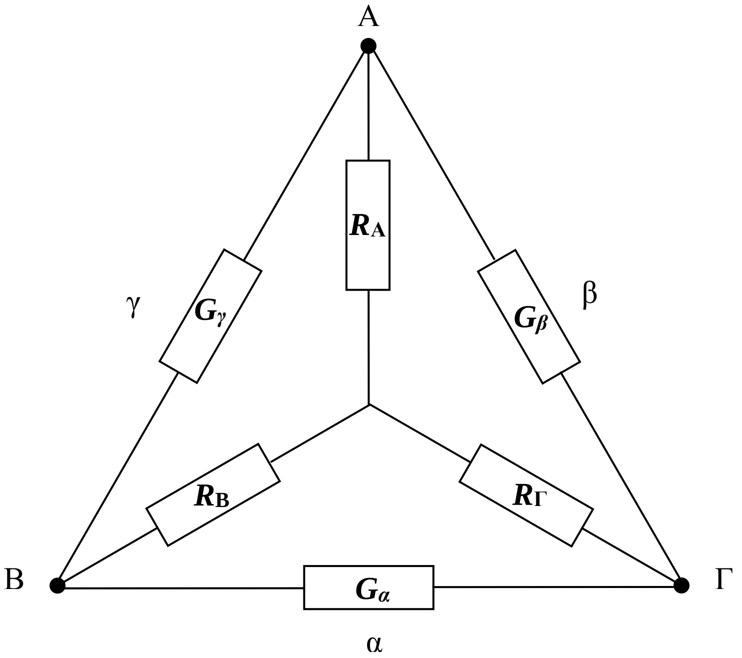
ΜΝΗΜΟΝΙΚΟΣ ΚΑΝΟΝΑΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΩΝ ΑΣΤΕΡΑ – ΤΡΙΓΩΝΟΥ



$$\text{Στοιχείο της μιας διάταξης} = \frac{\text{Απέναντι στοιχείο της άλλης διάταξης}}{\text{Άθροισμα γινομένων των στοιχείων της άλλης διάταξης}}$$

Στοιχεία αντίστοιχων Διατάξεων:
Οι Αγωγιμότητες G_α, G_β, G_γ, στο Τρίγωνο στις πλευρές α, β, γ αντίστοιχα
Οι Αντιστάσεις R_A, R_B, R_Γ, στον Αστέρα από το κέντρο στις κορυφές Α, Β, Γ αντίστοιχα

Απέναντι στοιχεία: αυτά που χαρακτηρίζονται από το ίδιο γράμμα α – Α , β – Β , γ – Γ

Y2Δ	**Δ2Y**
$R_A = \frac{G_\alpha}{G_\alpha G_\beta + G_\beta G_\gamma + G_\gamma G_\alpha}$	$G_\alpha = \frac{R_A}{R_A R_B + R_B R_\Gamma + R_\Gamma R_A}$
$R_B = \frac{G_\beta}{G_\alpha G_\beta + G_\beta G_\gamma + G_\gamma G_\alpha}$	$G_\beta = \frac{R_B}{R_A R_B + R_B R_\Gamma + R_\Gamma R_A}$
$R_\Gamma = \frac{G_\gamma}{G_\alpha G_\beta + G_\beta G_\gamma + G_\gamma G_\alpha}$	$G_\gamma = \frac{R_\Gamma}{R_A R_B + R_B R_\Gamma + R_\Gamma R_A}$

Η αγωγιμότητα είναι το αντίστροφο της αντίστασης $G = \frac{1}{R}$

Ο παραπάνω μετασχηματισμός ισχύει ως έχει και για σύνθετες αντιστάσεις Z με σύνθετες αγωγιμότητες Y. Δηλαδή για κλάδους που περιέχουν όχι μόνο αντιστάσεις αλλά και πηνία και πυκνωτές

ΚΑΝΟΝΕΣ KIRCHHOFF

Κανόνας κόμβων ή ρευμάτων (από διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου)

