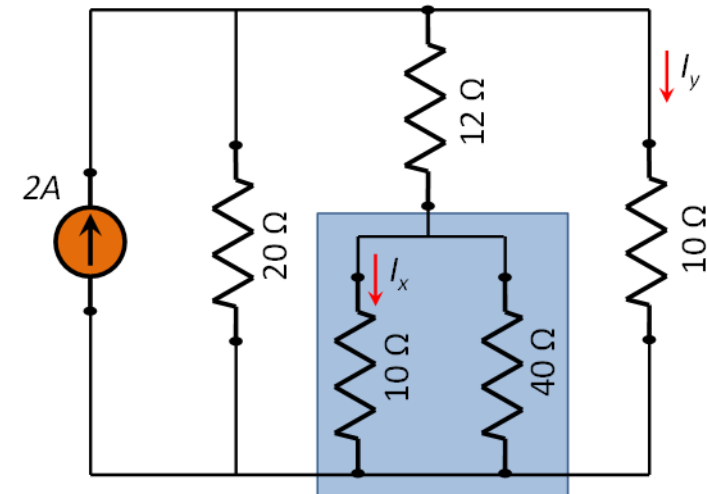
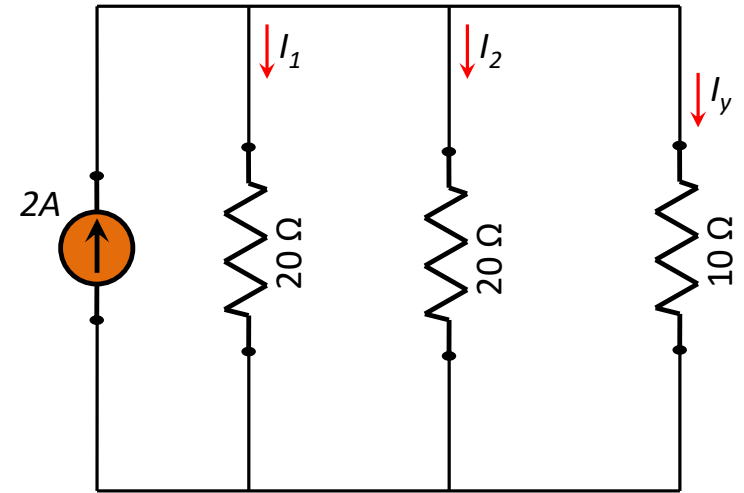
$$I_y = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10}} \cdot 2\text{ A} = \frac{0.1}{0.2} \cdot 2 = 1\text{ A}$$

Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να υπολογίσουμε και το ρεύμα I_2

$$I_2 = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10}} \cdot 2\text{ A} = \frac{0.05}{0.2} \cdot 2 = 0.5\text{ A}$$

Επανερχόμενοι στο αρχικό κύκλωμα, μπορούμε να υπολογίσουμε το ζητούμενο ρεύμα I_x , που διαρρέει την άλλη αντίσταση των $10\ \Omega$, εφαρμόζοντας πάλι τον τύπο του διαιρέτη μεταξύ των δύο αντιστάσεων 10 και $40\ \Omega$

$$I_x = \frac{40}{10 + 40} \cdot I_2 = \frac{40}{50} \cdot 0.5\text{ A} = 0.4\text{ A}$$



Παράδειγμα 3-10 (Παράδειγμα 3.3, σελ. 73, J.W. Nilsson & S.A. Riedel “Electric Circuits” ISBN 0-13-127760-X, Pearson)

Βρείτε την ισχύ που καταναλώνεται στην αντίσταση $6\ \Omega$ που φαίνεται στο κύκλωμα.

Λύση

Πρώτα, πρέπει να υπολογίσουμε το ρεύμα στην αντίσταση $6\ \Omega$ απλοποιώντας το κύκλωμα με βάση τους συνδυασμούς των αντιστάσεων.

Το κύκλωμα απλοποιείται στο σχήμα από κάτω.

Μπορούμε να βρούμε το ρεύμα I_o χρησιμοποιώντας τον τύπο του διαιρέτη ρεύματος

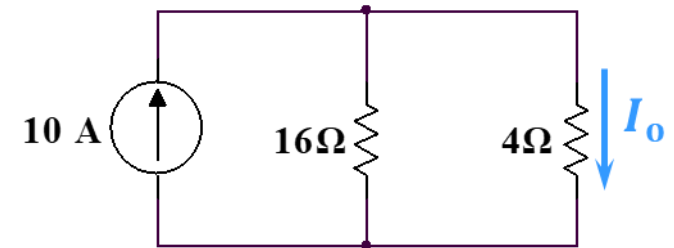
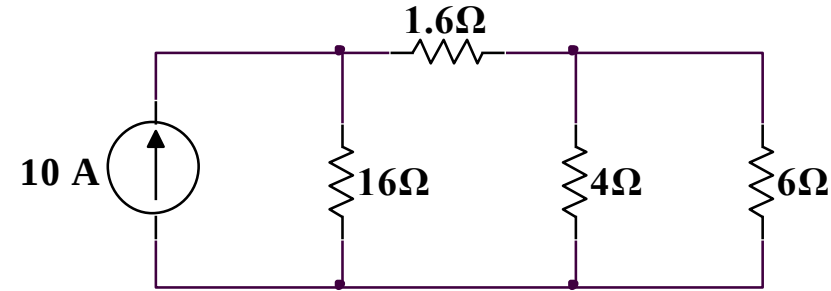
$$I_o = \frac{16}{16 + 4}(10) = 8\text{ A}$$

I_o είναι το ρεύμα στην αντίσταση $1.6\ \Omega$ στο αρχικό κύκλωμα.

Μπορούμε, τώρα, να διαιρέσουμε το ρεύμα I_o μεταξύ των αντιστάσεων $4\ \Omega$ και $6\ \Omega$. Το ρεύμα στην αντίσταση $6\ \Omega$ είναι

$$I_{6\Omega} = \frac{4}{6 + 4}(8) = 3.2\text{ A}$$

και η ισχύς που καταναλώνεται σε αυτήν είναι $P_{6\Omega} = I^2 R = (3.2)^2(6) = \mathbf{61.44\text{ W}}$



Παράδειγμα 3-11 (Παράδειγμα 3.7, σελ. 73, Κ. Παπαδόπουλου “Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων”)

Βρείτε το ρεύμα I_{AB} στο κύκλωμα του σχήματος (Σχήμα 3-31, σελ. 73, Κ. Παπαδόπουλου “Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων”)

Λύση

Οι αντιστάσεις R_1 και R_3 συνδέονται παράλληλα. Η ισοδύναμη αντίσταση είναι:

$$R_{1,3} = R_1 \parallel R_3 = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = \frac{400 \cdot 600}{400 + 600} = 240 \, \Omega$$

