

ΤΕΧΝΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΙΙ-Θ

Βασικές έννοιες

Διαγράμματα $\sigma - \epsilon$



Τεχνικής
Μηχανικής



Διαγράμματα
Ελευθέρου
Σώματος
(Δ.Ε.Σ.)



Υπολογισμός
Αντιδράσεων



Διαγράμματα
Φορτίσεων
Διατομών
(ΜΝQ)



Αντοχή
Φορέα
?

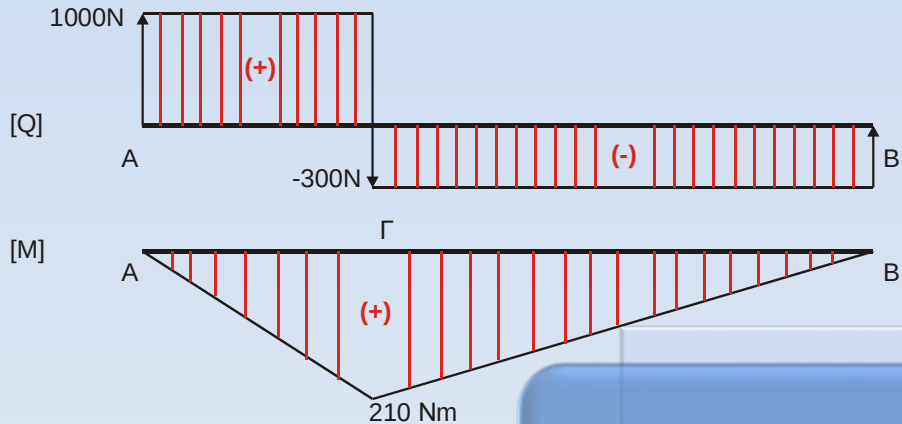
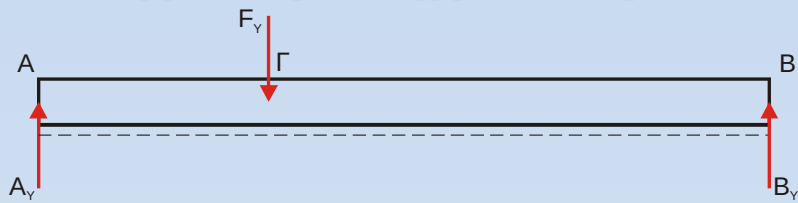


Αντικείμενο Τεχνικής
Μηχανικής

Δρ. Μηχ. Μηχ. Α. Τσουκνίδας

Σχήμα 2

Τεχνική Μηχανική



Υπολογισμός
Θέσεων Μέγιστης
Καταπόνησης

Τιμές Μέγιστων
Καταπονήσεων ανά
Φόρτιση

Μηχανική
Συμπεριφορά Υλικών
Υπολογισμός
Αντοχής



Σύνδεση Τεχνικής Μηχανικής με την
Μηχανική Συμπεριφορά Υλικών

Δρ. Μηχ. Μηχ. Α. Τσουκνίδας

Σχήμα 3

Να προσδιορίσει τα επικίνδυνα όρια φόρτισης των διαφόρων υλικών σε όλα τα είδη των καταπονήσεων και στη συνέχεια, να καθορίσει τα επιτρεπτά όρια φόρτισης για κάθε ένα είδος φόρτισης ξεχωριστά.

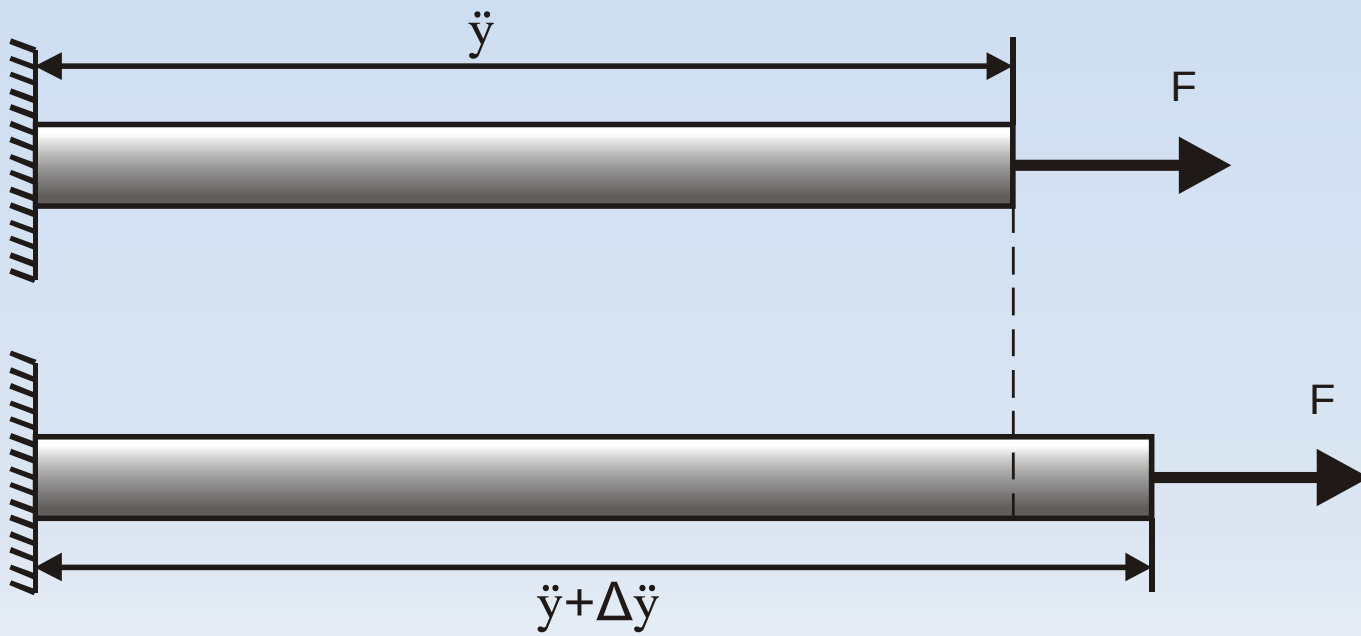


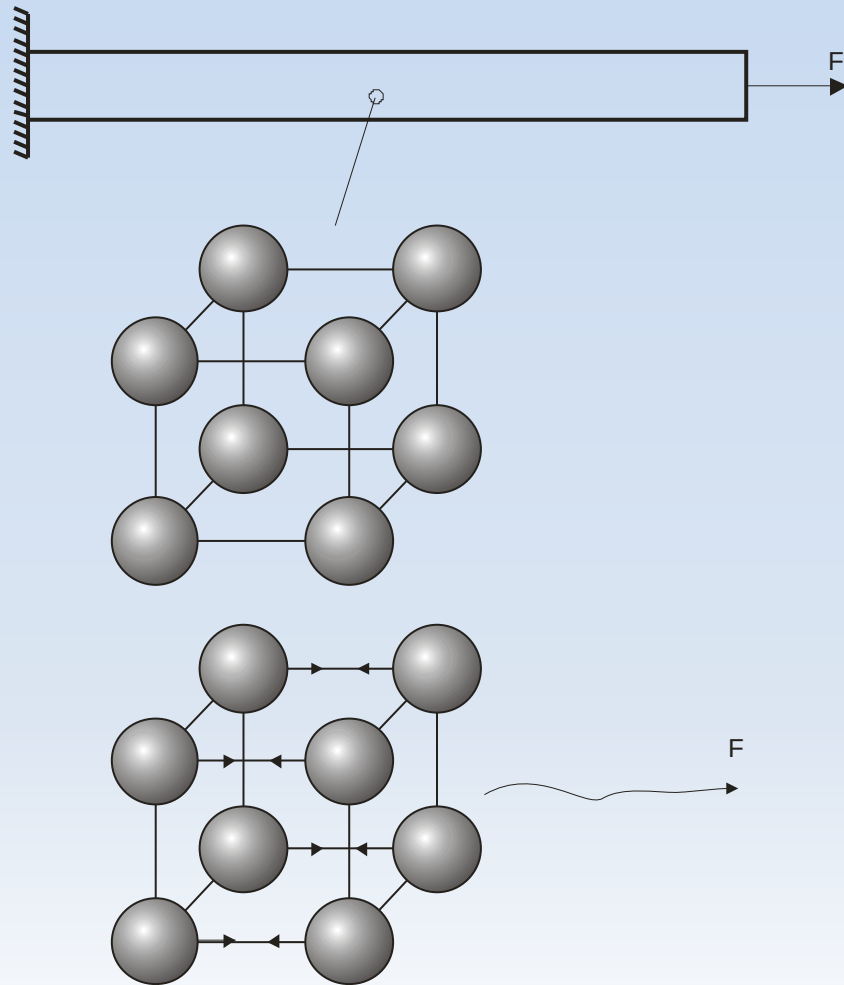
Να καθορίσει το πλέον κατάλληλο σχήμα των φορέων και στη συνέχεια να υπολογίσει τις διαστάσεις τους, έτσι ώστε αυτοί να είναι σε θέση να παραλάβουν με ασφάλεια, (έναντι του κινδύνου θραύσης αλλά και έναντι της υπερβολικής παραμόρφωσης) και συγχρόνως κατά τον οικονομικότερο δυνατό τρόπο τη φόρτιση.