Σε κάθε κόμβο ενός κυκλώματος το άθροισμα όλων των ρευμάτων είναι μηδέν (τα εισερχόμενα ρεύματα έχουν πρόσημο συν ενώ τα εξερχόμενα μείον)

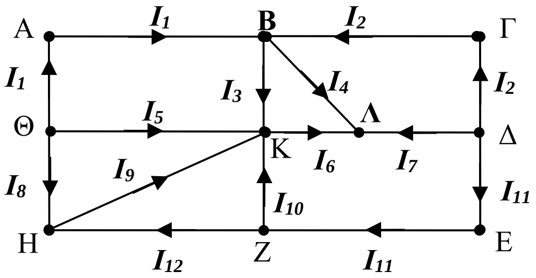
$$\sum_{\kappa\acute{o}\mu\beta o} I = 0$$

Κανόνας βρόχων ή τάσεων (από διατήρηση ενέργειας)

Σε κάθε βρόχο ενός κυκλώματος (κλειστή διαδρομή) το άθροισμα όλων των πτώσεων τάσης είναι μηδέν.

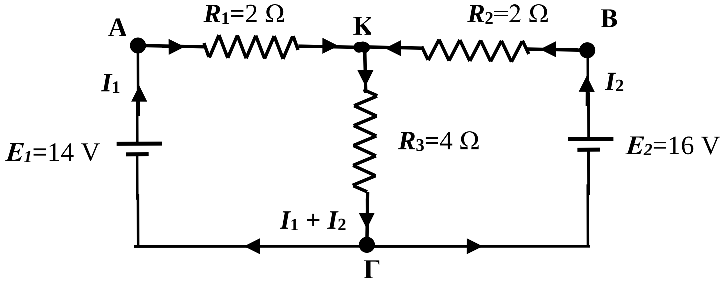
$$\sum_{\beta\rho\acute{o}\chi o} V = 0$$

Π.χ. $\sum_{\kappa\acute{o}\mu\beta o\varsigma\ \mathrm{B}} I = 0 \Rightarrow I_1 + I_2 = I_3 + I_4$ $\qquad$ $\sum_{\substack{\beta\rho\acute{o}\chi o\varsigma \\ \mathrm{AB\Lambda K\Theta A}}} V = 0 \Rightarrow V_{\mathrm{AB}} + V_{\mathrm{B\Lambda}} + V_{\mathrm{\Lambda K}} + V_{\mathrm{K\Theta}} + V_{\mathrm{\Theta A}} = 0$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

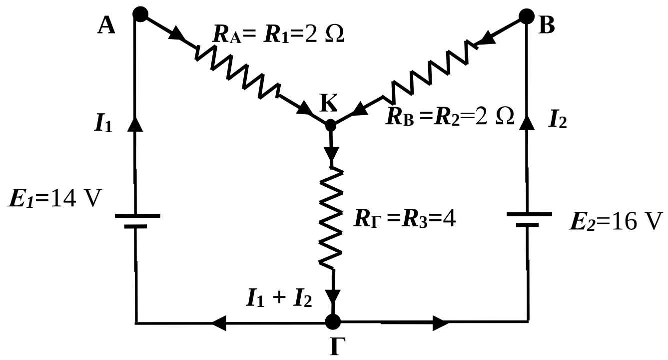
1) Να υπολογίσετε τα ρεύματα και τις πτώσεις τάσης στο παρακάτω κύκλωμα ($I_1, I_2, V_{\mathrm{AK}}, V_{\mathrm{BK}}, V_{\mathrm{K\Gamma}}$) . Να υπολογίσετε την ισχύ που παρέχει η κάθε πηγή και την ισχύ που καταναλώνει κάθε αντίσταση.