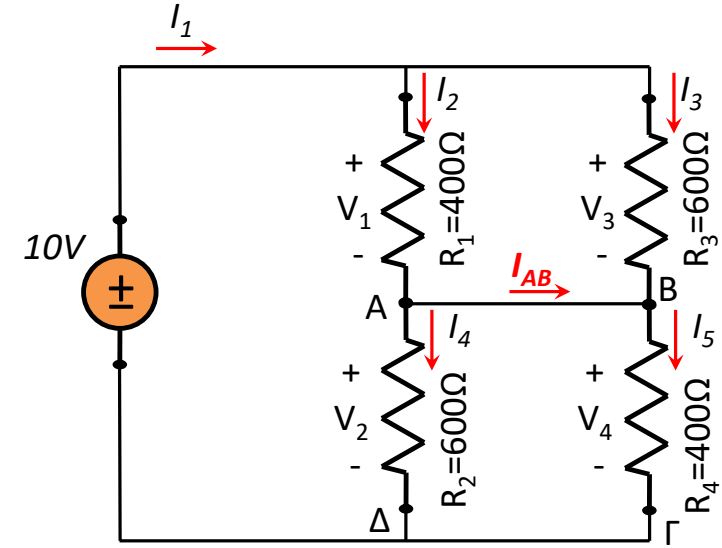
Επίσης, οι αντιστάσεις R_2 και R_4 συνδέονται παράλληλα, οπότε:

$$R_{2,4} = R_2 \parallel R_4 = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} = \frac{600 \cdot 400}{600 + 400} = 240 \, \Omega$$

Οι αντιστάσεις $R_{1,3}$ και $R_{2,4}$ είναι ίσες και είναι συνδεδεμένες εν σειρά, άρα η μισή από την τάση της πηγής αναπτύσσεται στην $R_{1,3}$ και η υπόλοιπη μισή στην $R_{2,4}$.

$$V_1 = V_3 = V_{1,3} = \frac{R_{1,3}}{R_{1,3} + R_{2,4}} \cdot 10 \, V = \frac{240 \, \Omega}{240 \, \Omega + 240 \, \Omega} \cdot 10 \, V = \frac{1}{2} 10 = 5 \, V$$

Συνεπώς, η τάση στα άκρα όλων των αντιστάσεων είναι η ίδια, ίση με 5 Volt.



Λύση (. . . συνέχεια)

Τα ρεύματα που διαρρέουν τις αντιστάσεις υπολογίζονται από το νόμο του Ohm:

$$I_2 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{5\text{ V}}{400\ \Omega} = 0.0125\text{ A} = 12.5\text{ mA}$$

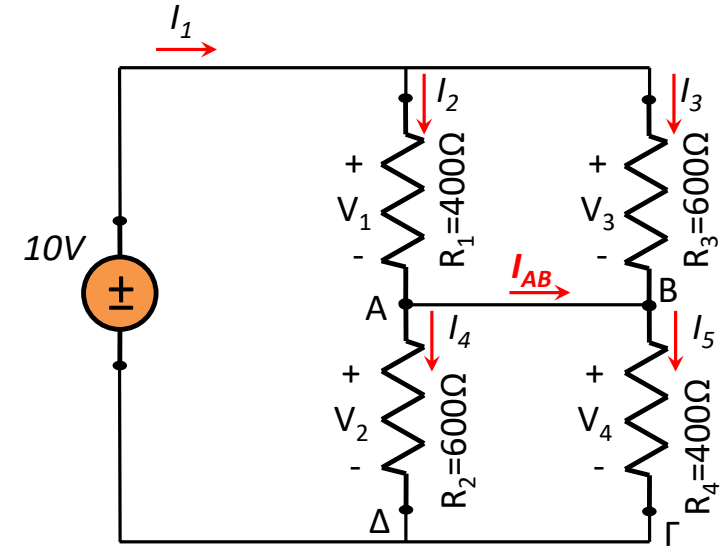
$$I_4 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{5\text{ V}}{600\ \Omega} = 0.0083\text{ A} = 8.3\text{ mA}$$

Από το νόμο των ρευμάτων του Kirchhoff για τον κόμβο A, υπολογίζουμε το ζητούμενο ρεύμα I_{AB}

$$I_2 = I_{AB} + I_4$$

$$\Rightarrow I_{AB} = I_2 - I_4 = 12.5\text{ mA} - 8.3\text{ mA}$$

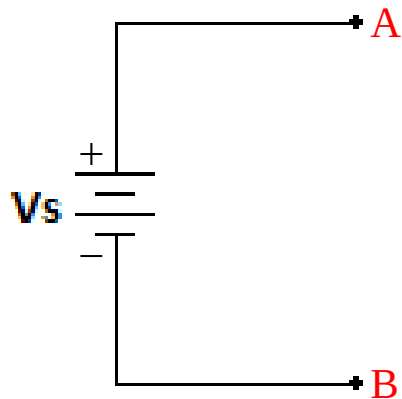
$$\Rightarrow \mathbf{I_{AB} = 4.2\text{ mA}}$$



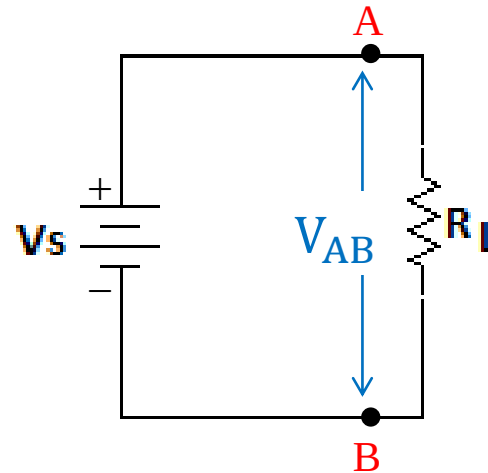
Η dc πηγή τάσης

Η ιδανική πηγή τάσης

- Δεν έχει εσωτερική αντίσταση



(α) Χωρίς φορτίο



(β) Με φορτίο R_L

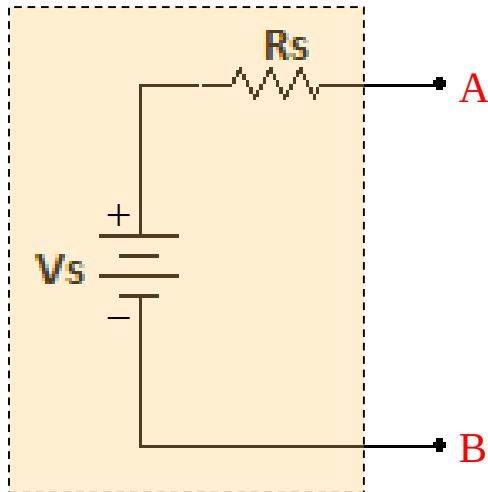
- Η τάση εξόδου V_{AB} ισούται με την ονομαστική τιμή V_S μιας ιδανικής πηγής τάσης

$$V_{AB} = V_S$$

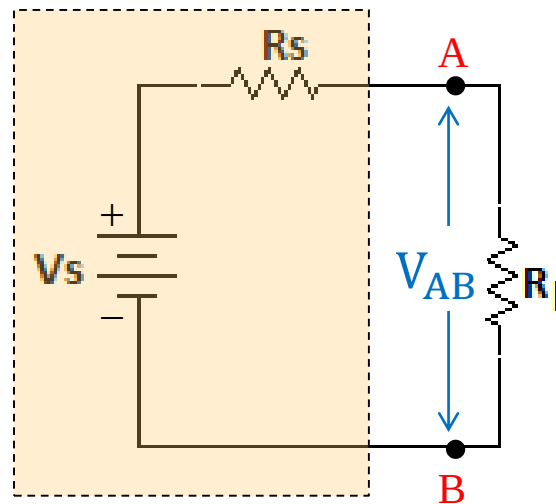
Η dc πηγή τάσης (... συνέχεια)