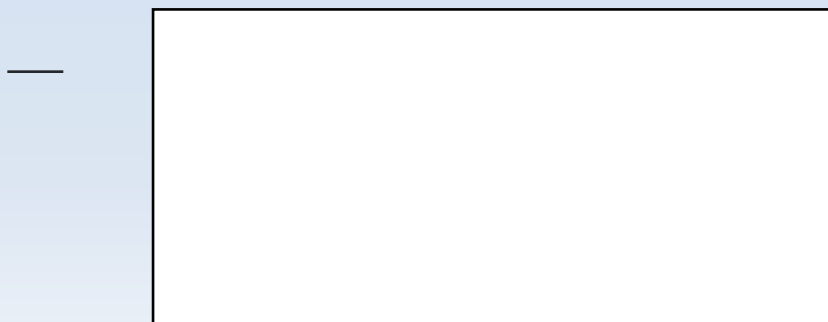
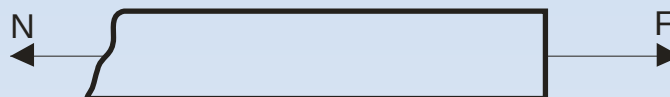
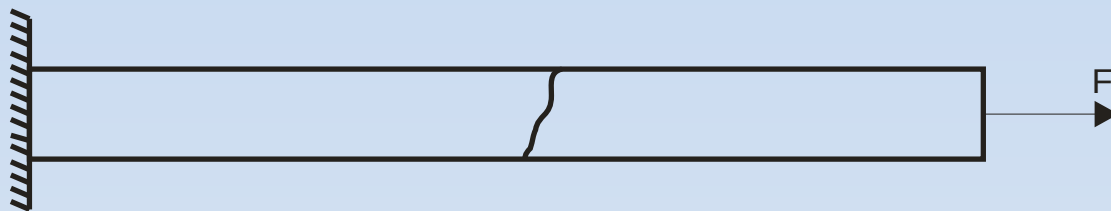


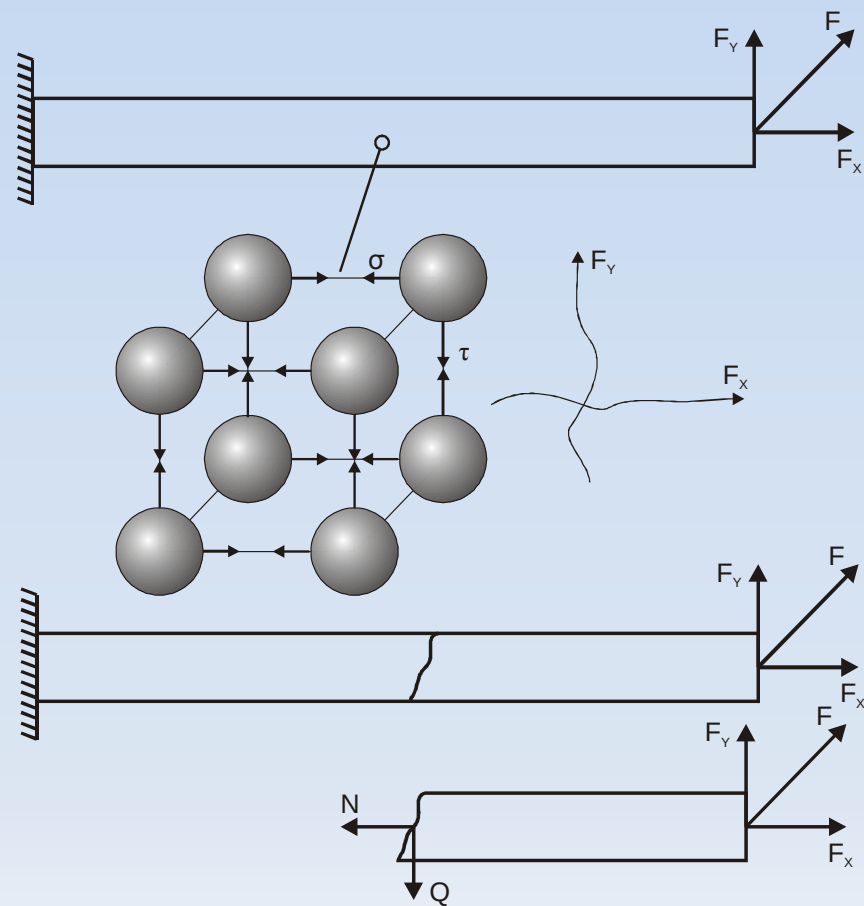
Να υπολογίσει το μέγιστο δυνατό φορτίο το οποίο μπορεί με ασφάλεια να αναλάβει ένας φορέας ή μία κατασκευή και να ελέγξει, κατά πόσο αυτός είναι ασφαλής έναντι δεδομένης φόρτισης (στατικός έλεγχος), ή τέλος να ελέγξει κατά πόσο οι προκληθείσες παραμορφώσεις βρίσκονται εντός των παραδεκτών ορίων.







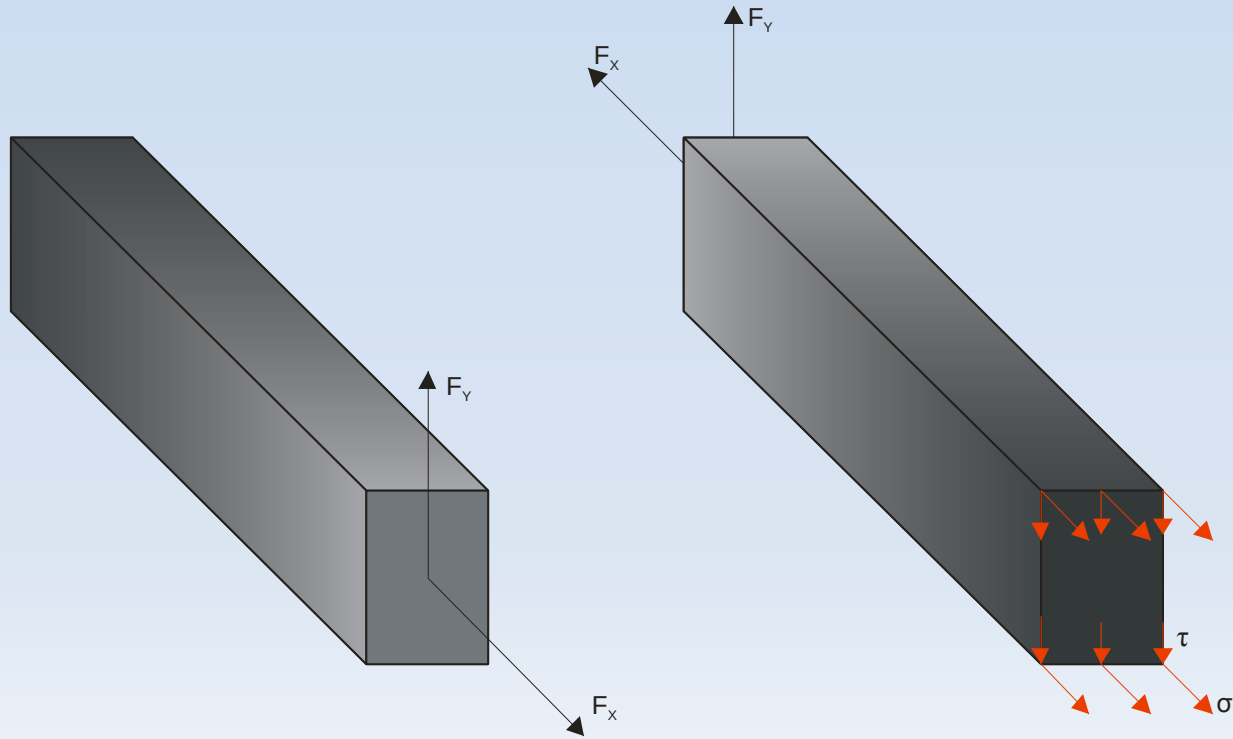




$$Q = \int_A t \, dA = t \int_A dA = t A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{Q}{A} \quad [N / mm^2]$$





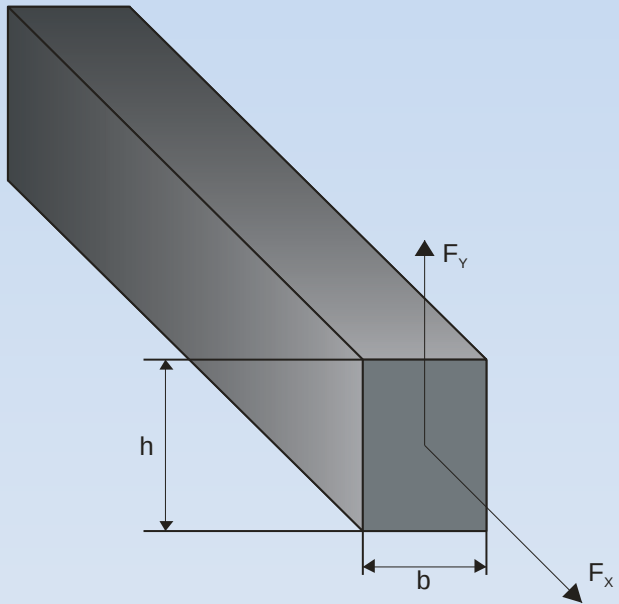
Απεικόνιση τάσεων σε διατομή φορέα

Δρ. Μηχ. Μηχ. Α. Τσουκνίδας

Σχήμα 9

$$\tau = \frac{Q}{A}, \sigma = \frac{N}{A}$$

Q; N;