Λύση

Με μετασχηματισμό Υ-Δ

Το κύκλωμα είναι αστέρας με $R_1 = R_{\mathrm{A}},\ \ R_2 = R_{\mathrm{B}},\ \ R_3 = R_{\Gamma}$

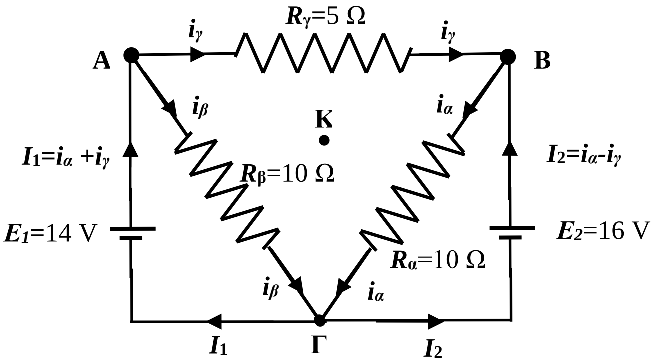


Αν το μετασχηματίσουμε σε τρίγωνο

$$G_\alpha \equiv \frac{1}{R_\alpha} = \frac{R_{\mathrm{A}}}{R_{\mathrm{A}}R_{\mathrm{B}} + R_{\mathrm{B}}R_{\Gamma} + R_{\Gamma}R_{\mathrm{A}}} = \frac{2}{2\cdot 2 + 2\cdot 4 + 4\cdot 2} = \frac{2}{20} \Rightarrow R_\alpha = 10\ \Omega$$

$$G_\beta \equiv \frac{1}{R_\beta} = \frac{R_B}{R_{\mathrm{A}}R_{\mathrm{B}} + R_{\mathrm{B}}R_{\Gamma} + R_{\Gamma}R_{\mathrm{A}}} = \frac{2}{2\cdot 2 + 2\cdot 4 + 4\cdot 2} = \frac{2}{20} \Rightarrow R_\beta = 10\ \Omega$$

$$G_\gamma \equiv \frac{1}{R_\gamma} = \frac{R_\Gamma}{R_A R_B + R_B R_\Gamma + R_\Gamma R_A} = \frac{4}{2\cdot 2 + 2\cdot 4 + 4\cdot 2} = \frac{4}{20} \Rightarrow R_\gamma = 5\ \Omega$$



η λύση βρίσκεται με απλή εφαρμογή του νόμου του Ohm.

$$V_{A\Gamma} = i_\beta R_\beta \Rightarrow i_\beta = \frac{V_{A\Gamma}}{R_\beta} = \frac{14}{10} \Rightarrow i_\beta = 1,4\ \text{A}$$

$$V_{B\Gamma} = i_\alpha R_\alpha \Rightarrow i_\alpha = \frac{V_{B\Gamma}}{R_\alpha} = \frac{16}{10} \Rightarrow i_\alpha = 1,6\ \text{A}$$

$$V_{AB} + V_{B\Gamma} + V_{\Gamma A} = 0 \Rightarrow i_\gamma R_\gamma + V_{B\Gamma} - V_{A\Gamma} = 0 \Rightarrow i_\gamma \cdot 5 + 16 - 14 = 0 \Rightarrow i_\gamma = -\frac{2}{5} \Rightarrow i_\gamma = -0,4\ \text{A}$$

Άρα για το πραγματικό κύκλωμα θα έχουμε

$I_1 = i_\beta + i_\gamma = 1,4 - 0,4 = 1\ \text{A}$, $\quad I_2 = i_\alpha - i_\gamma = 1,6 - (-0,4) = 2\ \text{A}$

$V_{AK} = I_1 R_1 = 1\cdot 2 = 2\ \text{V}$, $\quad V_{BK} = I_2 R_2 = 2\cdot 2 = 4\ \text{V}$, $\quad V_{K\Gamma} = (I_1 + I_2)R_2 = (1+2)\cdot 4 = 12\ \text{V}$

Ελέγχουμε ότι : $V_{A\Gamma} = V_{AK} + V_{K\Gamma} = 2 + 12 = 14\ \text{V}$, $\quad V_{B\Gamma} = V_{BK} + V_{K\Gamma} = 4 + 12 = 16\ \text{V}$

Οι πηγές παρέχουν ισχύ στο κύκλωμα επειδή το ηλεκτρικό ρεύμα τις διαρρέει από τον αρνητικό προς το θετικό πόλο (ανεβάζουν φορτία σε υψηλότερο δυναμικό)