Η **πραγματική** πηγή τάσης

- Έχει μη μηδενική εσωτερική αντίσταση R_S



(α) Χωρίς φορτίο



(β) Με φορτίο R_L

- Η τάση εξόδου V_{AB} μιας πραγματικής πηγής τάσης είναι μικρότερη από την ονομαστική της τιμή V_S

$$V_{AB} = \left(\frac{R_L}{R_S + R_L} \right) V_S$$

Παράδειγμα 3-12 Υπολογίστε την τάση εξόδου V_{OUT} της πηγής για τις ακόλουθες τιμές R_L : 1.0Ω , 10Ω , 100Ω , 560Ω και $1.0 \text{ k}\Omega$. Τι παρατηρείτε;

Λύση

$$V_{OUT} = V_{AB} = \left(\frac{R_L}{R_S + R_L} \right) V_S$$

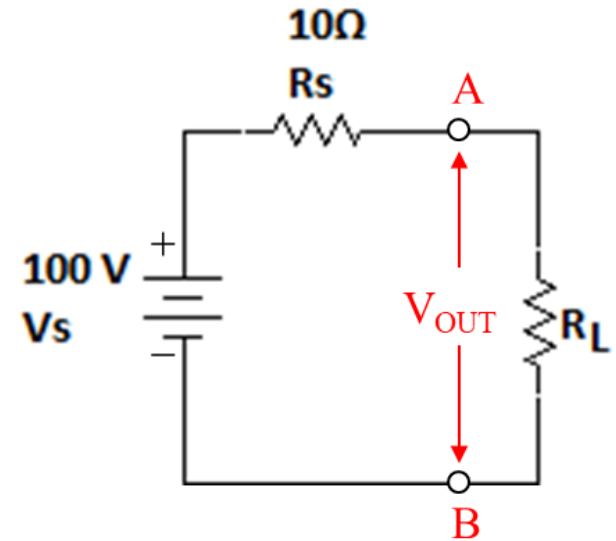
$$\text{Για } R_L = 1.0 \Omega : V_{OUT} = \left(\frac{1.0\Omega}{10\Omega + 1.0\Omega} \right) 100V = \mathbf{9.1 V}$$

$$\text{Για } R_L = R_S = 10 \Omega : V_{OUT} = \left(\frac{10\Omega}{10\Omega + 10\Omega} \right) 100V = \mathbf{50 V}$$

$$\text{Για } R_L = 100 \Omega : V_{OUT} = \left(\frac{100\Omega}{10\Omega + 100\Omega} \right) 100V = \mathbf{91 V}$$

$$\text{Για } R_L = 560 \Omega : V_{OUT} = \left(\frac{560\Omega}{10\Omega + 560\Omega} \right) 100V = \mathbf{98 V}$$

$$\text{Για } R_L = 1000 \Omega : V_{OUT} = \left(\frac{1000\Omega}{10\Omega + 1000\Omega} \right) 100V = \mathbf{99 V}$$

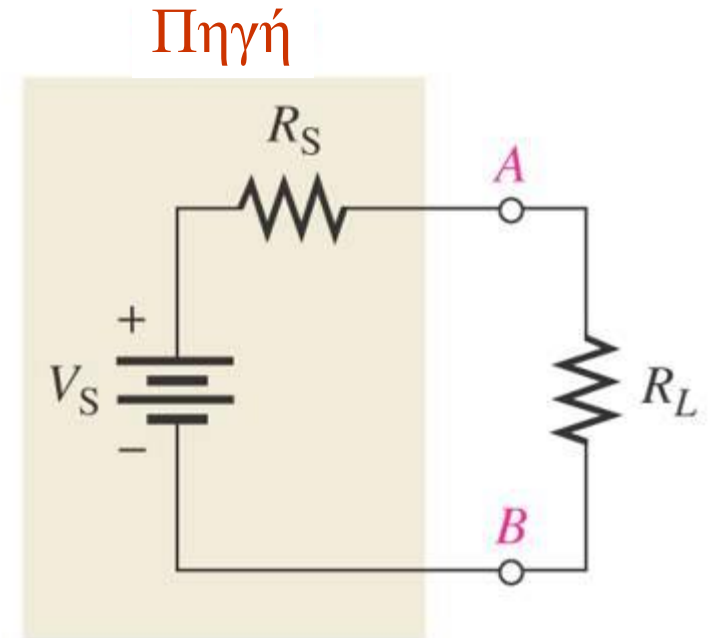


Παρατηρούμε ότι όσο μεγαλύτερο είναι το φορτίο (R_L) σε σχέση με την εσωτερική αντίσταση (R_S) μιας πηγής τάσης τόσο η τάση εξόδου (V_{OUT}) πλησιάζει την ονομαστική της τιμή (V_S).

Το Θεώρημα της Μέγιστης Μεταφοράς Ισχύος

- Η ισχύς P_L , που μεταφέρεται από μια πραγματική πηγή τάσης V_S και εσωτερικής αντίστασης R_S , σε ένα εξωτερικό φορτίο R_L γίνεται μέγιστη όταν $R_L = R_S$.
- Η μέγιστη ισχύς που μεταφέρεται (καταναλώνεται) στο φορτίο δίνεται από τη σχέση

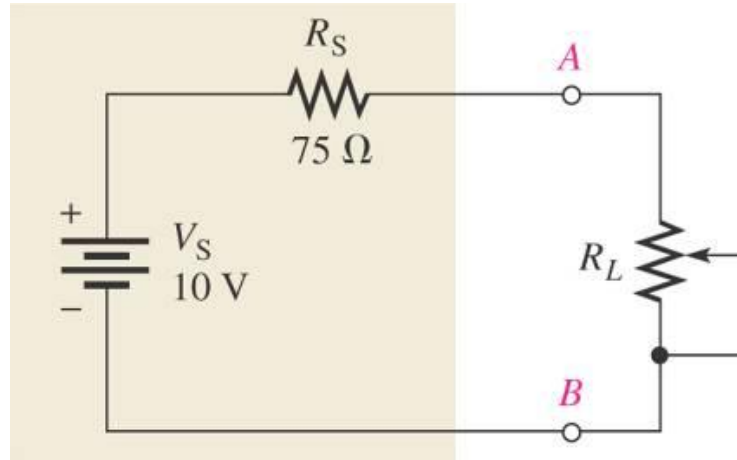
$$P_{L,max} = \frac{V_S^2}{4 \cdot R_L}$$



Θεώρημα μέγιστης μεταφοράς ισχύος: Όταν $R_L = R_S$ έχουμε $P_{L,max} = \frac{V_S^2}{4 \cdot R_L}$

Παράδειγμα 3-13 (α) Προσδιορίστε την ισχύ που μεταφέρεται (καταναλώνεται) στο φορτίο R_L για κάθε μια από τις ακόλουθες τιμές της αντίστασής του: $25\ \Omega$, $50\ \Omega$, $75\ \Omega$, $100\ \Omega$ και $125\ \Omega$

(β) Σχεδιάστε ένα διάγραμμα που να δείχνει την ισχύ του φορτίου ως προς την αντίσταση του φορτίου



Λύση (α) Από το νόμο του Ohm, το ρεύμα στο φορτίο είναι

$$I = \frac{V_S}{R_S + R_L}$$

οπότε, η ισχύς που καταναλώνεται (μεταφέρεται από την πηγή) σε αυτό είναι

$$P_L = I^2 R_L = \left(\frac{V_S}{R_S + R_L} \right)^2 R_L = \frac{R_L}{(R_S + R_L)^2} V_S^2$$

$$\text{Για } R_L = 25\ \Omega, \text{ έχουμε } P_L = \frac{25}{(75+25)^2} 10^2 = 0.25\ \text{W} = 250\ \text{mW}$$

(συνεχίζεται . . .)