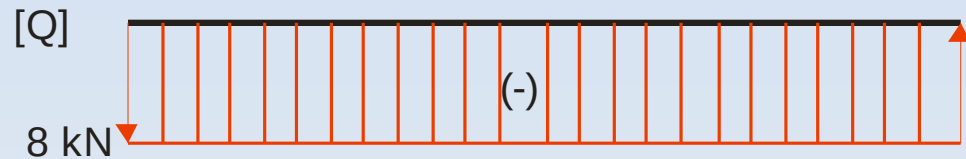
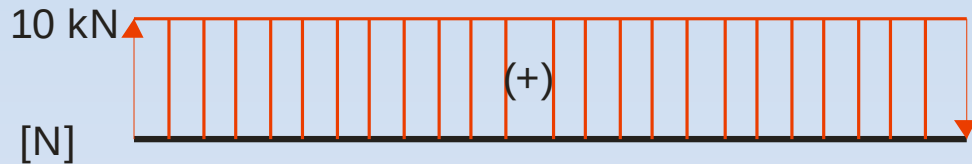


$h = 10 \text{ cm}$

$b = 5 \text{ cm}$

$F_X = 10 \text{ kN}$

$F_Y = 8 \text{ kN}$



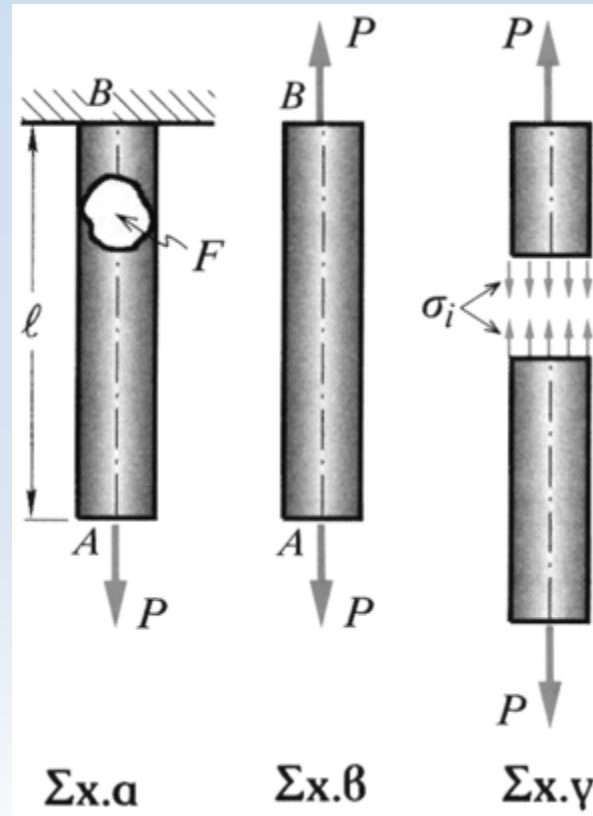
$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{10 \text{ kN}}{10 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}} = \frac{10 \text{ kN}}{50 \text{ cm}^2} = \frac{10 \cdot 10^3 \text{ N}}{50(10 \text{ mm})^2} = \frac{10^4 \text{ N}}{50 \cdot 10^2 \text{ mm}^2} = 2 \text{ N} / \text{mm}^2$$

$$\tau = \frac{Q}{A} = \frac{8 \text{ kN}}{10 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}} = \frac{8 \text{ kN}}{50 \text{ cm}^2} = \frac{8 \cdot 10^3 \text{ N}}{50(10 \text{ mm})^2} = \frac{8 \cdot 10^3 \text{ N}}{50 \cdot 10^2 \text{ mm}^2} = 1.6 \text{ N} / \text{mm}^2$$



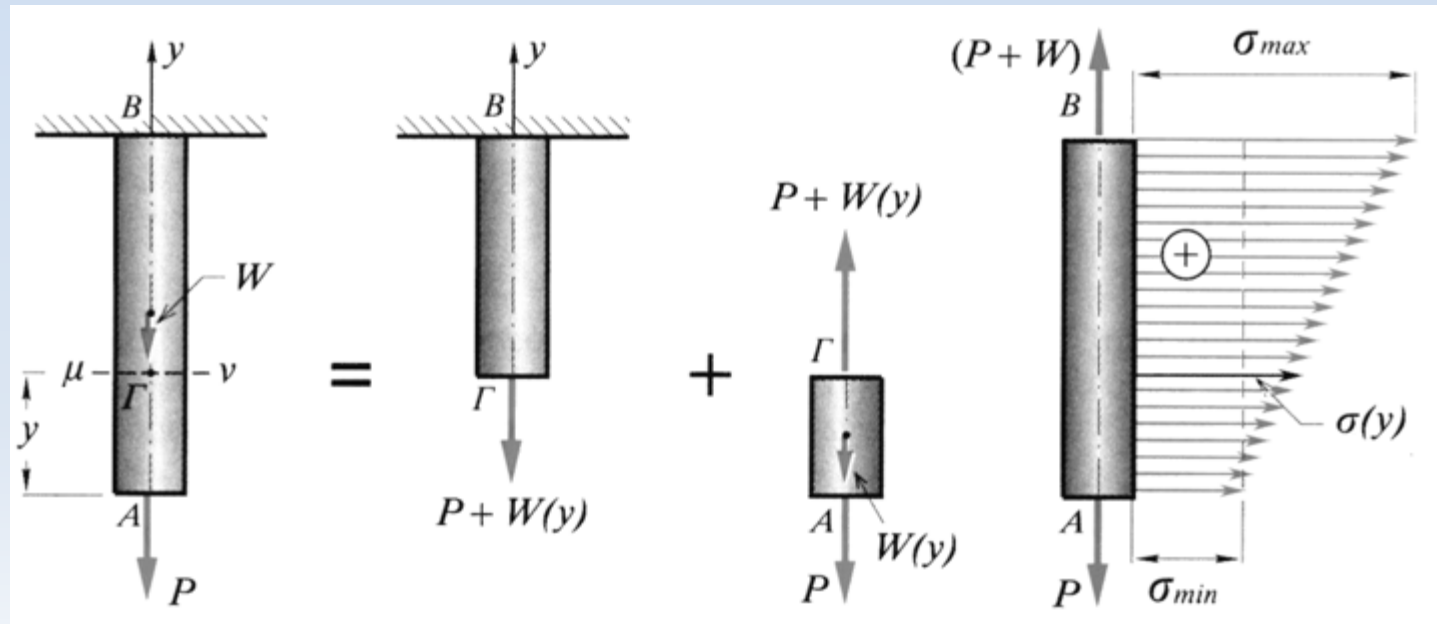
Μία χαλύβδινη ράβδος AB, με μήκος $\lambda = 1 \text{ m}$ και σταθερό εμβαδόν διατομής $A = 100 \text{ cm}^2$, είναι πακτωμένη κατακόρυφα και φέρει κεντροβαρική δύναμη $P = 10 \text{ kN}$. Δίνεται το ειδικό βάρος του χάλυβα $\gamma = 78 \text{ kN/m}^3 = 7.8 \text{ t/m}^3$. Να βρεθεί η αναπτυσσόμενη ορθή τάση σε όλες τις διατομές από A μέχρι B της ράβδου, αν:

- Αμελήσουμε το ίδιο βάρος της.
- Δεν αμελήσουμε το ίδιο βάρος της.