$P_1 = V_{A\Gamma}\cdot I_1 = 14\cdot 1 = 14\ \text{W}$ και $P_2 = V_{B\Gamma}\cdot I_2 = 16\cdot 2 = 32\ \text{W}$

Οι αντιστάσεις καταναλώνουν ενέργεια με ρυθμό

$P_{R1} = I_1^2 R_1 = 1^2\cdot 2 = 2\ \text{W}$ $\quad P_{R2} = I_2^2 R_2 = 2^2\cdot 2 = 8\ \text{W}$ $\quad P_{R3} = (I_1 + I_2)^2 R_3 = 3^2\cdot 4 = 36\ \text{W}$

Ελέγχουμε ότι ισχύει η διατήρηση της ενέργειας,

$$P_1 + P_2 = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} \Rightarrow 14 + 32 = 2 + 8 + 36 \Rightarrow 46 = 46$$

όση ισχύς παρέχεται από τις πηγές καταναλώνεται στις αντιστάσεις

Με κανόνες Kirchhoff

Έχουμε ήδη λάβει υπόψη μας τον κανόνα ρευμάτων στους κόμβους όταν αντιστοιχίσαμε ρεύματα στους κλάδους. Έτσι έχουμε δύο αγνώστους, τα ρεύματα I_1 και I_2. Για να τους βρούμε χρειαζόμαστε δύο εξισώσεις που θα τις πάρουμε από τον κανόνα των βρόχων.

Βρόχος ΑΚΓΑ :

$$V_{AK} + V_{K\Gamma} + V_{\Gamma A} = 0 \Rightarrow I_1 R_1 + (I_1 + I_2)R_3 - E_1 = 0 \Rightarrow 2I_1 + 4(I_1 + I_2) = 14 \Rightarrow 6I_1 + 4I_2 = 14$$

Βρόχος ΒΚΓΒ :

$$V_{BK} + V_{K\Gamma} + V_{\Gamma B} = 0 \Rightarrow I_2 R_2 + (I_1 + I_2)R_3 - E_2 = 0 \Rightarrow 2I_2 + 4(I_1 + I_2) = 16 \Rightarrow 4I_1 + 6I_2 = 16$$

Απλοποιούμε και τις δύο εξισώσεις διαιρώντας δια δύο. Έτσι το 2x2 σύστημα του κυκλώματος είναι

$$3I_1 + 2I_2 = 7$$

$$2I_1 + 3I_2 = 8$$

Το σύστημα αυτό είναι ουσιαστικά ο νόμος του Ohm σε μορφή πινάκων :

$$[R](I) = (V) \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 16 \end{pmatrix}$$

Όπου $[R]=\begin{bmatrix}3 & 2\\ 2 & 3\end{bmatrix}$ ο πίνακας 2x2 των αντιστάσεων, $(I)=\begin{pmatrix}I_1\\ I_2\end{pmatrix}$ το διάνυσμα 2x1 των ρευμάτων και $(V)=\begin{pmatrix}E_1\\ E_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14\\ 16\end{pmatrix}$ το διάνυσμα 2x1 των τάσεων των πηγών

Υπολογίζουμε τις ορίζουσες *D, D₁, D₂* του συστήματος και βρίσκουμε τα ρεύματα από

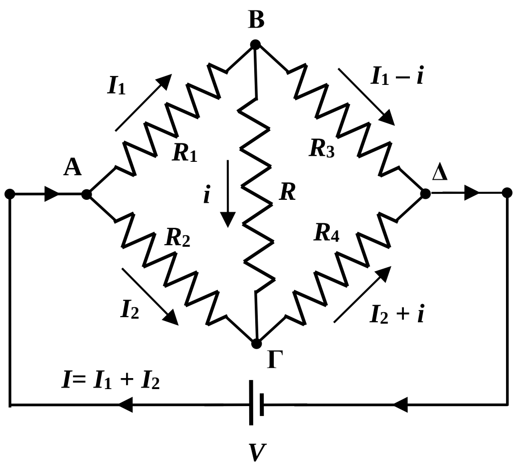
$$I_1=\frac{D_1}{D}=\frac{\begin{vmatrix}7 & 2\\ 8 & 3\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}3 & 2\\ 2 & 3\end{vmatrix}}=\frac{7\cdot 3-2\cdot 8}{3\cdot 3-2\cdot 2}=\frac{21-16}{9-4}=\frac{5}{5}=1\ \text{A}$$

