



Τεχνητή Νοημοσύνη

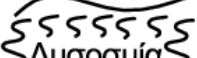
Λογικοί Πράκτορες

Διδάσκων: Τσίπουρας Μάρκος
Εκπαιδευτικό Υλικό: Τσίπουρας Μάρκος
<http://ai.uom.gr/aima/>

Πράκτορες βασισμένοι στη γνώση

- Βάση γνώσης (knowledge base): Σύνολο προτάσεων (sentences)
 - Γλώσσα αναπαράστασης της γνώσης
 - Γνωστικό υπόβαθρο: «Αμετάβλητο» μέρος της ΒΓ
- Βασικές εργασίες: Tell, Ask
- Δηλωτική / Διαδικαστική προσέγγιση

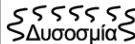
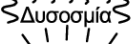
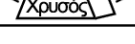
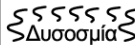
Ο κόσμος του Wumpus (1/2)

4				
3				
2				
1	 ΑΦΕΤΗΡΙΑ			
	1	2	3	4

Ο κόσμος του Wumpus (2/2)

- Μέτρο απόδοσης:
 - +1000 για χρυσό
 - -1000 για wumpus, γούβα
 - -1 για κάθε βήμα
 - -10 για βέλος
- Περιβάλλον:
 - Πιθανότητα 20% για γούβα
- Μηχανισμοί δράσης
 - Μετακίνηση
 - Στροφή 90°
 - Αρπαγή
 - Εξακόντιση
- Αντιλήψεις
 - [Δυσσοσμία, Αύρα, Λάμψη, Γδούπος, Κραυγή]

Παράδειγμα (1/2)

4				
3		  		
2				
1	 ΑΦΕΤΗΡΙΑ			
	1	2	3	4

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2	2,2	3,2	4,2
OK			
1,1  OK	2,1 OK	3,1	4,1

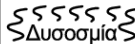
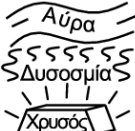
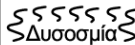
(α)

 = Πράκτορας
A = Αύρα
X = Λάμψη, Χρυσός
OK = Ασφαλές τετράγωνο
Γ = Γούβα
Δ = Δυσσομία
E = Ελεγμένο
W = Wumpus

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2	2,2 Γ?	3,2	4,2
OK			
1,1 E OK	2,1  A OK	3,1 Γ?	4,1

(β)

Παράδειγμα (2/2)

4				
3				
2				
1				
	ΑΦΕΤΗΡΙΑ			
	1	2	3	4

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3 W!	2,3	3,3	4,3
1,2  Δ OK	2,2 OK	3,2	4,2
1,1 E OK	2,1 A E OK	3,1 Γ!	4,1

(α)

 = Πράκτορας
A = Αύρα
X = Λάμψη, Χρυσός
OK = Ασφαλές τετράγωνο
Γ = Γούβα
Δ = Δυσσομία
E = Ελεγμένο
W = Wumpus

1,4	2,4 Γ?	3,4	4,4
1,3 W!	2,3  Δ X A	3,3 Γ?	4,3
1,2 Δ E OK	2,2 E OK	3,2	4,2
1,1 E OK	2,1 A E OK	3,1 Γ!	4,1

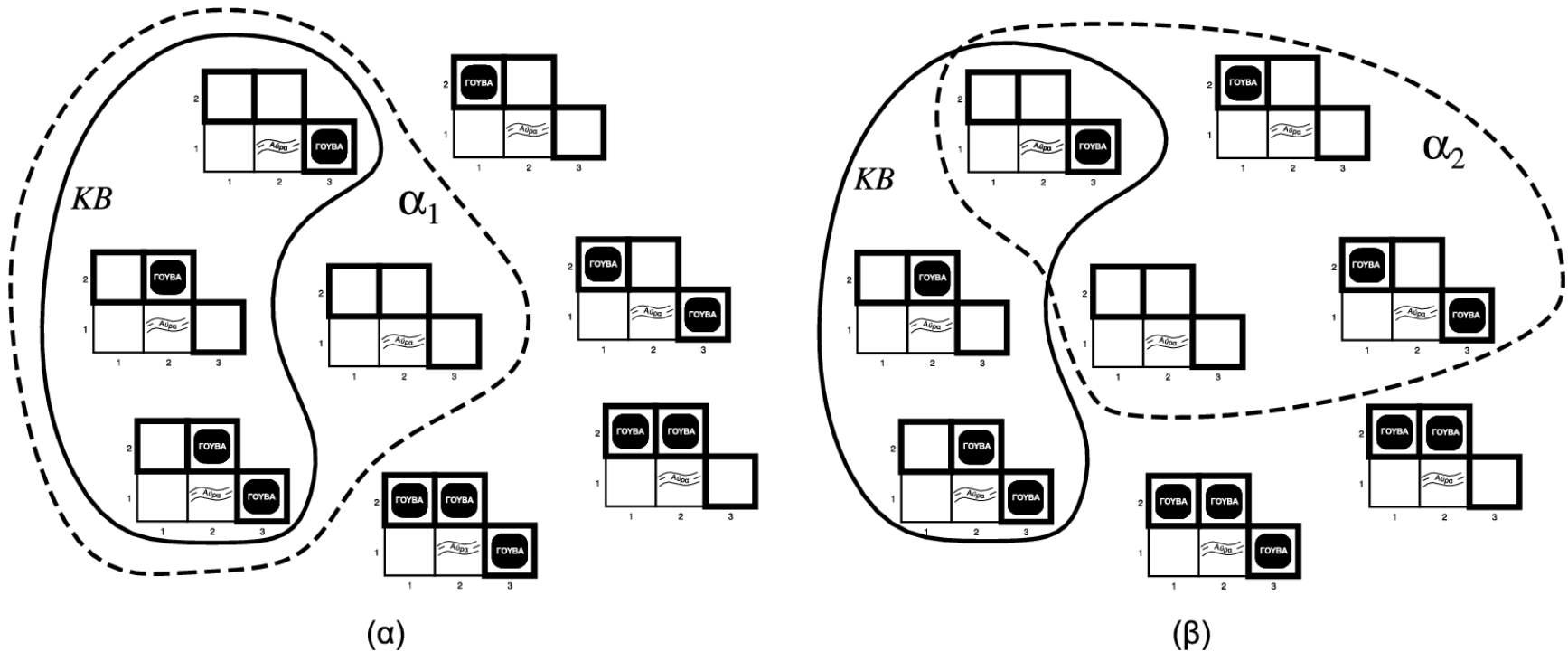
(β)