Λύση (. . . συνέχεια)

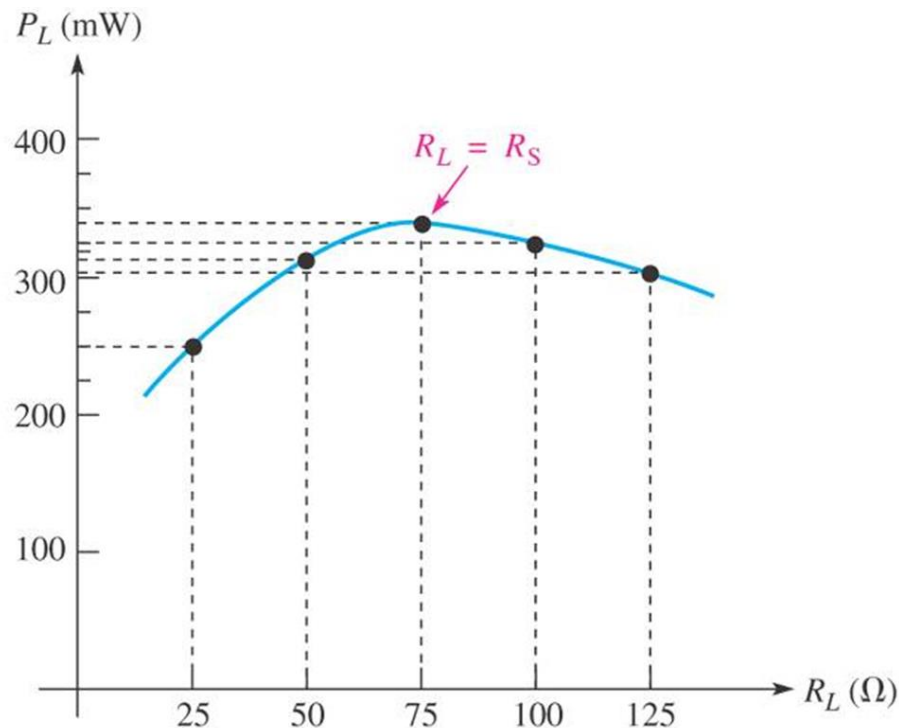
$$\text{Για } R_L = 50 \, \Omega, \text{ έχουμε } P_L = \frac{50}{(75+50)^2} 10^2 = 0.32 \, W = 320 \, mW$$

$$\text{Για } R_L = 75 \, \Omega, \text{ έχουμε } P_L = \frac{75}{(75+75)^2} 10^2 = 0.334 \, W = 334 \, mW$$

$$\text{Για } R_L = 100 \, \Omega, \text{ έχουμε } P_L = \frac{100}{(75+100)^2} 10^2 = 0.326 \, W = 326 \, mW$$

$$\text{Για } R_L = 125 \, \Omega, \text{ έχουμε } P_L = \frac{125}{(75+125)^2} 10^2 = 0.313 \, W = 313 \, mW$$

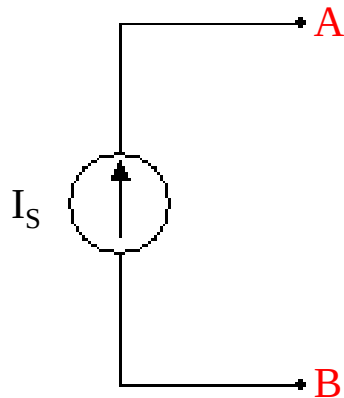
(β) Το διάγραμμα της ισχύος για τις διάφορες τιμές της αντίστασης φορτίου είναι



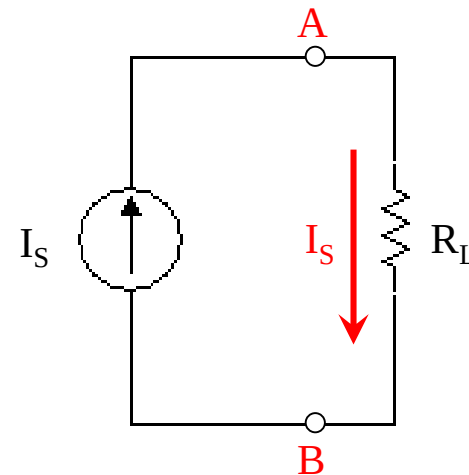
Η πηγή ρεύματος

Η ιδανική πηγή ρεύματος

- Δεν έχει εσωτερική αντίσταση
- Το βέλος δείχνει τη διεύθυνση του ρεύματος της πηγής.



(α) Χωρίς φορτίο



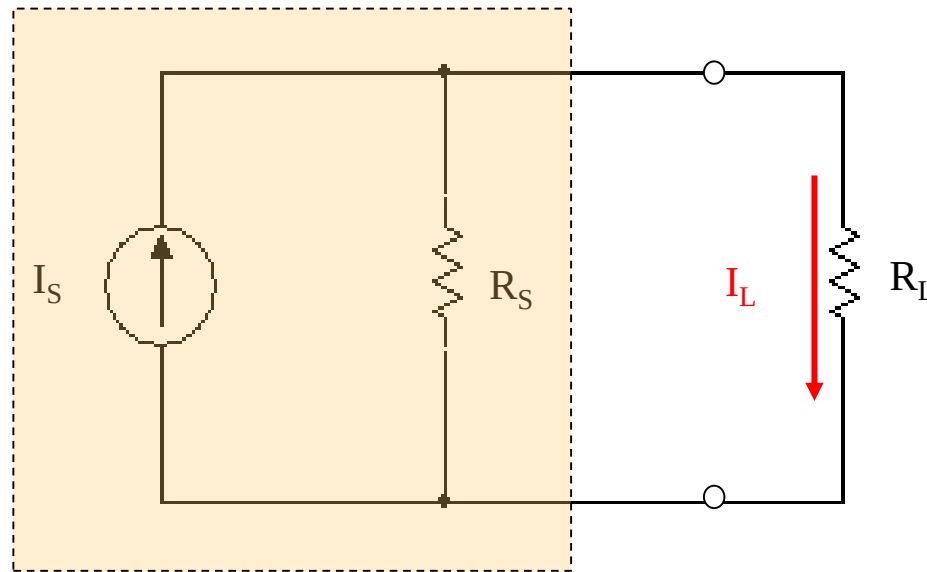
(β) Με φορτίο R_L

- Το ρεύμα που παράγει μια ιδανική πηγή ρεύματος στο φορτίο R_L είναι σταθερό και ισούται με την ονομαστική τιμή της I_S .

Η πηγή ρεύματος (. . . συνέχεια)

Η **πραγματική** πηγή ρεύματος

- Έχει μη μηδενική εσωτερική αντίσταση R_S



- Το ρεύμα I_L με το οποίο τροφοδοτεί μια πραγματική πηγή ρεύματος το φορτίο R_L είναι μικρότερο από την ονομαστική της τιμή I_S .