$$I_2=\frac{D_2}{D}=\frac{\begin{vmatrix}3 & 7\\ 2 & 8\end{vmatrix}}{5}=\frac{3\cdot 8-7\cdot 2}{5}=\frac{24-14}{5}=\frac{10}{5}=2\ \text{A}$$

2) Να υπολογίσετε τα ρεύματα και τις πτώσεις τάσης $I, I_1, I_2, i, V_{AB}, V_{B\Delta}, V_{A\Gamma}, V_{\Gamma\Delta}, V_{B\Gamma}$, στο παρακάτω κύκλωμα που ονομάζεται **γέφυρα Wheatstone** όπου :

$R_1=R_\gamma=2\ \Omega,\quad R_2=R_\beta=4\ \Omega,\quad R=R_\alpha=1\ \Omega,\quad R_3=8\ \Omega,\quad R_4=6\ \Omega,\quad V=250\ \text{V}$

Να υπολογίσετε την ισχύ που παρέχει η πηγή και την ισχύ που καταναλώνει κάθε αντίσταση.
Ποια πρέπει να είναι η τιμή της R_4 ώστε ο κλάδος ΒΓ να μην διαρρέεται από ρεύμα ; (λέμε τότε ότι η γέφυρα ισορροπεί)



Λύση

Ξεκινάμε από το τελευταίο ερώτημα που απαντιέται πιο εύκολα.
Όταν ισορροπεί η γέφυρα έχουμε $V_{B\Gamma}=0 \Rightarrow iR=0 \Rightarrow i=0$ και άρα οι αντιστάσεις R_1 και R_3 θα διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα i_1 και οι αντιστάσεις R_2 και R_4 θα διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα i_2 ενώ οι τάσεις θα έχουν μοιραστεί με τον ίδιο τρόπο στους δύο κλάδους ΑΒΔ και ΑΓΔ :

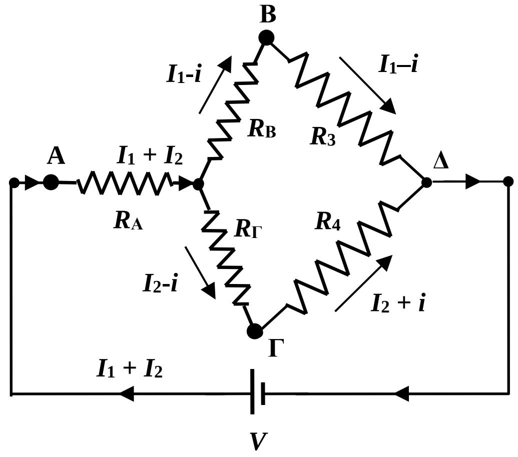
$V_{AB}=V_{A\Gamma} \Rightarrow i_1R_1=i_2R_2$, $V_{B\Delta}=V_{\Gamma\Delta} \Rightarrow i_1R_3=i_2R_4$

Διαιρώντας κατά μέλη παίρνουμε : $\dfrac{V_{AB}}{V_{B\Delta}}=\dfrac{V_{A\Gamma}}{V_{\Gamma\Delta}} \Rightarrow \dfrac{i_1R_1}{i_1R_3}=\dfrac{i_2R_2}{i_2R_4} \Rightarrow \boxed{\dfrac{R_1}{R_3}=\dfrac{R_2}{R_4}}$

και άρα $R_4 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} = \frac{4 \cdot 8}{6} \Rightarrow R_4 = \frac{16}{3} = 5,33\ \Omega$