Λογική

Logic

Γλώσσες

- Σύνταξη, καλά σχηματισμένες προτάσεις
 - $x+y=2$, $xy^2+=$
- Σημασιολογία λογικής
 - Αλήθεια πρότασης
 - Δυνατοί κόσμοι $\equiv$ Μοντέλα
 - Μοντέλο πρότασης $\equiv$ Η πρόταση είναι αληθής στο μοντέλο
- Λογική κάλυψη (entailment)
 - $\alpha \models \beta$
 - $x + y = 4 \models 4 = x + y$
 - Ανεξάρτητη από τον τρόπο συμπερασμού



- Έστω ότι οι «μεταβλητές» μας αφορούν την ύπαρξη γούβας στα τετράγωνα $[1,2]$, $[2,2]$ και $[3,1]$
 - α_1 = “Δεν υπάρχει γούβα στο $[1,2]$.” $KB \models \alpha_1$
 - α_2 = “Δεν υπάρχει γούβα στο $[2,2]$.” $KB \not\models \alpha_2$

Αλγόριθμοι συμπερασμού

- $KB \vdash_i a$: Ο αλγόριθμος i παράγει την πρόταση a από την KB
- Χαρακτηριστικά αλγορίθμων:
 - Ορθός (sound), διατηρεί την αλήθεια (truth preserving)
 - Πλήρης (complete)
- Θεμελίωση: Σύνδεση των αντικειμένων/σχέσεων του πραγματικού κόσμου με μεταβλητές/σχέσεις της βάσης γνώσης.
 - Αισθητηριακή εμπειρία, μάθηση

Προτασιακή λογική

Propositional logic

Σύνταξη

- Ατομικές προτάσεις
 - Προτασιακά σύμβολα: $P, Q, R, W_{1,3}, \Gamma_{3,1}, \text{Αληθές}, \text{Ψευδές}$
- Λογικά συνδετικά
 - Άρνηση, $\neg W_{1,3}$
 - Λεκτικά (literals), Θετικό λεκτικό: $W_{1,3}$, Αρνητικό λεκτικό: $\neg W_{1,3}$
 - Σύζευξη, $W_{1,3} \vee \Gamma_{3,1}$
 - Συζευκτέοι
 - Διάζευξη, $(W_{1,3} \wedge \Gamma_{3,1}) \vee W_{2,2}$
 - Διαζευκτέοι
 - Συνεπαγωγή, $(W_{1,3} \wedge \Gamma_{3,1}) \Rightarrow \neg W_{2,2}$
 - προϋπόθεση ή προηγούμενο, συμπέρασμα ή επακόλουθο
 - κανόνες, προτάσεις εάν-τότε
 - Ισοδυναμία, $W_{1,3} \Leftrightarrow \neg W_{2,2}$
- Προτεραιότητα: $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

Σημασιολογία

- Μοντέλο (στην προτασιακή λογική): Καθορίζει την τιμή αληθείας κάθε προτασιακού συμβόλου.
- Πίνακας αληθείας

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
Ψευδές	Ψευδές	Αληθές	Ψευδές	Ψευδές	Αληθές	Αληθές
Ψευδές	Αληθές	Αληθές	Ψευδές	Αληθές	Αληθές	Ψευδές
Αληθές	Ψευδές	Ψευδές	Ψευδές	Αληθές	Ψευδές	Ψευδές
Αληθές	Αληθές	Ψευδές	Αληθές	Αληθές	Αληθές	Αληθές

Μια απλή βάση γνώσης

- Θα ασχοληθούμε μόνο με τις γούβες:

- $R_1: \neg \Gamma_{1,1}$
- $R_2: A_{1,1} \Leftrightarrow (\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})$.
- $R_3: A_{2,1} \Leftrightarrow (\Gamma_{1,1} \vee \Gamma_{2,2} \vee \Gamma_{3,1})$.
- $R_4: \neg A_{1,1}$
- $R_5: A_{2,1}$

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2 OK	2,2 Γ?	3,2	4,2
1,1 E OK	2,1 Π A OK	3,1 Γ?	4,1

- Βάση γνώσης: Σύζευξη προτάσεων

- $KB \equiv R_1 \wedge R_2 \wedge R_3 \wedge R_4 \wedge R_5$

Συμπερασμός με απαρίθμηση

- Θέλουμε να απαντάμε σε ερωτήσεις της μορφής: $KB \models \alpha$
- 7 μεταβλητές: $A_{1,1}, A_{2,1}, \Gamma_{1,1}, \Gamma_{1,2}, \Gamma_{2,1}, \Gamma_{2,2}$ και $\Gamma_{3,1}$
- $2^7=128$ δυνατά μοντέλα
- Η KB είναι αληθής σε 3 από αυτά.
 - $KB \models \neg \Gamma_{1,2}$
 - $KB \not\models \Gamma_{2,2}$
 - $KB \not\models \neg \Gamma_{2,2}$
- Χρονική πολυπλοκότητα: $O(2^n)$
- Χωρική πολυπλοκότητα: $O(n)$
 - όπου n το πλήθος των προτασιακών συμβόλων
- Κάθε γνωστός αλγόριθμος συμπερασμού για την προτασιακή λογική έχει μια πολυπλοκότητα χειρότερης περίπτωσης που είναι εκθετική ως προς το μέγεθος της εισόδου.

Λογική ισοδυναμία

- $(\alpha \wedge \beta) \equiv (\beta \wedge \alpha)$
- $(\alpha \vee \beta) \equiv (\beta \vee \alpha)$
- $((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) \equiv (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma))$
- $((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) \equiv (\alpha \vee (\beta \vee \gamma))$
- $\neg(\neg\alpha) \equiv \alpha$
- $(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha)$
- $(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \beta)$
- $(\alpha \Leftrightarrow \beta) \equiv ((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha))$
- $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta)$
- $\neg(\alpha \vee \beta) \equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$
- $(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \equiv ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))$
 $\vee$
- $(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) \equiv ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))$
 $\wedge$

αντιμεταθετικότητα του $\wedge$
 αντιμεταθετικότητα του $\vee$
 προσεταιριστικότητα του $\wedge$
 προσεταιριστικότητα του $\vee$
 απαλοιφή διπλής άρνησης
 αντιθετοαντιστροφή
 απαλοιφή συνεπαγωγής
 απαλοιφή αμφίδρομης υποθετικής πρότασης
 νόμος De Morgan
 νόμος De Morgan
 επιμεριστικότητα του $\wedge$ ως προς το $\vee$
 επιμεριστικότητα του $\vee$ ως προς το $\wedge$

Έγκυρες και Ικανοποιήσιμες προτάσεις

- Έγκυρες προτάσεις: Είναι αληθείς σε όλα τα μοντέλα
- Ικανοποιήσιμες προτάσεις: Είναι αληθείς σε τουλάχιστον ένα μοντέλο.
 - Η πρόταση α είναι αληθής στο μοντέλο m
 - Το m ικανοποιεί την α
 - Το m είναι ένα μοντέλο της α
- Προβλήματα ικανοποίησης περιορισμών
- Η α είναι έγκυρη εάν και μόνο αν η $\neg\alpha$ δεν είναι ικανοποιήσιμη.
- Απαγωγή σε άτοπο:
 - $\alpha \models \beta$ εάν και μόνο εάν η πρόταση $(\alpha \wedge \neg\beta)$ είναι μη ικανοποιήσιμη.

Πρότυπα συλλογιστικής στην προτασιακή λογική



Κανόνες συμπερασμού

- $\frac{\alpha \Rightarrow \beta, \quad \alpha}{\beta}$ Modus ponens («τρόπος του θέτειν»)

- $\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha}$ Απαλοιφή του ΚΑΙ

$$\frac{\alpha \Leftrightarrow \beta}{(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)} \qquad \frac{(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)}{\alpha \Leftrightarrow \beta}$$

- Όλες οι λογικές ισοδυναμίες, π.χ.