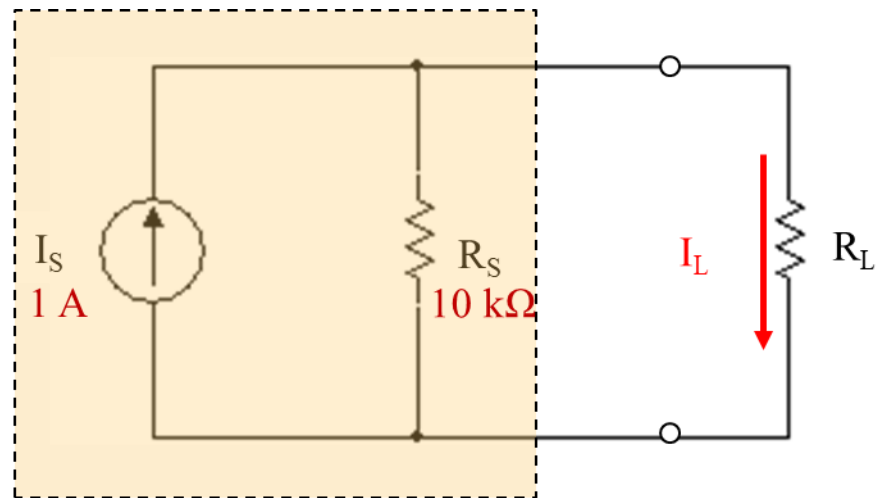
$$I_L = \left(\frac{R_S}{R_S + R_L} \right) I_S$$

Παράδειγμα 3-14 Υπολογίστε το ρεύμα I_L στο φορτίο για τις ακόλουθες τιμές R_L : 100Ω , 560Ω και $1.0\text{ k}\Omega$. Τι παρατηρείτε;

Λύση

$$I_L = \left(\frac{R_S}{R_S + R_L} \right) I_S$$

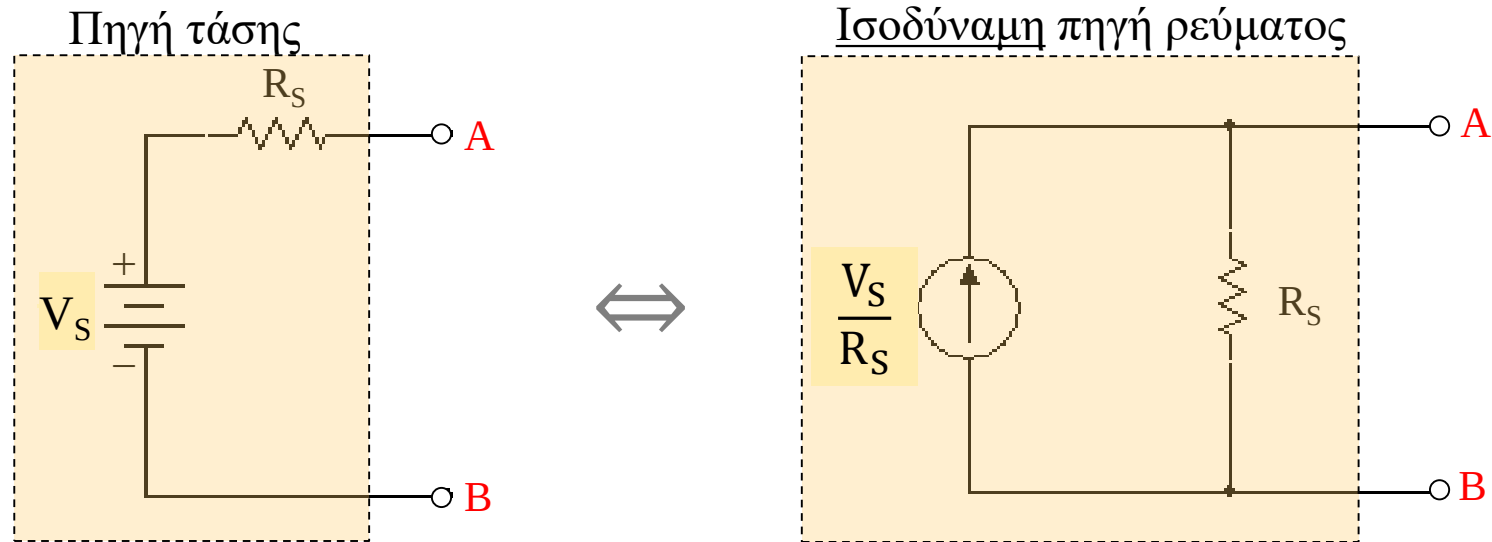
- Για $R_L=100\ \Omega$: $I_L = \left(\frac{10\text{k}\Omega}{10\text{k}\Omega+0.1\text{k}\Omega} \right) 1\text{A} = \mathbf{0.99\text{ A}}$
- Για $R_L=560\ \Omega$: $I_L = \left(\frac{10\text{k}\Omega}{10\text{k}\Omega+0.56\text{k}\Omega} \right) 1\text{A} \approx \mathbf{0.95\text{ A}}$
- Για $R_L=1\text{ k}\Omega$: $I_L = \left(\frac{10\text{k}\Omega}{10\text{k}\Omega+1\text{k}\Omega} \right) 1\text{A} \approx \mathbf{0.91\text{ A}}$



Παρατηρούμε ότι όσο μικρότερο είναι το φορτίο το φορτίο (R_L) σε σχέση με την εσωτερική αντίσταση (R_S) της πηγής ρεύματος, τόσο το ρεύμα εξόδου (φορτίου), I_L , πλησιάζει την ονομαστική της τιμή (I_S).

Μετατροπή πηγής τάσης σε ισοδύναμη πηγή ρεύματος

- Ισοδύναμες ονομάζονται δύο πηγές όταν σε ένα οποιοδήποτε φορτίο R_L , που συνδέουμε στην έξοδό τους, οι δύο πηγές παράγουν την ίδια τάση και το ίδιο ρεύμα.