Με μετασχηματισμό Δ-Υ

Αν μετασχηματίσουμε το τρίγωνο ΑΒΓ σε αστέρα θα μπορούμε να υπολογίσουμε την ολική ωμική αντίσταση του κυκλώματος και άρα το ολικό ρεύμα $I = I_1 + I_2$ που δημιουργεί η πηγή.



$$R_{\mathrm{A}} = \frac{G_\alpha}{G_\alpha G_\beta + G_\beta G_\gamma + G_\gamma G_\alpha} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1}} = \frac{1}{\frac{7}{8}} \Rightarrow R_{\mathrm{A}} = \frac{8}{7}\ \Omega$$

$$R_{\mathrm{B}} = \frac{G_\beta}{G_\alpha G_\beta + G_\beta G_\gamma + G_\gamma G_\alpha} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{7}{8}} \Rightarrow R_{\mathrm{B}} = \frac{2}{7}\ \Omega \qquad R_\Gamma = \frac{G_\gamma}{G_\alpha G_\beta + G_\beta G_\gamma + G_\gamma G_\alpha} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{7}{8}} \Rightarrow R_\Gamma = \frac{4}{7}\ \Omega$$

Η ολική αντίσταση σε αυτό το κύκλωμα υπολογίζεται εύκολα

$$R_{\mathrm{B}} + R_3 = \frac{2}{7} + 8 = \frac{58}{7}\ \Omega, \quad R_\Gamma + R_4 = \frac{4}{7} + 6 = \frac{46}{7}\ \Omega,$$

$$(R_{\mathrm{B}} + R_3) \,||\, (R_\Gamma + R_4) = \frac{\frac{58}{7}\cdot\frac{46}{7}}{\frac{58}{7}+\frac{46}{7}} = \frac{1}{7}\cdot\frac{58\cdot 46}{104} \Rightarrow (R_{\mathrm{B}} + R_3) \,||\, (R_\Gamma + R_4) = \frac{29\cdot 23}{7\cdot 26}\ \Omega$$

$$R_{o\lambda} = R_{\mathrm{A}} + (R_{\mathrm{B}} + R_3) \,||\, (R_\Gamma + R_4) = \frac{8}{7} + \frac{29\cdot 23}{7\cdot 26} = \frac{8\cdot 26 + 29\cdot 23}{7\cdot 26} \Rightarrow R_{o\lambda} = \frac{125}{26}\ \Omega$$

Από το νόμο του Ohm βρίσκουμε το ολικό ρεύμα

$$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_{o\lambda}} = \frac{250}{125/26} \Rightarrow \boxed{I = 52\ \mathrm{A}}$$

Από τους τύπους του διαιρέτη ρεύματος βρίσκουμε

$$R_{\mathrm{B}} + R_3 + R_\Gamma + R_4 = \frac{58}{7} + \frac{46}{7} = \frac{104}{7}\ \Omega$$

$$I_1 - i = I \cdot \frac{R_\Gamma + R_4}{R_{\mathrm{B}} + R_3 + R_\Gamma + R_4} = 52 \cdot \frac{46/7}{104/7} \Rightarrow I_1 - i = 23\ \mathrm{A}$$

$$I_2 + i = I \cdot \frac{R_{\mathrm{B}} + R_3}{R_{\mathrm{B}} + R_3 + R_\Gamma + R_4} = 52 \cdot \frac{58/7}{104/7} \Rightarrow I_2 + i = 29\ \mathrm{A}$$

Ξέροντας αυτά τα ρεύματα μπορούμε να βρούμε τώρα όλες τις πτώσεις τάσης του αρχικού κυκλώματος:

$$V_{\Gamma\Delta} = (I_2 + i)R_4 = 29\cdot 6 \Rightarrow \boxed{V_{\Gamma\Delta} = 174\ \mathrm{V}}, \quad V_{\mathrm{A}\Gamma} = V - V_{\Gamma\Delta} = 250 - 174 \Rightarrow \boxed{V_{\mathrm{A}\Gamma} = 76\ \mathrm{V}}$$