Παράδειγμα (1/3)

- Θα αποδείξουμε το $\neg \Gamma_{1,2}$:

$$\square R_6: (A_{1,1} \Rightarrow (\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})) \wedge ((\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}) \Rightarrow A_{1,1})$$

$$\square R_7: ((\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}) \Rightarrow A_{1,1})$$

$$\square R_8: (\neg A_{1,1} \Rightarrow \neg(\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}))$$

$$\square R_9: \neg(\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})$$

$$\square R_{10}: \neg \Gamma_{1,2} \wedge \neg \Gamma_{2,1}$$

$$R_1: \neg \Gamma_{1,1}$$

$$R_2: A_{1,1} \Leftrightarrow (\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})$$

$$R_3: A_{2,1} \Leftrightarrow (\Gamma_{1,1} \vee \Gamma_{2,2} \vee \Gamma_{3,1})$$

$$R_4: \neg A_{1,1}$$

$$R_5: A_{2,1}$$

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2 OK	2,2 Γ?	3,2	4,2
1,1 E OK	2,1 Π A OK	3,1 Γ?	4,1

Αποδείξεις

- Διαδικασία αναζήτησης
 - Προς τα εμπρός
 - Προς τα πίσω
- Μονοτονικότητα
 - εάν $KB \models \alpha$ τότε $KB \wedge \beta \models \alpha$

Παράδειγμα (2/3)

- Από τις προτάσεις:

- $R_1: \neg \Gamma_{1,1}$
- $R_2: A_{1,1} \Leftrightarrow (\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})$
- $R_3: A_{2,1} \Leftrightarrow (\Gamma_{1,1} \vee \Gamma_{2,2} \vee \Gamma_{3,1})$
- $R_4: \neg A_{1,1}$
- $R_5: A_{2,1}$
- $R_6: (A_{1,1} \Rightarrow (\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})) \wedge ((\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}) \Rightarrow A_{1,1})$
- $R_7: ((\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}) \Rightarrow A_{1,1})$
- $R_8: (\neg A_{1,1} \Rightarrow \neg(\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}))$
- $R_9: \neg(\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})$
- $R_{10}: \neg \Gamma_{1,2} \wedge \neg \Gamma_{2,1}$

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3 w!	2,3	3,3	4,3
1,2 Π Δ OK	2,2 OK	3,2	4,2
1,1 E OK	2,1 A E OK	3,1 Γ!	4,1

- και πηγαίνοντας από το [2,1] στο [1,1] και μετά στο [1,2], όπου υπάρχει δυσσομία αλλά όχι αύρα, προκύπτουν...

Παράδειγμα (3/3)

- (συνέχεια...)
 - $R_{11}: \neg A_{1,2}$
 - $R_{12}: A_{1,2} \Leftrightarrow (\Gamma_{1,1} \vee \Gamma_{2,2} \vee \Gamma_{1,3})$
- Εφαρμόζοντας αντιθετοαντιστροφή παίρνουμε:
 - $R_{13}: \neg \Gamma_{2,2}$
 - $R_{14}: \neg \Gamma_{1,3}$
- Από τις R_3 και R_5 παίρνουμε:
 - $R_{15}: \Gamma_{1,1} \vee \Gamma_{2,2} \vee \Gamma_{3,1}$
- Από την R_{15} και την R_{13} παίρνουμε:
 - $R_{16}: \Gamma_{1,1} \vee \Gamma_{3,1}$
- Τέλος από την R_{16} και την R_1 παίρνουμε:
 - $R_{17}: \Gamma_{3,1}$

Ανάλυση (resolution)

- Μοναδιαία ανάλυση (unit resolution)

$$\frac{l_1 \vee \dots \vee l_k, \quad m}{l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \dots \vee l_k} \quad l_i = \neg m$$

- Πλήρης ανάλυση

$$\frac{l_1 \vee \dots \vee l_k, \quad m_1 \vee \dots \vee m_n}{l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \dots \vee l_k \vee m_1 \vee \dots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \dots \vee m_n}$$

$$l_i = \neg m_j$$

- Διαζευκτική πρόταση, συμπληρωματικά λεκτικά
- Παράδειγμα: $\frac{\Gamma_{1,1} \vee \Gamma_{3,1}, \quad \neg \Gamma_{1,1} \vee \neg \Gamma_{2,2}}{\Gamma_{3,1} \vee \neg \Gamma_{2,2}}$

Πληρότητα

- Οποιοσδήποτε πλήρης αλγόριθμος αναζήτησης που εφαρμόζει μόνο τον κανόνα της ανάλυσης μπορεί να συναγάγει οποιοδήποτε συμπέρασμα που καλύπτεται λογικά από οποιαδήποτε βάση γνώσης της προτασιακής λογικής.
- Με δεδομένο το A δεν μπορεί να «αποδείξει» το $A \vee B$.
- Μπορεί όμως να απαντήσει εάν το $A \vee B$ είναι αληθές ή ψευδές.
 - Πληρότητα διάψευσης

Συζευκτική κανονική μορφή

(conjunctive normal form, CNF)