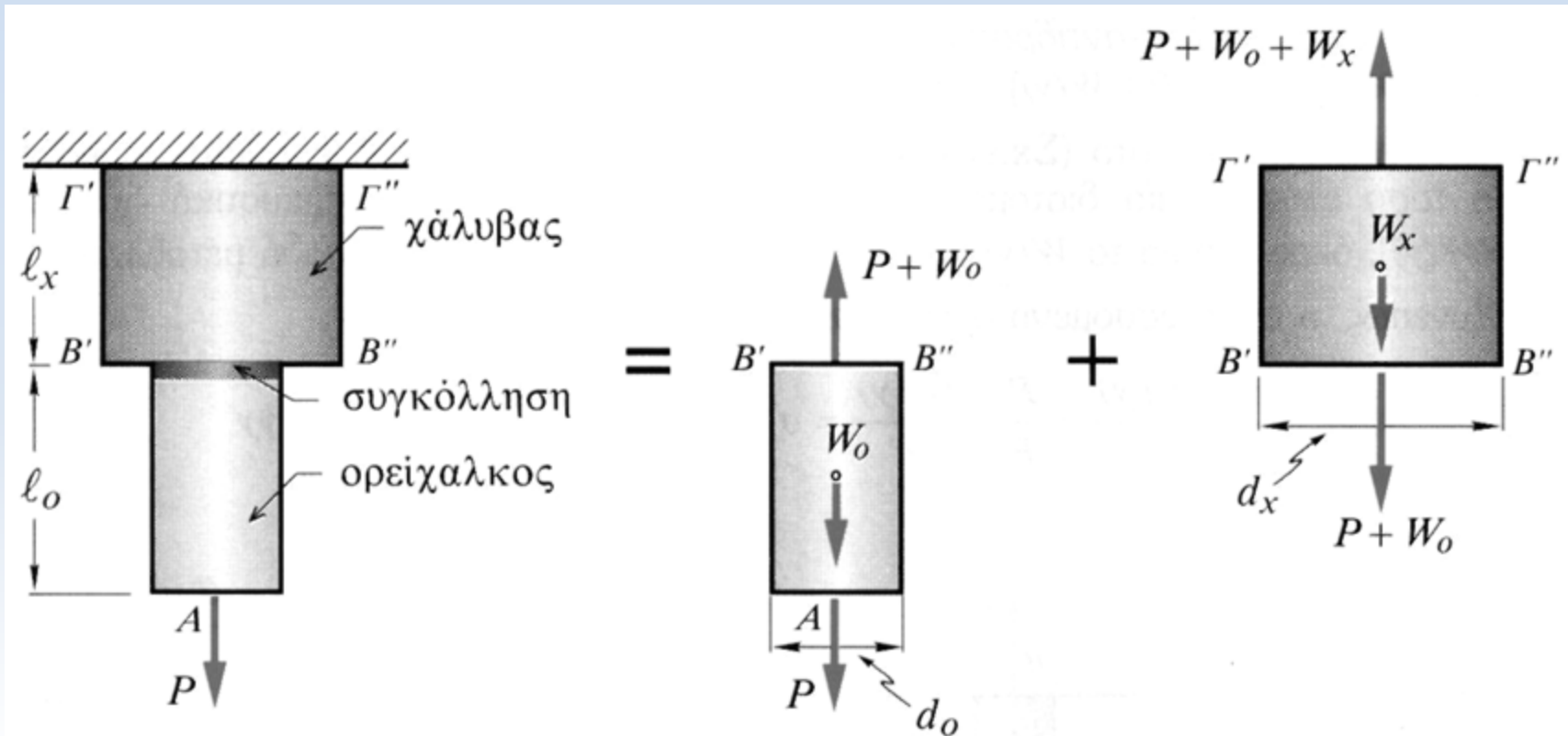


Μία χαλύβδινη ράβδος AB, με μήκος $\lambda = 1 \text{ m}$ και σταθερό εμβαδόν διατομής $A = 100 \text{ cm}^2$, είναι πακτωμένη κατακόρυφα και φέρει κεντροβαρική δύναμη $P = 10 \text{ kN}$. Δίνεται το ειδικό βάρος του χάλυβα $\gamma = 78 \text{ kN/m}^3 = 7.8 \text{ t/m}^3$. Να βρεθεί η αναπτυσσόμενη ορθή τάση σε όλες τις διατομές από A μέχρι B της ράβδου, αν:

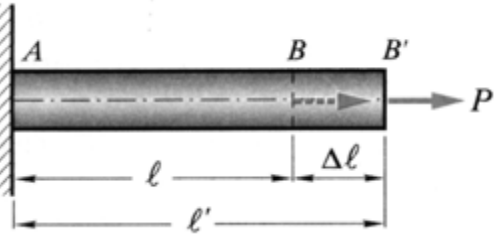
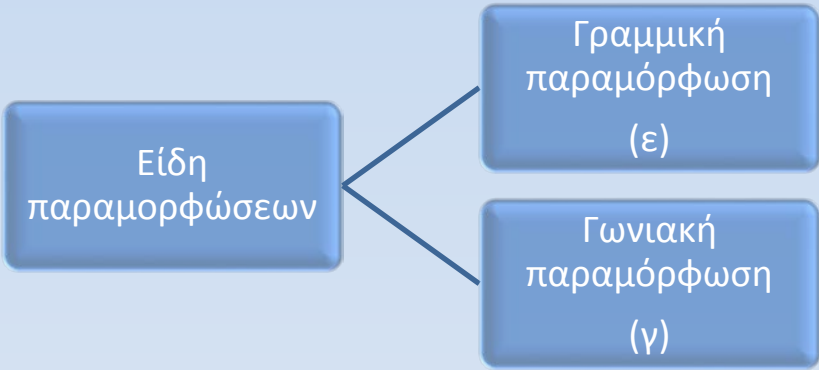
- Αμελήσουμε το ίδιο βάρος της.
- Δεν αμελήσουμε το ίδιο βάρος της.



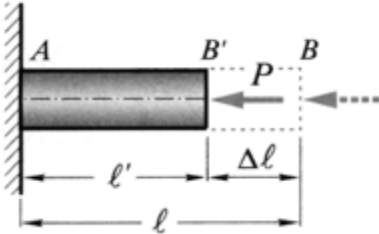
Δύο κυλινδρικές ράβδοι είναι κατάλληλα συγκολλημένες μεταξύ τους και συγκρατούν ένα κατακόρυφο αξονικό φορτίο $P = 100 \text{ kN}$ στο σημείο Α. Η επάνω ράβδος είναι χαλύβδινη με μήκος $\ell_x = 3 \text{ m}$ και διάμετρο $d_x = 10 \text{ cm}$. Η κάτω ράβδος είναι ορειχάλκινη με μήκος $\ell_o = 2 \text{ m}$ και διάμετρο $d_o = 8 \text{ cm}$. Για το χάλυβα δίνονται $\gamma_x = 7.8 \cdot 10^4 \text{ N/m}^3$ και για τον ορείχαλκο $\gamma_o = 8.2 \cdot 10^4 \text{ N/m}^3$. Ζητείται να υπολογιστεί η μέγιστη αναπτυσσόμενη τάση στην κάθε ράβδο.



Τα διάφορα σώματα καταπονούνται από εξωτερικές δυνάμεις **παραμορφώνονται**, μεταβάλλουν δηλαδή τις γραμμικές τους διαστάσεις ή τις γωνίες τους ή και τα δύο.

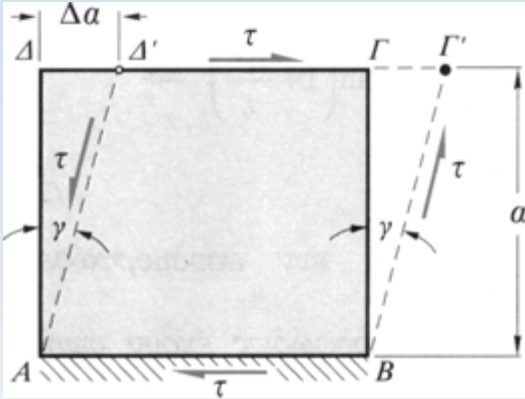


Επιμήκυνση εφελκυσμένης ράβδου



Επιβράχυνση θλιβόμενης ράβδου

Ανηγγμένη παραμόρφωση: $\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{\ell' - \ell}{\ell}$



Γωνιακή παραμόρφωση πρίσματος

$$\gamma \approx \frac{\Delta \Delta'}{\Delta \Delta} = \frac{\Delta \alpha}{\alpha}$$



Η χρησιμοποίηση των υλικών στις διάφορες κατασκευές προϋποθέτει τη γνώση της συμπεριφοράς τους σε εφελκυσμό - θλίψη.

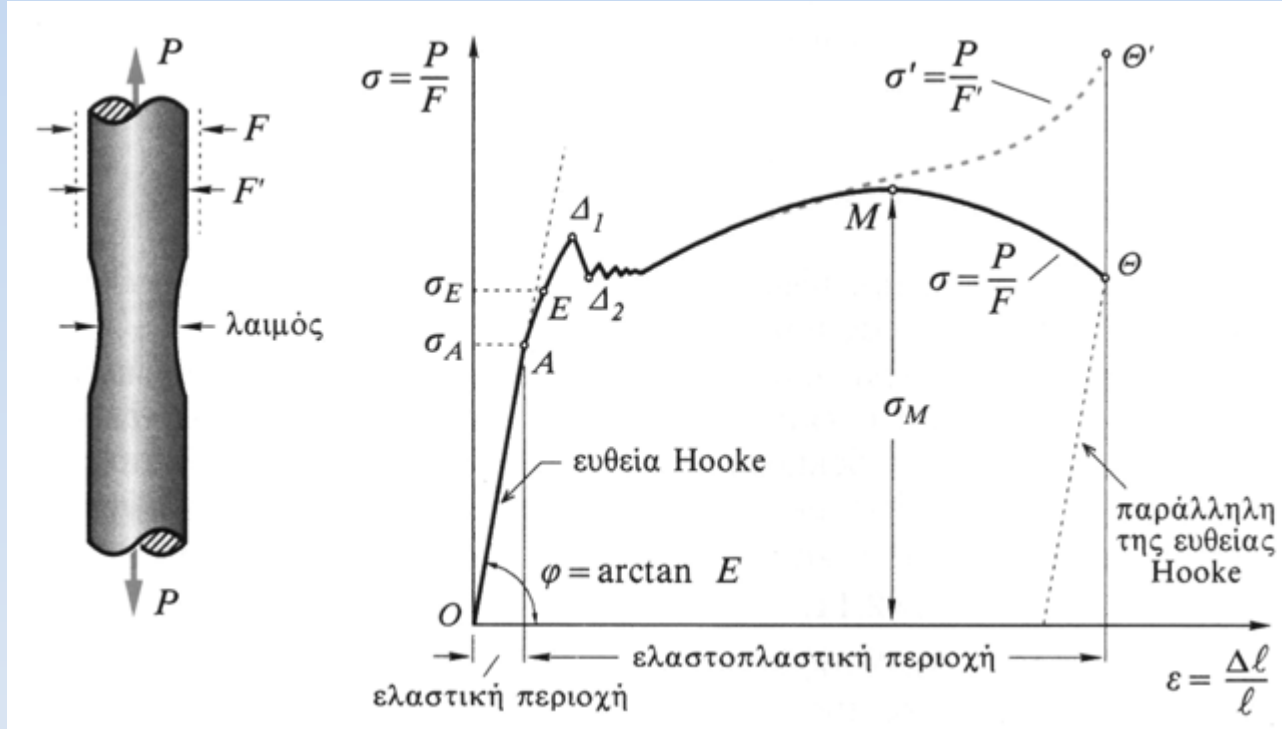
Για την πληρέστερη κατανόηση της συμπεριφοράς των υλικών σε εφελκυσμό, απαιτείται η εκτέλεση ενός πρότυπου πειράματος εφελκυσμού μέχρι τη θραύση του δοκιμίου (που συνήθως έχει κυκλική διατομή), η σχεδίαση της καμπύλης μεταβολής της τάσης σ σε συνάρτηση με την ανηγμένη επιμήκυνση ϵ και ακολούθως η εξαγωγή συμπερασμάτων από την καμπύλη αυτή.