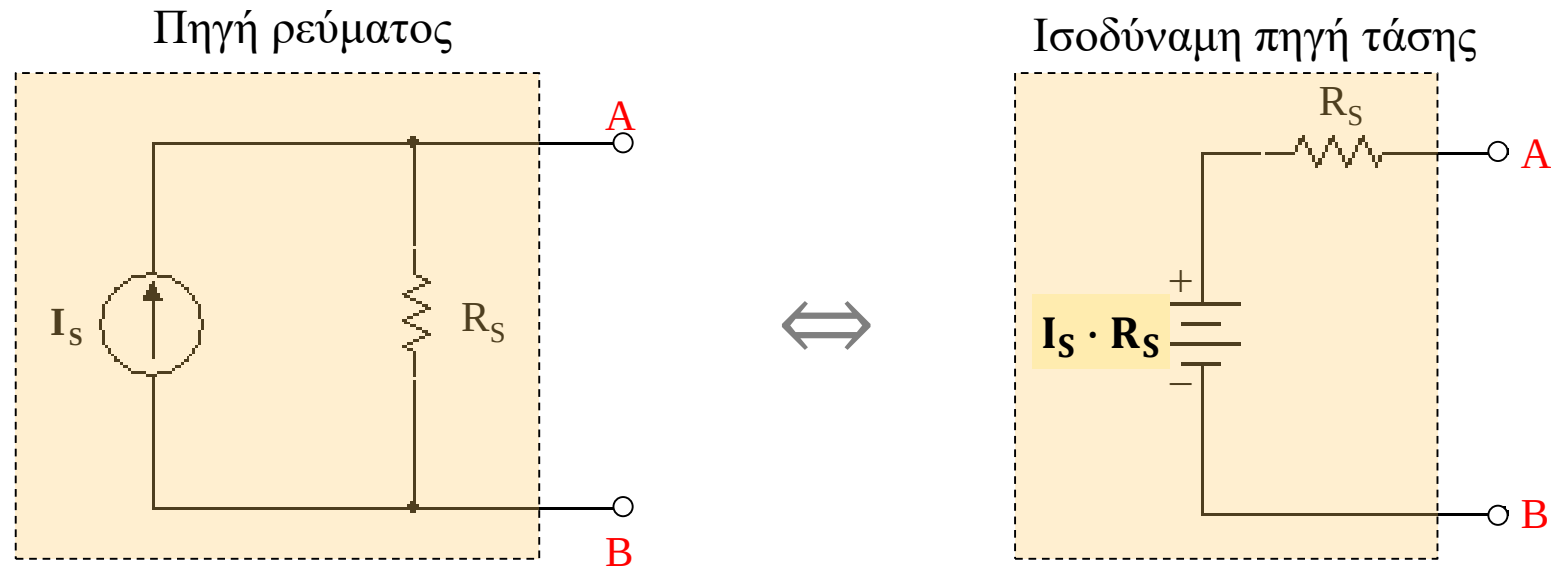
- Μια πηγή τάσης, V_S , διαιρεμένη με την εσωτερική αντίσταση της πηγής, R_S , δίνει την ισοδύναμη πηγή ρεύματος

$$I_S = \frac{V_S}{R_S}$$

Μετατροπή πηγής ρεύματος σε ισοδύναμη πηγή τάσης

- Μια πηγή ρεύματος, I_S , πολλαπλασιασμένη με την εσωτερική αντίσταση της πηγής, R_S , δίνει την ισοδύναμη πηγή τάσης,

$$V_S = I_S \cdot R_S$$



Παράδειγμα 3-15 (Παράδειγμα 3.8, σελ. 83, Κ. Παπαδόπουλου “Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων”)

Να υπολογιστεί το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση $5\ \Omega$ στο κύκλωμα του σχήματος (Σχήμα 3-45, σελ. 83, Κ. Παπαδόπουλου “Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων”)

Λύση

Η πηγή ρεύματος 1 A παράλληλα με την αντίσταση $R_1 = 10\ \Omega$ μπορεί να αντικατασταθεί με μια πηγή τάσης

$$V_1 = (1\text{ A})(10\ \Omega) = 10\text{ V}$$

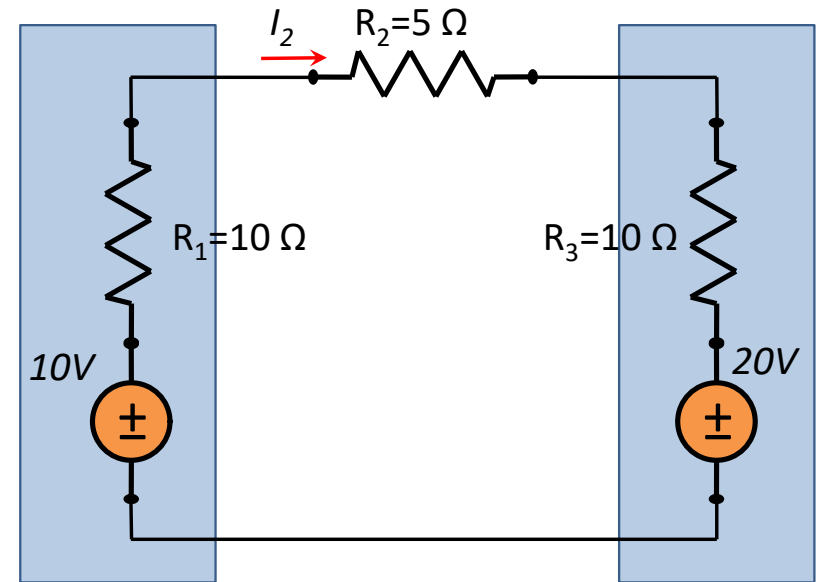
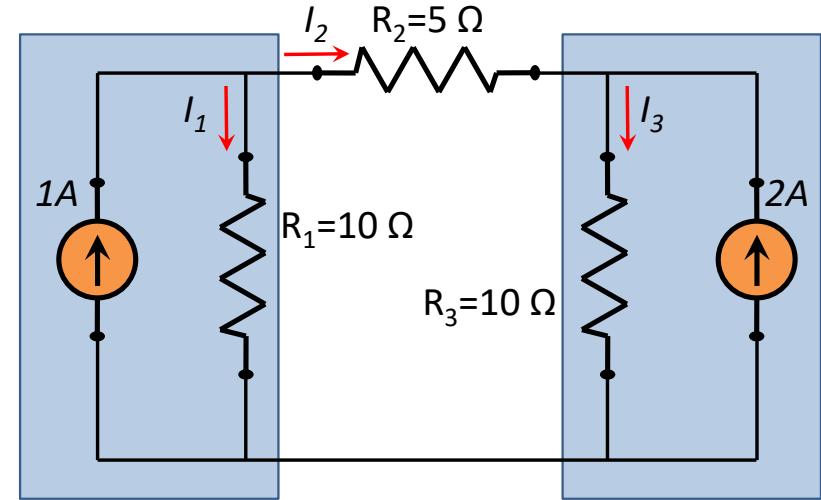
σε σειρά με την ίδια αντίσταση $R_1 = 10\ \Omega$.

Επίσης, Η πηγή ρεύματος 2 A παράλληλα με την αντίσταση $R_3 = 10\ \Omega$ μπορεί να αντικατασταθεί με μια πηγή τάσης

$$V_2 = (2\text{ A})(10\ \Omega) = 20\text{ V}$$

σε σειρά με την ίδια αντίσταση $R_3 = 10\ \Omega$.

Το ισοδύναμο κύκλωμα που προκύπτει φαίνεται δίπλα



(συνεχίζεται...)

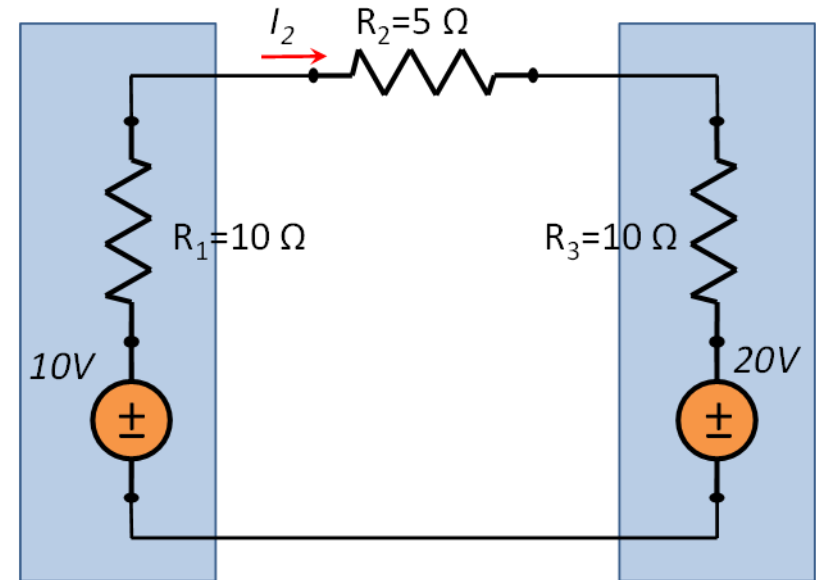
Λύση (. . . συνέχεια)