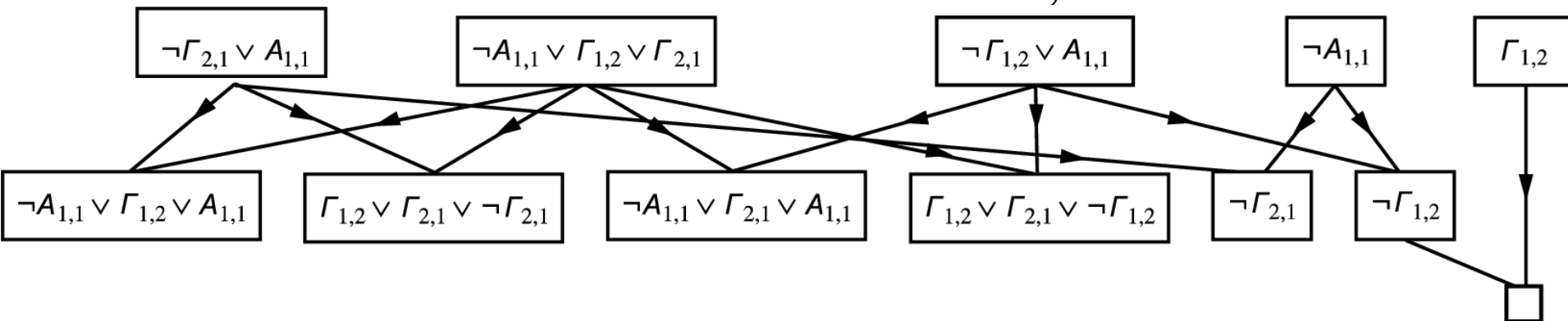
- Κάθε πρόταση της προτασιακής λογικής είναι λογικά ισοδύναμη με μια σύζευξη διαζεύξεων λεκτικών.
 - *k*-CNF: Ακριβώς *k* λεκτικά ανά πρόταση.
- Διαδικασία μετατροπής σε CNF (παράδειγμα για R_2):
 - $R_2: A_{1,1} \Leftrightarrow (\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})$
 - $(A_{1,1} \Rightarrow (\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})) \wedge ((\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}) \Rightarrow A_{1,1})$
 - $(\neg A_{1,1} \vee \Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}) \wedge (\neg(\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}) \vee A_{1,1})$
 - $(\neg A_{1,1} \vee \Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}) \wedge ((\neg \Gamma_{1,2} \wedge \neg \Gamma_{2,1}) \vee A_{1,1})$
 - $(\neg A_{1,1} \vee \Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}) \wedge (\neg \Gamma_{1,2} \vee A_{1,1}) \wedge (\neg \Gamma_{2,1} \vee A_{1,1})$

Αλγόριθμος ανάλυσης

- Για να αποδείξουμε το $KB \models \alpha$, αποδεικνύουμε ότι η $(KB \wedge \neg \alpha)$ είναι μη ικανοποιήσιμη:
 - Εισάγουμε στην KB την $\neg \alpha$.
 - Μετατρέπουμε την $(KB \wedge \neg \alpha)$ σε μορφή CNF.
 - Εφαρμόζουμε τον κανόνα της ανάλυσης σε οποιοδήποτε ζεύγος προτάσεων όπου μπορεί να εφαρμοστεί.
 - Εάν καταλήξουμε σε άτοπο, η πρόταση α καλύπτεται από την KB .
 - Ειδάλλως δεν καλύπτεται...

Παράδειγμα

- Έστω οι δύο προτάσεις R_2 και R_4 :
 - $KB = R_2 \wedge R_4 = (A_{1,1} \Leftrightarrow (\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})) \wedge \neg A_{1,1}$
- Θέλουμε να αποδείξουμε την $\neg \Gamma_{1,2}$.