Διαγράμματα $\sigma - \epsilon$ για εφελκυσμό

Δρ. Μηχ. Μηχ. Α. Τσουκνίδας

Σχήμα 15



Χαρακτηριστικά σημεία:

σ_A : όριο αναλογίας

σ_E : όριο ελαστικότητας

$\sigma_{\Delta 1}$, $\sigma_{\Delta 2}$: άνω και κάτω όριο διαρροής ($\sigma_{\Delta 1} = R_e$)

σ_M : όριο αντοχής ή όριο θραύσης ($\sigma_M = R_m$)

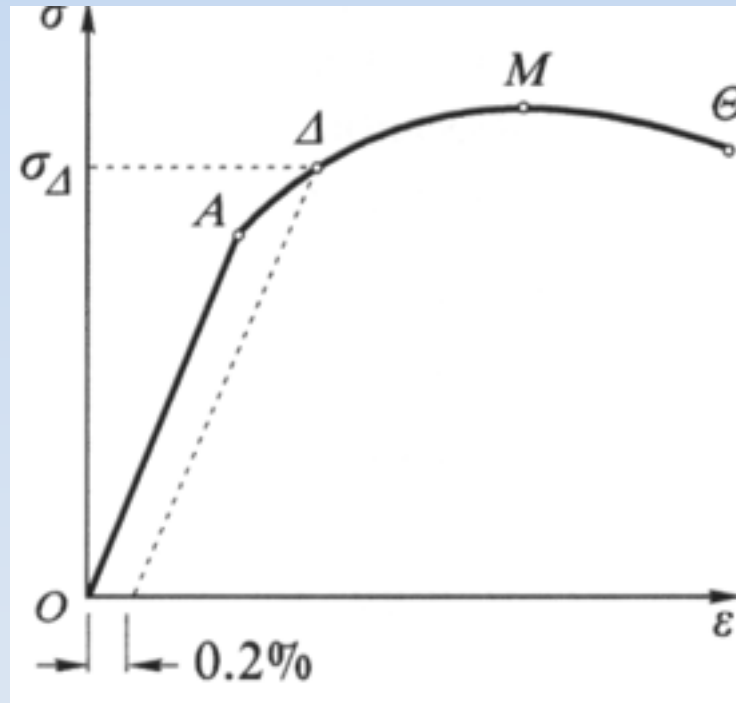
σ_Θ : τάση θραύσης

Στην ελαστική περιοχή παραμόρφωσης ισχύει ο νόμος του **Hooke**:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E$$

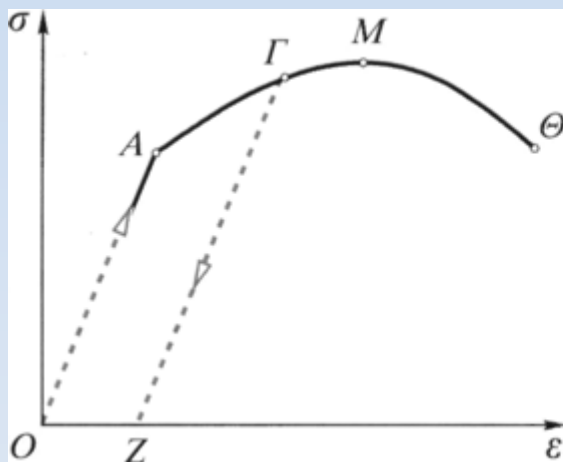
$$\sigma = \varepsilon \cdot E \Rightarrow \Delta \ell = \frac{P \ell}{EF}$$



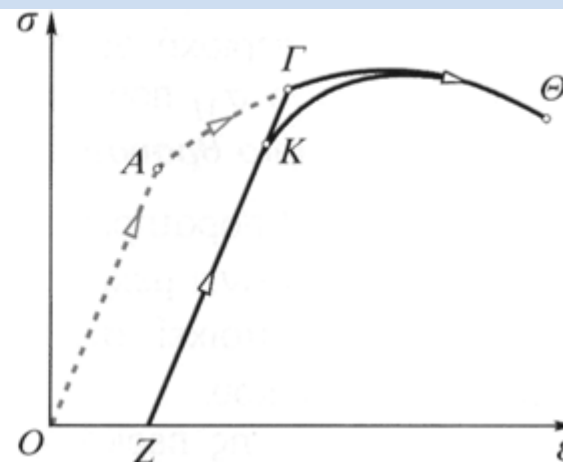


Το αλουμίνιο δεν παρουσιάζει ορατό σημείο διαρροής και γι' αυτόν τον λόγο ορίζεται ένα συμβατικό όριο διαρροής που αντιστοιχεί σε γραμμική παραμόρφωση ίση με 0.2%.





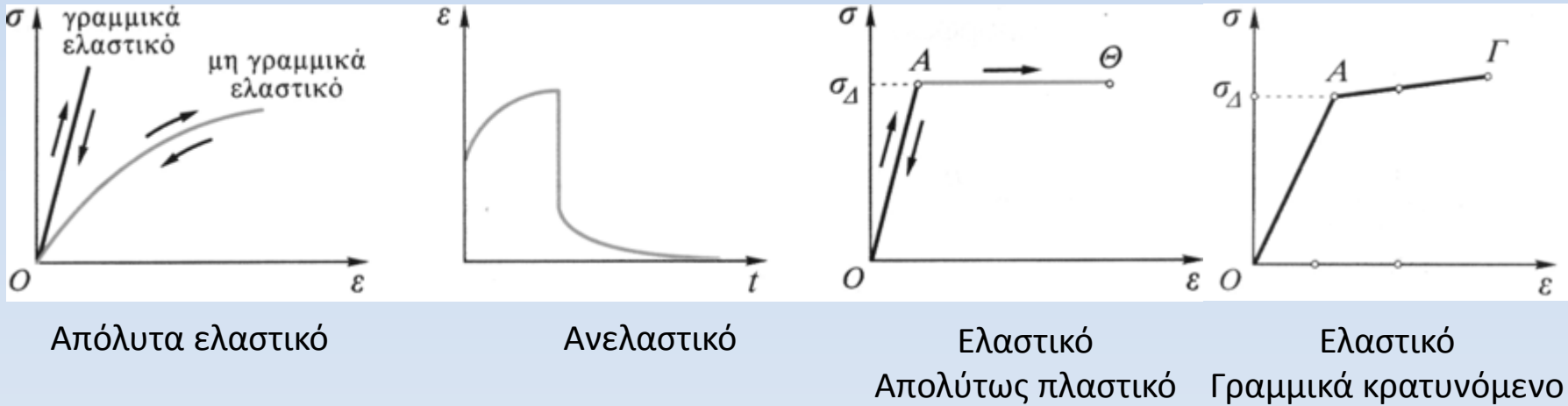
Φόρτιση – Αποφόρτιση
υλικού



Επαναφόρτιση υλικού
(ZK) > (OA)



Προκειμένου να διευκολυνθούν οι υπολογισμοί, για την επίλυση κατασκευαστικών ή άλλων σύνθετων προβλημάτων της Αντοχής των Υλικών, υποθέτουμε ότι τα υλικά συμπεριφέρονται με εξιδανικευμένο τρόπο. Και τούτο διότι στην πράξη παρουσιάζεται μία μεγάλη ποικιλία τύπων συμπεριφοράς που δεν μπορούν να περιγραφούν με απλές καταστατικές εξισώσεις.