Το ζητούμενο ρεύμα I_2 προκύπτει άμεσα από το νόμο τάσεων του Kirchhoff στο μοναδικό βρόχο του ισοδύναμου κυκλώματος:

$$10 - I_2 \cdot 10 - I_2 \cdot 5 - I_2 \cdot 10 - 20 = 0$$

$$I_2 \cdot (10 + 5 + 10) = 10 - 20$$

$$I_2 = \frac{-10}{25} = -\mathbf{0.4\text{ A}}$$



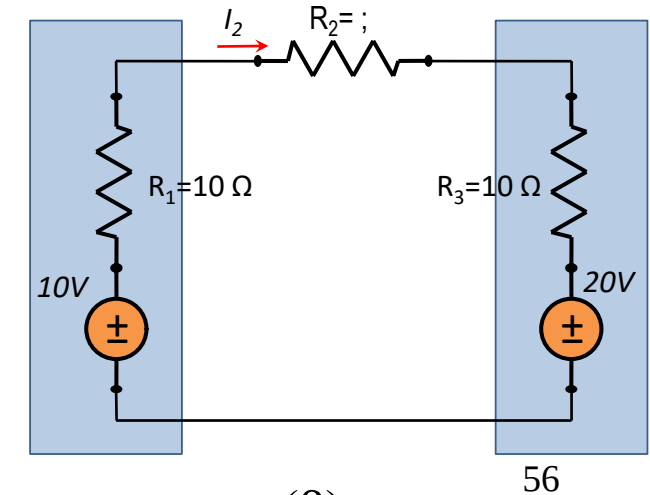
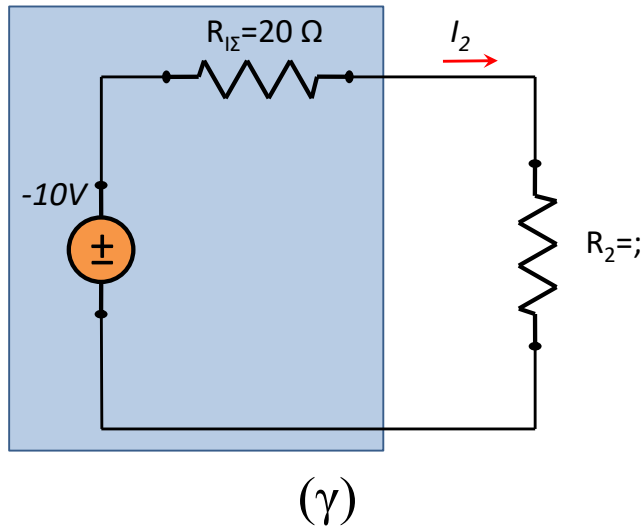
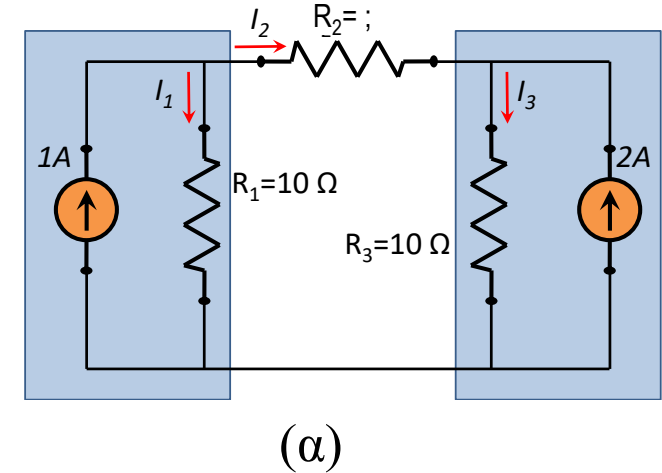
Παράδειγμα 3-16 (Παράδειγμα 3.9, σελ. 84, Κ. Παπαδόπουλου “Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων”)

Βρείτε την τιμή της αντίστασης R_2 στο κύκλωμα του προηγούμενου παραδείγματος (Σχήμα 3-45, σελ. 83, Κ. Παπαδόπουλου “Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων”) για την οποία η ισχύς που καταναλώνει γίνεται μέγιστη;

Λύση

Στο προηγούμενο παράδειγμα, είδαμε ότι το αρχικό κύκλωμα (σχήμα α) απλοποιείται σε ένα ισοδύναμο κύκλωμα με δύο πηγές τάσης σε σειρά (σχήμα β).

Οι δύο πηγές τάσης μπορούν να αντικατασταθούν με μία ισοδύναμη πηγή 10 V και οι δύο αντιστάσεις (εκτός της R_2) μια ισοδύναμη αντίσταση $R_{I\Sigma} = 20 \Omega$ (σχήμα γ)



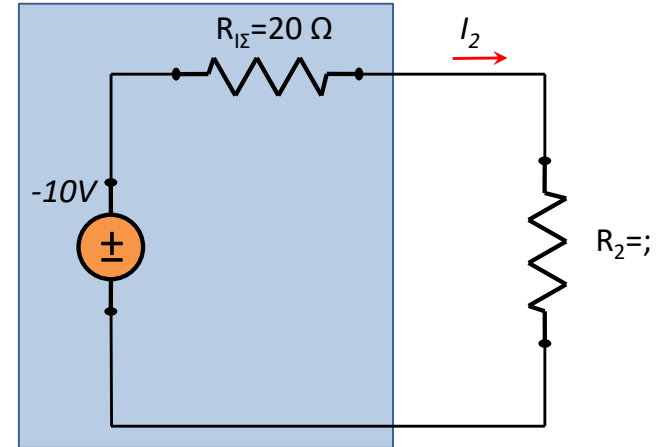
(συνεχίζεται . . .)

Λύση (. . . συνέχεια)

Από το ισοδύναμο κύκλωμα, που αποτελείται από μία πηγή τάσης σε σειρά με μία αντίσταση $20\ \Omega$, χρησιμοποιώντας το θεώρημα μέγιστης μεταφοράς ισχύος, μπορούμε να δούμε ότι η ισχύς στην R_2 μεγιστοποιείται για τιμή της $R_2 = 20\ \Omega$

Η μέγιστη αυτή ισχύς, που καταναλώνεται στην R_2 είναι

$$P_{2,max} = \frac{10^2}{4 \cdot 20} = 1.25\ W$$



Παράδειγμα 3-17 (Παράδειγμα 3.10, σελ. 85, Κ. Παπαδόπουλου “Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων”)

Να υπολογιστούν τα ρεύματα I_1 και I_2 στο κύκλωμα του σχήματος (α) (Σχήμα 3-48, σελ. 85, Κ. Παπαδόπουλου “Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων”).

Λύση

Μπορούμε να απλοποιήσουμε το κύκλωμα του σχήματος (α) αντικαθιστώντας την πηγή ρεύματος 1A και την παράλληλη σε αυτήν αντίσταση $R_1 = 15 \Omega$ με μια ισοδύναμη πηγή τάσης $(1 \text{ A}) \cdot (15 \Omega) = 15 \text{ V}$ σε σειρά με μια αντίσταση 15Ω .