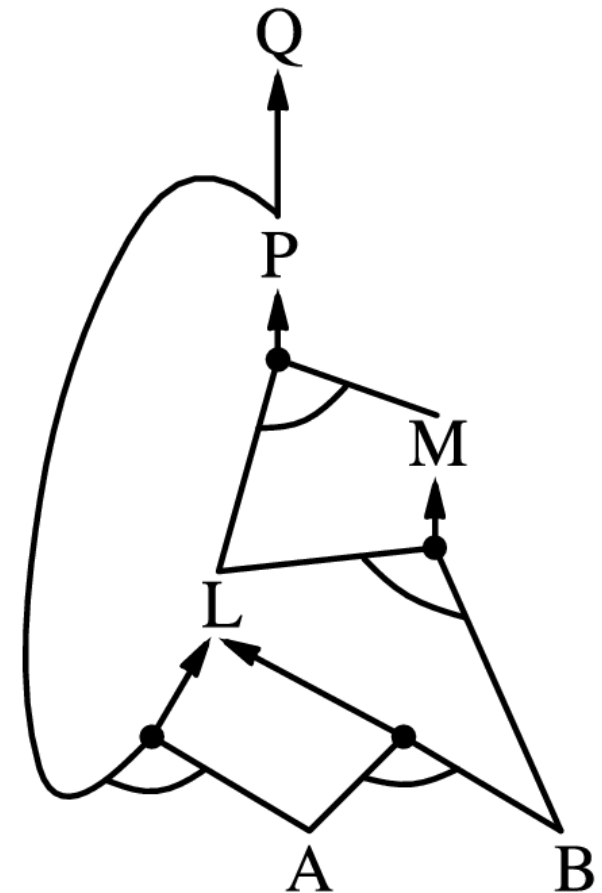


Προτάσεις Horn

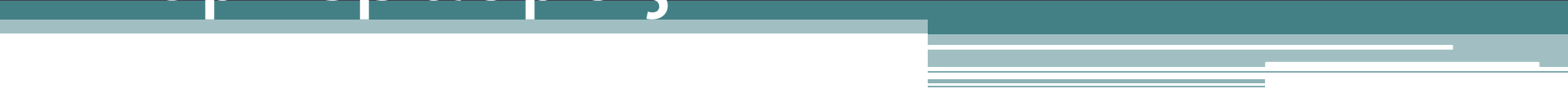
- Διαζευκτικές προτάσεις με το πολύ ένα θετικό λεκτικό:
 - $\neg \Theta_{1,1} \vee \neg Aύρα \vee A_{1,1}$
 - Λογικός προγραμματισμός, Prolog
- Οριστικές προτάσεις: Διαζεύξεις με ακριβώς ένα θετικό λεκτικό.
- Γράφονται και ως «κανόνες»:
 - $\Theta_{1,1} \wedge Aύρα \Rightarrow A_{1,1}$
 - Κεφαλή (head) κανόνα: $\Theta_{1,1} \wedge Aύρα$
 - Σώμα (body) κανόνα: $A_{1,1}$
- Γεγονότα (facts): Μόνο ένα θετικό λεκτικό.
- Περιορισμοί ακεραιότητας (integrity constraints): Μόνο αρνητικά λεκτικά.
 - $\neg W_{1,1} \vee \neg W_{1,2}$

Συμπερασμός με προτάσεις Horn

- Προς τα εμπρός αλυσίδα εκτέλεσης
 - Καθοδηγούμενη από τα δεδομένα
- Προς τα πίσω αλυσίδα εκτέλεσης
 - Καθοδηγούμενη από τους στόχους
- Γραμμικός χρόνος ως προς το μέγεθος της βάσης γνώσης
- Γράφημα AND-OR
 - $P \Rightarrow Q$
 - $L \wedge M \Rightarrow P$
 - $B \wedge L \Rightarrow M$
 - $A \wedge P \Rightarrow L$
 - $A \wedge B \Rightarrow L$
 - A
 - B



Αποδοτικός Προτασιακός Συμπερασμός



Αλγόριθμος DPLL

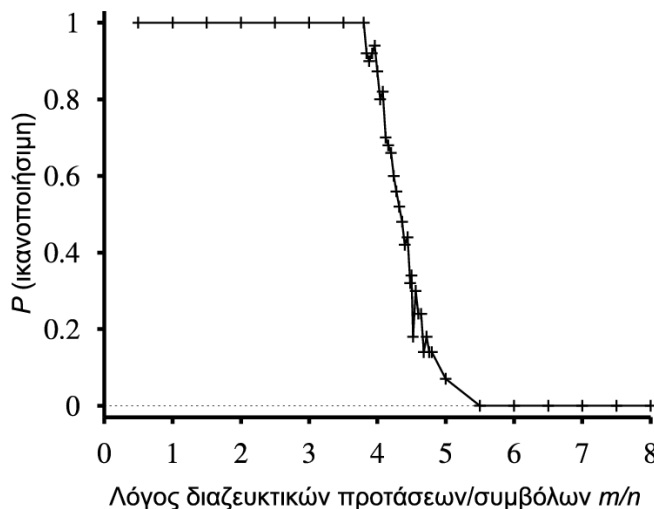
- Davis, Putman, Logemann, Loveland (1962)
- Πλήρης αναζήτηση με υπαναχώρηση
- Αναδρομική, πρώτα σε βάθος, απαρίθμηση των δυνατών μοντέλων.
- Βελτιώσεις
 - Πρόωρος τερματισμός: Μπορούμε να συμπεράνουμε για την αλήθεια ή το ψεύδος μιας πρότασης, χωρίς να έχουμε τις τιμές όλων των μεταβλητών.
 - $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$
 - Αμιγή σύμβολα: Εμφανίζονται με το ίδιο πρόσημο σε όλες τις προτάσεις.
 - $(A \vee \neg B) \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (C \vee A)$
 - Μοναδιαίες διαζευκτικές προτάσεις: Όλα τα λεκτικά εκτός από ένα είναι Ψευδή.

Αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης

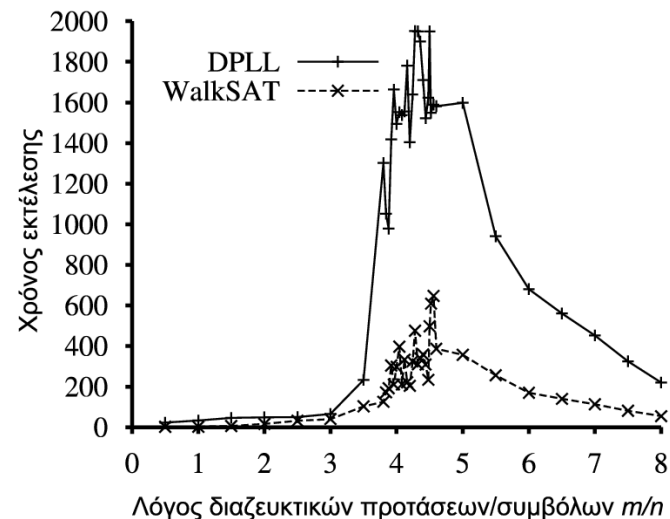
- Αναρρίχηση λόφων, Προσομοιωμένη ανόπτηση, ...
- Ευρετική συνάρτηση: Πλήθος διαζευκτικών προτάσεων που δεν ικανοποιούνται.
- Αλγόριθμος WalkSat:
 - Επιλογή τυχαίας διαζευκτικής πρότασης
 - Επιλογή συμβόλου για αλλαγή τιμής:
 - Επιλογή τυχαίου συμβόλου, με πιθανότητα p
 - Επιλογή συμβόλου που βελτιστοποιεί την ευρετική συνάρτηση, με πιθανότητα $1-p$.