Τεχνηκή βαλβίδα καρδιάς
Υλικό: άνθρακας
Μηχανική συμπεριφορά: Απόλυτα ελαστική



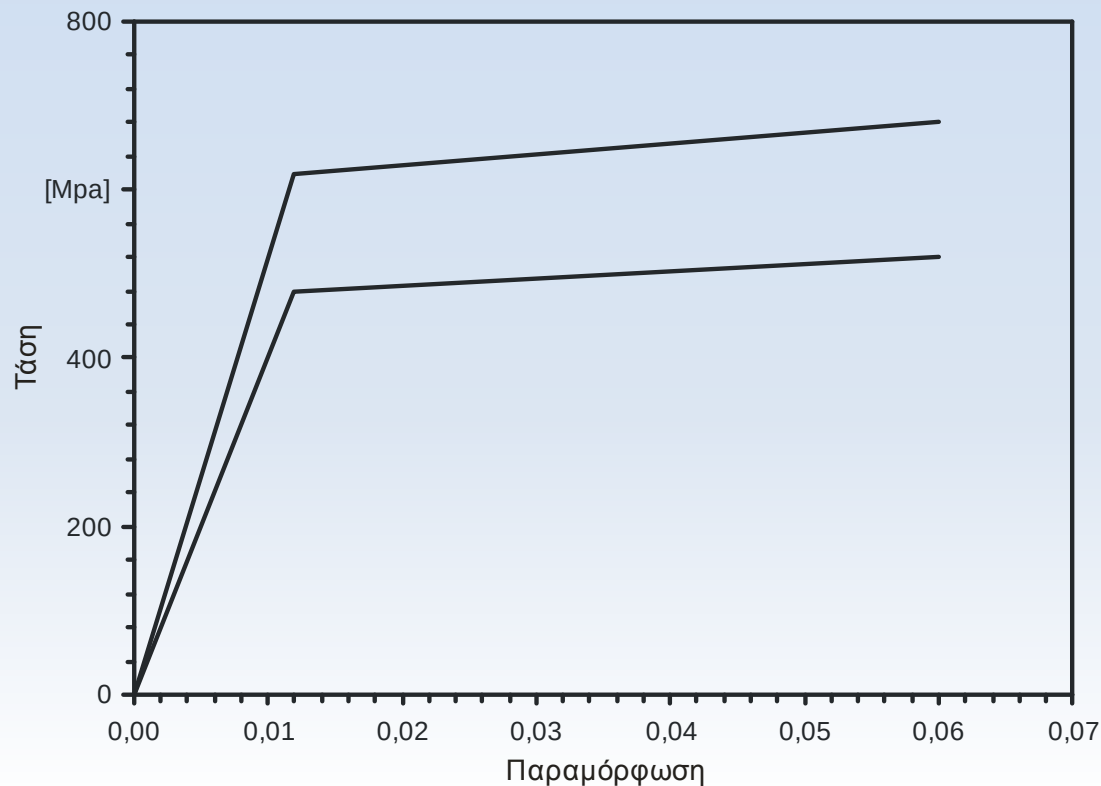
Στο σχήμα παρουσιάζονται 2 απλοποιημένες καμπύλες τάσης – παραμόρφωσης, οι οποίες έχουν προκύψει από πειράματα εφελκυσμού σε δύο διαφορετικούς χάλυβες. Για δύο ράβδους από τα δύο συγκεκριμένα υλικά σας δίνονται τα παρακάτω στοιχεία:

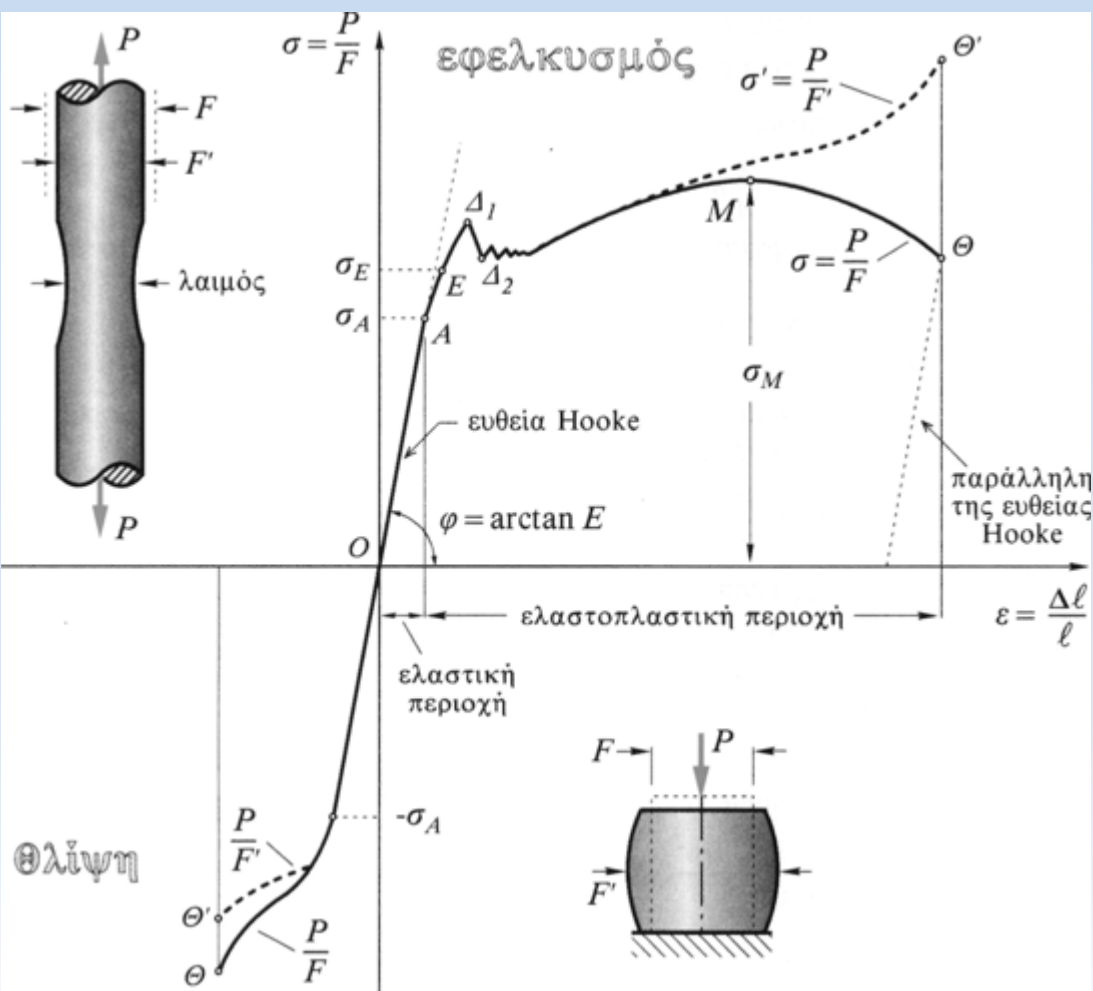
Μήκος: 500 mm, Επιφάνεια διατομής: 100 mm².

Ζητούνται:

- Η παραμόρφωση που θα υποστούν οι δύο ράβδοι αν ασκηθεί αξονικό φορτίο ίσο με 30 kN.
- Η αναπτυσσόμενη τάση στις ράβδους αν η επιμήκυνση των ράβδων είναι ίση με $\Delta l = 3$ mm.

Για τις απαντήσεις να χρησιμοποιηθεί το διάγραμμα τάσης – παραμόρφωσης και όχι ο νόμος του Hooke.