Το ισοδύναμο κύκλωμα με τις δύο πηγές τάσης φαίνεται στο σχήμα (β)

Στο κύκλωμα αυτό, μπορούμε να υπολογίσουμε το ρεύμα I_2 εφαρμόζοντας το νόμο των τάσεων του Kirchhoff.

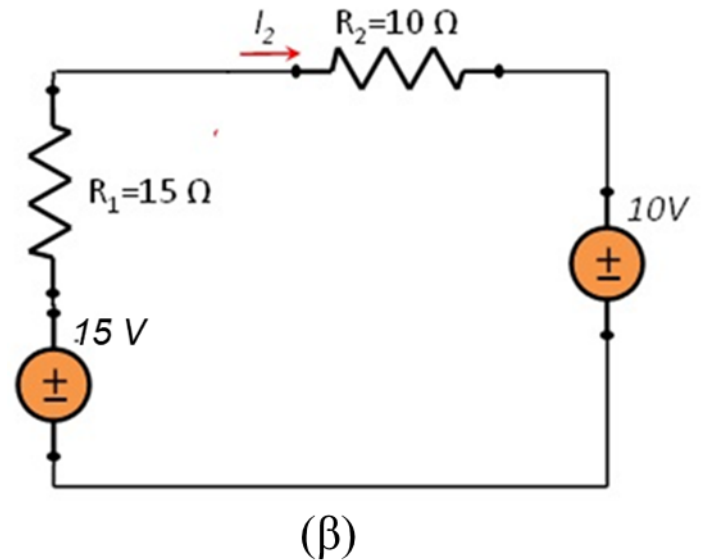
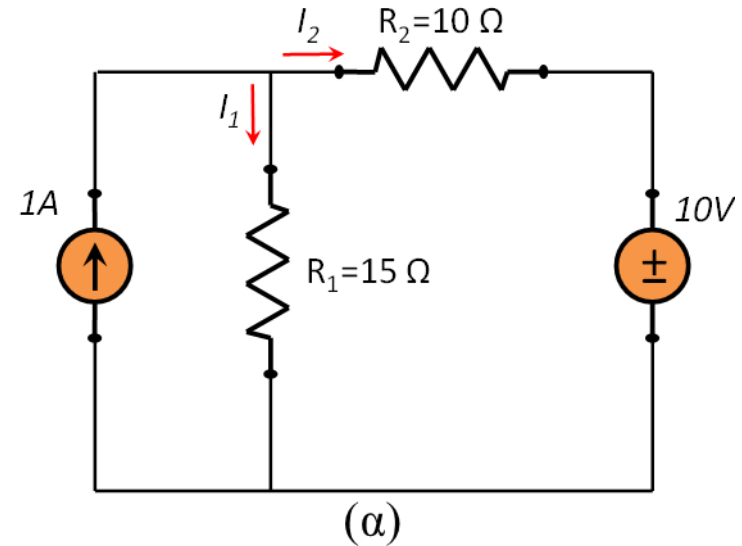
$$+15 - I_2 \cdot 15 - I_2 \cdot 10 - 10 = 0$$

$$I_2 \cdot 25 = 5$$

$$I_2 = \frac{5}{25} = \mathbf{0.2 \text{ A}}$$

Το ρεύμα I_1 υπολογίζουμε γυρίζοντας στο αρχικό κύκλωμα (α) και εφαρμόζοντας το νόμο ρευμάτων του Kirchhoff

$$I_1 + I_2 = 1 \text{ A} \Rightarrow I_1 + 0.2 = 1 \Rightarrow I_1 = \mathbf{0.8 \text{ A}}$$



(συνεχίζεται . . .)

Λύση (. . . συνέχεια)

Εναλλακτικά, μπορούμε να απλοποιήσουμε το κύκλωμα του σχήματος (α) αντικαθιστώντας την πηγή τάσης 10V και τη σε σειρά με αυτήν αντίσταση $R_2 = 10 \Omega$ με μια ισοδύναμη πηγή ρεύματος $\frac{10V}{10\Omega} = 1A$ παράλληλα με μια αντίσταση 10Ω .

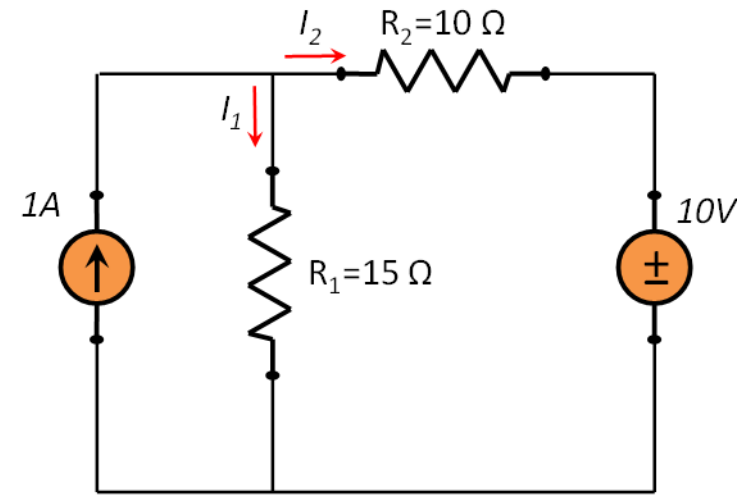
Το ισοδύναμο κύκλωμα με τις δύο πηγές ρεύματος φαίνεται στο σχήμα (γ)

Στο κύκλωμα αυτό, οι δύο πηγές ρεύματος προστίθενται και μπορούμε να υπολογίσουμε το ρεύμα I_1 από τη σχέση του διαιρέτη τάσης

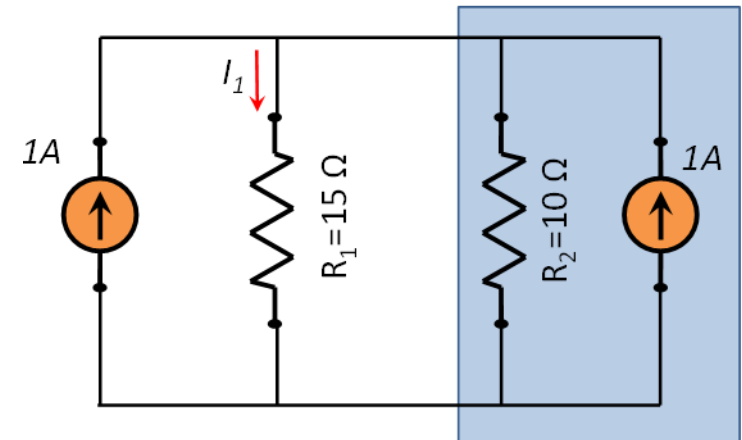
$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} (2A) = \mathbf{0.8A}$$

Τέλος, το ρεύμα I_2 υπολογίζουμε, όπως πριν, γυρίζοντας στο αρχικό κύκλωμα (α) και εφαρμόζοντας το νόμο ρευμάτων του Kirchhoff

$$I_1 + I_2 = 1A \Rightarrow 0.8 + I_2 = 1 \Rightarrow I_2 = \mathbf{0.2A}$$



(α)



(γ)