Δύσκολα προβλήματα ικανοποιησιμότητας

- Πρόβλημα 3-CNF:
 - $(\neg D \vee \neg B \vee C) \wedge (B \vee \neg A \vee \neg C) \wedge (C \vee \neg B \vee E) \wedge (E \vee \neg D \vee B) \wedge (B \vee E \vee \neg C)$
- πλήθος συμβόλων: $n = 5$
- πλήθος προτάσεων: $m = 5$
- Κρίσιμο σημείο: $\mu/\nu = 4,3$



(α)



(β)

Πράκτορες Βασισμένοι στην προτασιακή λογική



Εύρεση γουβών και wumpus με προτασιακή λογική

- Αύρα, Δυσσοσμία: Για κάθε τετράγωνο $[x,y]$ πρέπει να υπάρχουν προτάσεις της μορφής:
 - $A_{x,y} \Leftrightarrow (\Gamma_{x,y+1} \vee \Gamma_{x,y-1} \vee \Gamma_{x+1,y} \vee \Gamma_{x-1,y})$
 - $\Delta_{x,y} \Leftrightarrow (W_{x,y+1} \vee W_{x,y-1} \vee W_{x+1,y} \vee W_{x-1,y})$
- Υπάρχει τουλάχιστον ένα Wumpus:
 - $W_{1,1} \vee W_{1,2} \vee \dots \vee W_{4,3} \vee W_{4,4}$
- Υπάρχει το πολύ ένα Wumpus:
 - $(\neg W_{1,1} \vee \neg W_{1,2}) \wedge (\neg W_{1,1} \vee \neg W_{1,3}) \wedge \dots \wedge (\neg W_{4,3} \vee \neg W_{4,4})$
- Αποδείξιμα ασφαλή τετράγωνα: η $(\neg \Gamma_{i,j} \wedge \neg W_{i,j})$ καλύπτεται.
- Πιθανόν ασφαλή τετράγωνα: η $(\Gamma_{i,j} \vee W_{i,j})$ δεν καλύπτεται.

Θέση, προσανατολισμός, ενέργειες

- Δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν προτάσεις της μορφής:
 - $\Theta_{1,1} \wedge \text{Βλέπει_δεξιά} \wedge \text{Εμπρός} \Rightarrow \Theta_{2,1}$
- Ξεχωριστά σύμβολα για κάθε χρονική στιγμή:
 - $\Theta_{1,1}^1 \wedge \text{Βλέπει_δεξιά}^1 \wedge \text{Εμπρός}^1 \Rightarrow \Theta_{2,1}^2$
 - $\text{Βλέπει_δεξιά}^1 \wedge \text{Στροφή_αριστερά}^1 \Rightarrow \text{Βλέπει_επάνω}^2$
- Γενικότερα, για κάθε χρονική στιγμή t θα πρέπει να υπάρχει πρόταση:
 - $\Theta_{x,y}^t \wedge \text{Βλέπει_δεξιά}^t \wedge \text{Εμπρός}^t \Rightarrow \Theta_{x+1,y}^{t+1}$

Πράκτορες βασισμένοι σε κύκλωμα (1/3)