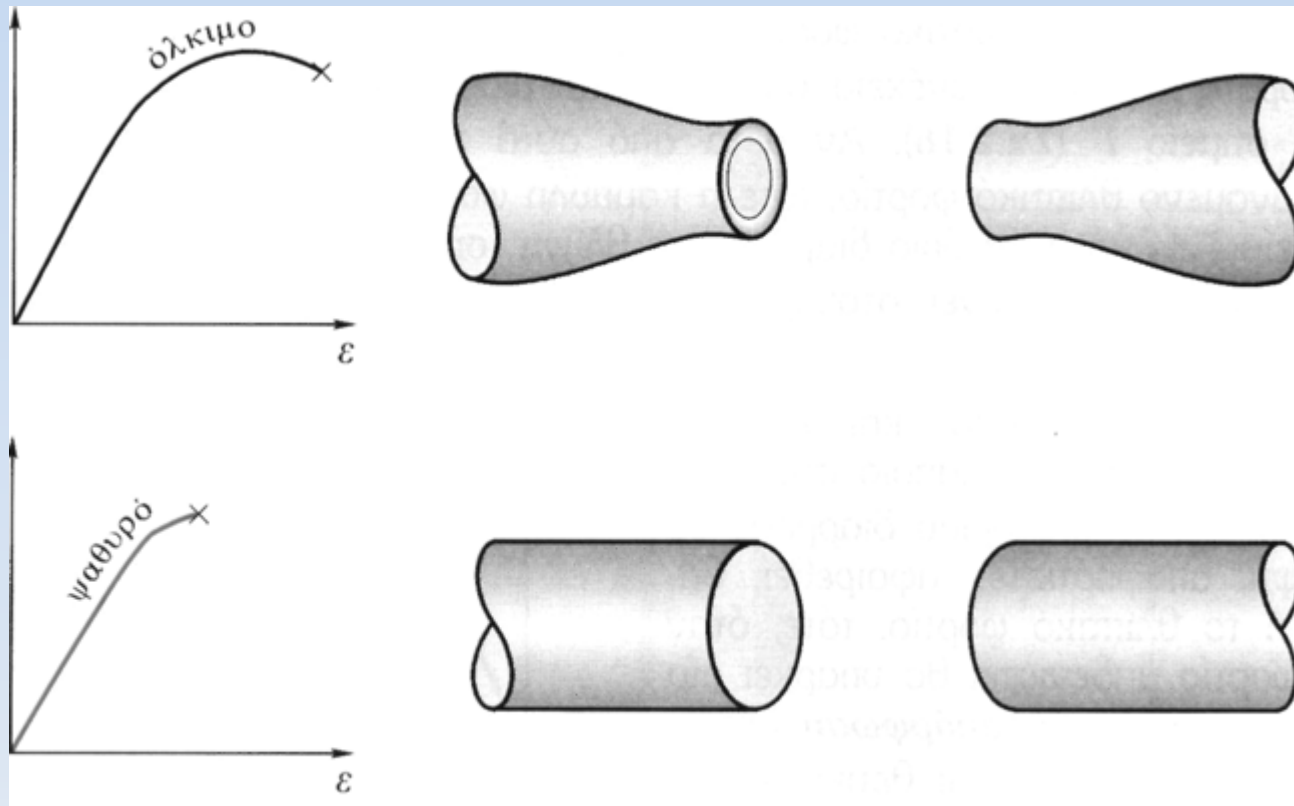




Το διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων όταν το δοκίμιο καταπονείται σε θλίψη είναι αντίστοιχο με εκείνο του εφελκυσμού. Υπάρχει διαφορά μετά το σημείο M, αφού τότε το δοκίμιο που καταπονείται θλιπτικά δεν εμφανίζει λαιμό αλλά η διατομή του αυξάνει συνεχώς και μάλιστα στα όλκιμα υλικά, όσο κι αν αυξηθεί το φορτίο, δεν επέρχεται θραύση με τη φυσική έννοια του όρου. Έτσι, το όριο θραύσης για θλίψη ενός όλκιμου υλικού, ορίζεται συμβατικά ότι, είναι η τιμή της τάσης εκείνης που προκαλεί παραμόρφωση (επιβράχυνση) του ύψους του δοκιμίου κατά 30% του αρχικού του μήκους, (δηλαδή $\varepsilon = -0.3$).

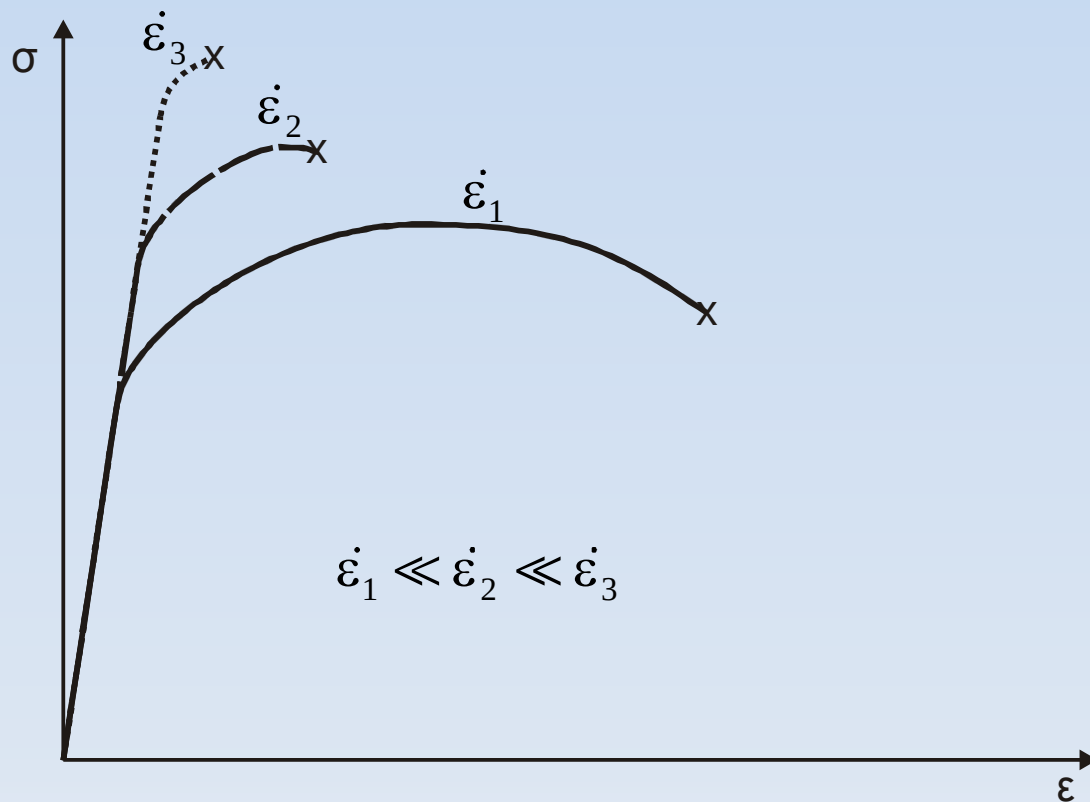
Η βαρελοειδής μορφή που αποκτά το δοκίμιο κατά την δοκιμασία οφείλεται στην ανάπτυξη δυνάμεων τριβής κάθετα στην διεύθυνση φόρτισης.





Τα ψαθυρά υλικά (χυτοσίδηρος) δεν παρουσιάζουν διαρροή και η θραύση πραγματοποιείται κάθετα στην διεύθυνση φόρτισης απουσία σημαντικών πλαστικών παραμορφώσεων





$\dot{\epsilon}$: Ταχύτητα παραμόρφωσης (Ταχύτητα φόρτισης/Αρχική διάμετρο δοκιμίου)

Η αύξηση της ταχύτητας παραμόρφωσης αυξάνει την τάση ενός όγκιμου υλικού για ψαθυρή θραύση. Την ίδια επίδραση έχει και η μείωση της θερμοκρασίας

Επίδραση της ταχύτητας παραμόρφωσης στη μηχανική συμπεριφορά όγκιμων υλικών

Δρ. Μηχ. Μηχ. Α. Τσουκνίδας

Σχήμα 23



Τα υλικά των κατασκευών, δεν πρέπει να καταπονούνται μέχρι το έσχατο όριο της αντοχής τους. Πράγματι, διάφοροι παράγοντες, όπως τα ελαττώματα των υλικών (μικρορωγμές, διάφορες ξένες προσμίξεις κ.λ.π.) και τα εξωτερικά αίτια (η ώθηση του αέρα σε μία γέφυρα, η απότομη μεταβολή της εξωτερικής θερμοκρασίας κ.λ.π.), μας εμποδίζουν να εκτιμήσουμε με σιγουριά την ακριβή καταπόνηση των κατασκευών.

Για τους παραπάνω λόγους πρέπει να υπάρχει ένα περιθώριο ασφαλείας. Αυτό είναι εφικτό αν, αντί να επιβαρύνουμε το υλικό μέχρι το όριο θραύσης του, το καταπονούμε λιγότερο, μέχρι μία ορισμένη μικρότερη τάση, ώστε η κατασκευή μας να έχει κάποια περιθώρια ασφαλείας. Η τάση αυτή ονομάζεται επιτρεπόμενη τάση και είναι το πηλίκο της τάσης θραύσης, προς τον συντελεστή ασφαλείας ν :

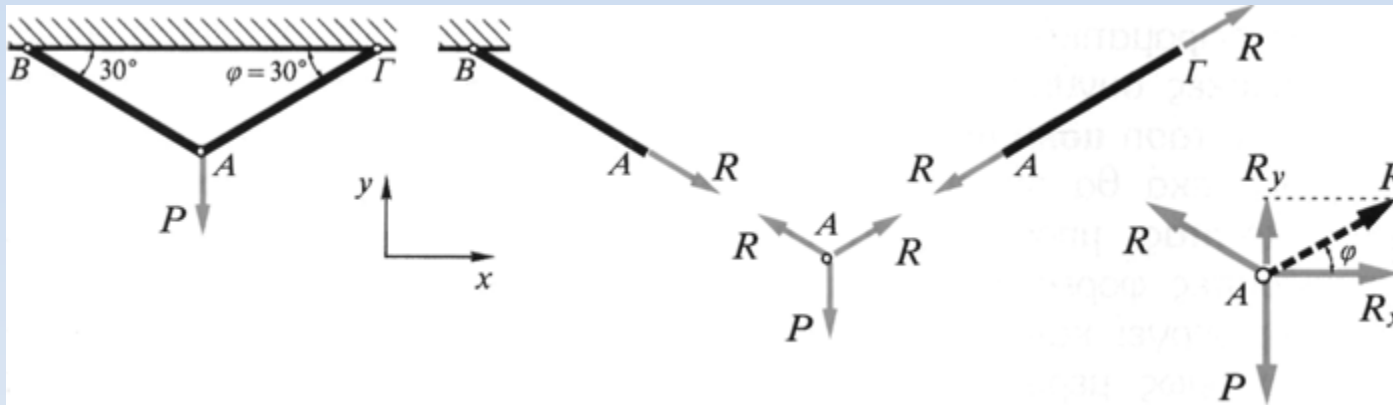
$$\sigma_{\varepsilon\pi} = \frac{\sigma_{\theta\rho}}{\nu}$$

Το μέγεθος του συντελεστή ασφαλείας ν εξαρτάται από πολλούς παράγοντες όπως είναι:

- Η ομοιογένεια του υλικού. Όσο περισσότερο ομοιογενές είναι το υλικό, τόσο ο συντελεστής ασφαλείας ν είναι μικρότερος.
- Η φθορά των υλικών, λόγω παλαιότητας ή χρήσης.
- Ελαττώματα στο υλικό όπως π.χ. φυσαλίδες, ρωγμές.
- Απρόβλεπτες φορτίσεις, όπως κρούσεις, σεισμικές δονήσεις, ταλαντώσεις, κ.ά.
- Ενδεχόμενη ύπαρξη αρχικών τάσεων.
- Συμβατική εκτίμηση των φορτίων υπολογισμού.
- Απλουστευτικές παραδοχές κατά τη διάρκεια των υπολογισμών.



7. Μία ράβδος τετραγωνικής διατομής με πλευρά $a = 1 \text{ cm}$, από χάλυβα St 40, δέχεται αξονικό εφελκυστικό φορτίο $P = 10 \text{ kN}$. Να Βρεθεί ο συντελεστής ασφαλείας με τον οποίο εργάζεται η ράβδος.
8. Δύο ίδιες χαλύβδινες ράβδοι με διατομή $F = 4 \text{ cm}^2$ συνδέονται αρθρωτά. Αν στον κόμβο A δρα κατακόρυφη δύναμη $P = 50 \text{ kN}$, να εξεταστεί αν οι αναπτυσσόμενες ορθές τάσεις στις δύο ράβδους είναι εντός των επιτρεπόμενων ορίων ασφαλείας. Η επιτρεπόμενη τάση εφελκυσμού του χάλυβα είναι $\sigma_{\text{επ}} = 1000 \text{ kp/cm}^2$.

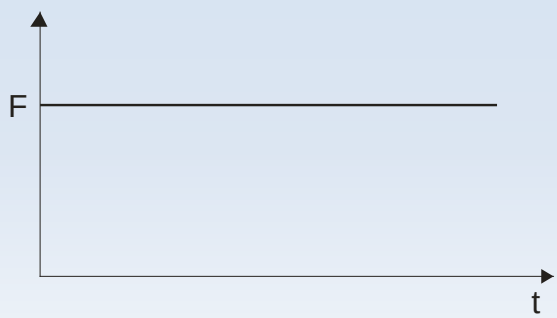


Κατά τη διεξαγωγή των δοκιμών αντοχής, αυτές γίνονται με τέτοιο τρόπο, ώστε το φορτίο να αυξάνεται σιγά - σιγά και ομαλά, από το μηδέν μέχρι και το όριο θραύσης του υλικού.

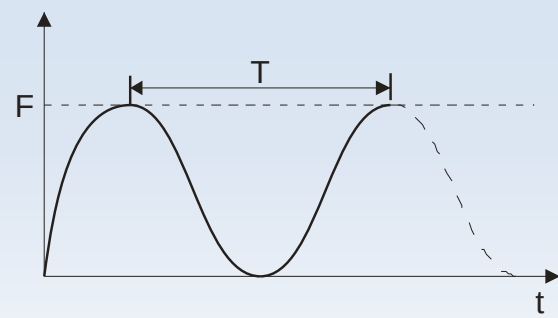
Από πειραματικές και άλλες παρατηρήσεις όμως, έγινε αντιληπτό ότι με διαφορετικές συνθήκες φόρτισης, είναι δυνατό να επέλθει η θραύση του υλικού με τάση πολύ μικρότερη της στατικής αντοχής (τάση θραύσης) του.

Θεωρητικά θα πίστευε κανείς, ότι αν δεν έχουμε ξεπεράσει το όριο ελαστικότητας, μπορούμε να επαναλάβουμε μία επαναληπτική φόρτιση απεριόριστες φορές. Πράγματι, επανάληψη μέχρι και εκατοντάδες φορές δεν δημιουργεί κανένα πρόβλημα στο δοκίμιο. Η επιβολή **επαναληπτικού φορτίου** όμως μερικές χιλιάδες ή εκατομμύρια φορές, είναι δυνατό να επιφέρει θραύση του δοκιμίου.

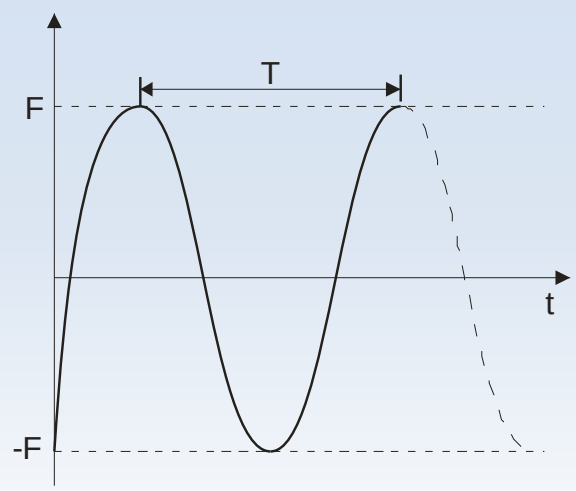
Η θραύση αυτή, είναι δυνατό να επέλθει και για τιμές της τάσης, σημαντικά μικρότερες από την στατική αντοχή του υλικού. Το φαινόμενο αυτό, ονομάζεται **κόπωση** του υλικού και στις περισσότερες των περιπτώσεων οδηγεί σε **ψαθυρή θραύση**.



Στατική φόρτιση



Κυμαινόμενη φόρτιση



Αντιστρεφόμενη φόρτιση

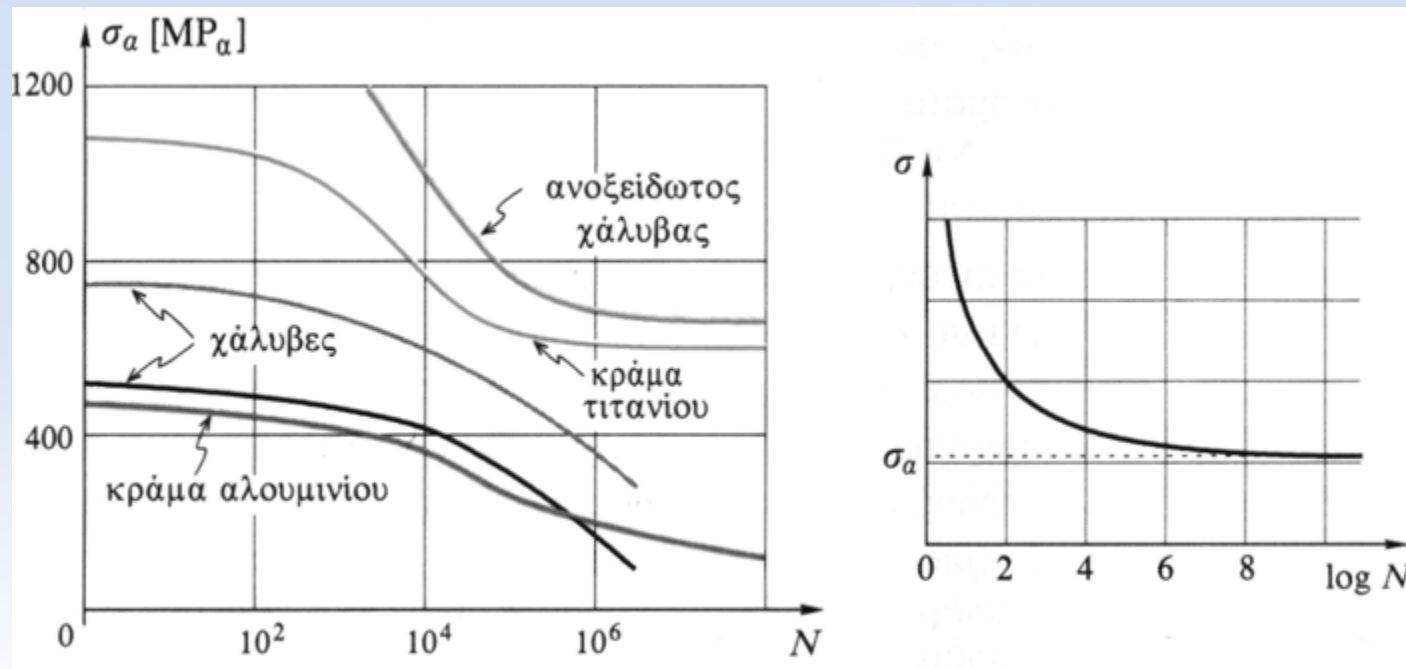


Επαναλαμβανόμενη φόρτιση – Δυναμική τάση θραύσης - Κόπωση

Δρ. Μηχ. Μηχ. Α. Τσουκνίδας

Γενικότερα αξίζει να σημειωθεί, ότι μερικοί από τους παράγοντες που επηρεάζουν τη δυναμική αντοχή των υλικών είναι οι παρακάτω:

- διακύμανση του φορτίου
- η συγκέντρωση τάσεων (όπως π.χ. όταν υπάρχουν εγκοπές ή απότομες μεταβολές διατομής)
- η συχνότητα φόρτισης
- Η λείανση της επιφάνειας
- οι διαστάσεις
- η διάβρωση
- η θερμοκρασία



Διαγράμματα Woehler