Αύρα ☐

Εμπρός

Δυσσομία ☐

Στροφή αριστερά

Λάμψη ☐

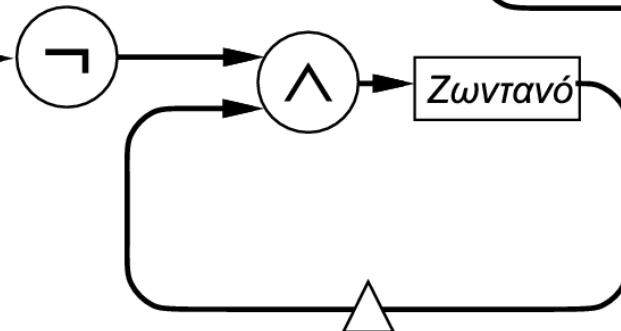
Στροφή δεξιά

Γδούπος ☐

Αρπαγή

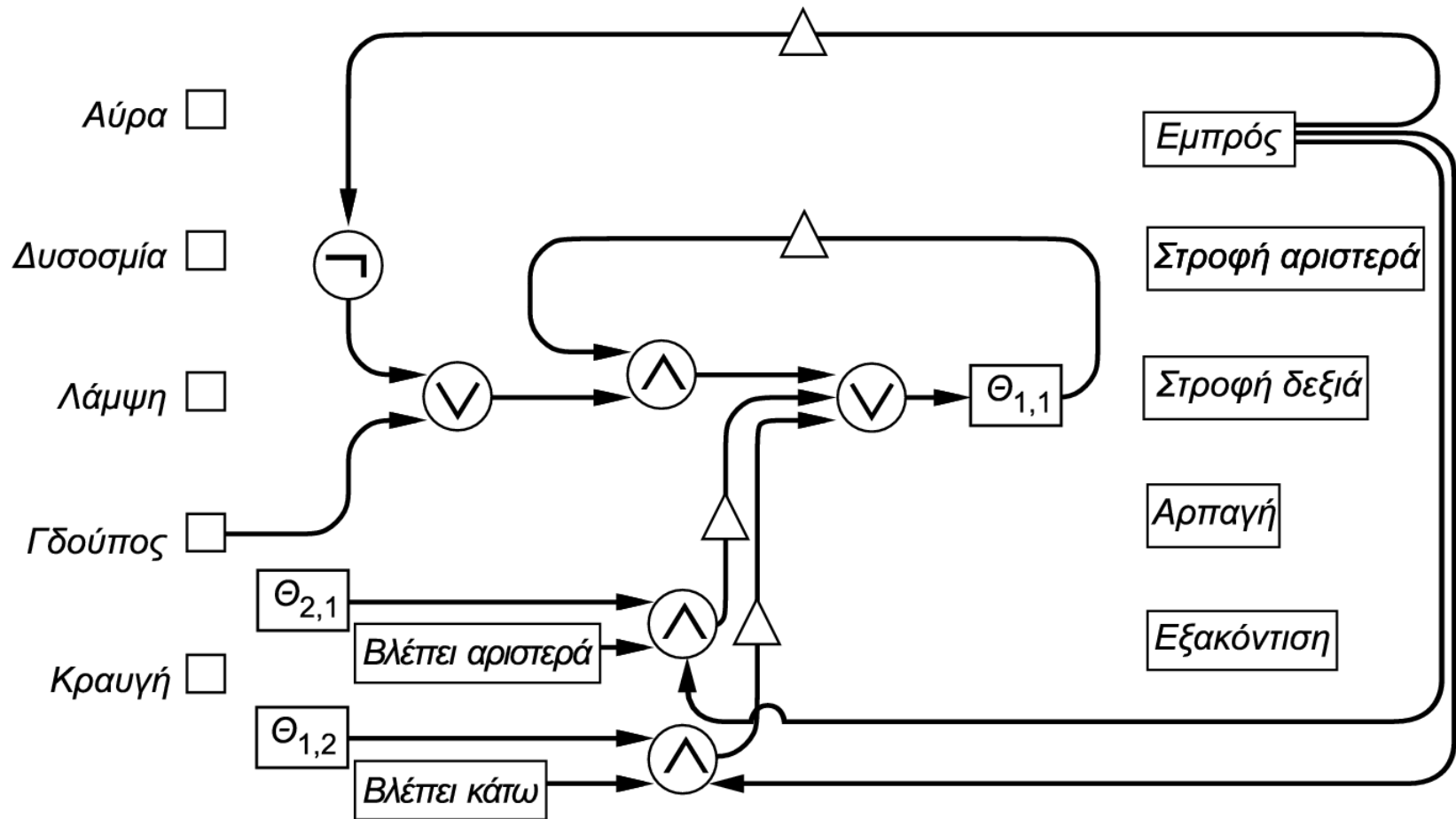
Κραυγή ☐

Εξακόντιση



- $\text{Λάμψη}^t \Rightarrow \text{Αρπαγή}^t$
- $\text{Ζωντανό}^t \Leftrightarrow \neg \text{Κραυγή}^t \wedge \text{Ζωντανό}^{t-1}$

Πράκτορες βασισμένοι σε κύκλωμα (2/3)



- Υπολογισμός τιμής $\Theta_{1,1}$

Πράκτορες βασισμένοι σε κύκλωμα (3/3)

- Προβλήματα με προτάσεις που δεν είναι εξαρχής γνωστές
 - π.χ. $A_{4,4}$
- Προτάσεις γνώσης: $K(A_{4,4})$ και $K(\neg A_{4,4})$
- Τοπικότητα: Τοπική αλληλοεξάρτηση μεταβλητών
- Ακυκλικότητα: Υποχρεωτική για «κατασκευαστικούς» λόγους.

Παρατηρήσεις

- Σύγκριση προτασιακής λογικής και υλοποίησης με κύκλωμα:
 - Συνοπτικότητα: Και οι δύο δεν κλιμακώνονται καλά.
 - Αποδοτικότητα: Γραμμική για τον πράκτορα σε κύκλωμα, εκθετική (στη χειρότερη περίπτωση) για τον προτασιακό.
 - Πληρότητα: Ο πράκτορας σε κύκλωμα δεν είναι πλήρης. Η επίτευξη πληρότητας απαιτεί εκθετική αύξηση του μεγέθους του κυκλώματος.
 - Ευκολία σχεδίασης (για τους λογικούς πράκτορες μόνο...)