$V_{\mathrm{B\Delta}} = (I_1 - i)R_3 = 23\cdot 8 \Rightarrow \boxed{V_{\mathrm{B\Delta}} = 184\ \mathrm{V}}$, $V_{\mathrm{AB}} = V - V_{\mathrm{B\Delta}} = 250 - 184 \Rightarrow \boxed{V_{\mathrm{AB}} = 66\ \mathrm{V}}$

$V_{\mathrm{B\Gamma}} + V_{\Gamma\Delta} + V_{\Delta\mathrm{B}} = 0 \Rightarrow V_{\mathrm{B\Gamma}} + 174 - 184 = 0 \Rightarrow \boxed{V_{\mathrm{B\Gamma}} = 10\ \mathrm{V}}$

Άρα τα ρεύματα του αρχικού κυκλώματος είναι :

$i = V_{\mathrm{B\Gamma}}/R = 10/1 \Rightarrow \boxed{i = 10\ \mathrm{A}}$

$I_1 - i = 23 \Rightarrow I_1 - 10 = 23 \Rightarrow \boxed{I_1 = 33\ \mathrm{A}}$

$I_2 + i = 29 \Rightarrow I_2 + 10 = 29 \Rightarrow \boxed{I_2 = 19\ \mathrm{A}}$

Επαληθεύουμε από το νόμο του Ohm

$V_{\mathrm{AB}} = I_1 R_1 = 33\cdot 2 = 66\ \mathrm{V}$, $V_{\mathrm{A\Gamma}} = I_2 R_2 = 19\cdot 4 = 76\ \mathrm{V}$

και επίσης σε ένα τυχαίο βρόχο

$V = V_{\mathrm{AB}} + V_{\mathrm{B\Gamma}} + V_{\Gamma\Delta} \Rightarrow 250 = 66 + 10 + 174 \Rightarrow 250 = 250$

Η ισχύς που παρέχει η πηγή είναι : $P_{\pi\eta\gamma\acute{\eta}\varsigma} = V\cdot I = 250\cdot 52 \Rightarrow \boxed{P_{\pi\eta\gamma\acute{\eta}\varsigma} = 13\ \mathrm{kW}}$

Η ισχύς που καταναλώνει κάθε μία από τις πέντε αντιστάσεις υπολογίζεται από $P_j = V_j I_j$ ή $P_j = I_j^2 R_j$, όπου V_j είναι η πτώση τάσης στα άκρα της και I_j το ρεύμα που τη διαρρέει και ο δείκτης *j* παίρνει τις τιμές $j = 1, 2, 3, 4, R$.

$P_1 = I_1^2 R_1 = 33^2\cdot 2 \Rightarrow \boxed{P_1 = 2{,}178\ \mathrm{kW}}$

$P_2 = I_2^2 R_2 = 19^2\cdot 4 \Rightarrow \boxed{P_2 = 1{,}444\ \mathrm{kW}}$

$P_3 = (I_1 - i)^2 R_3 = 23^2\cdot 8 \Rightarrow \boxed{P_3 = 4{,}232\ \mathrm{kW}}$

$P_4 = (I_2 + i)^2 R_4 = 29^2\cdot 6 \Rightarrow \boxed{P_4 = 5{,}046\ \mathrm{kW}}$

$P_R = iR = 10^2\cdot 1 \Rightarrow \boxed{P_R = 0{,}100\ \mathrm{kW}}$

Επιβεβαιώνουμε ότι

$P_{\pi\eta\gamma\acute{\eta}\varsigma} = \sum_{j=1,2,3,4,R} P_j \Rightarrow 13 = 2{,}178 + 1{,}444 + 4{,}232 + 5{,}046 + 0{,}100 \Rightarrow 13 = 13$ ισχύει.

Με κανόνες Kirchhoff.

Βρόχος ΑΒΓΑ : $V_{\mathrm{AB}} + V_{\mathrm{B\Gamma}} + V_{\Gamma\mathrm{A}} = 0 \Rightarrow I_1 R_1 + iR - I_2 R_2 = 0 \Rightarrow 2I_1 - 4I_2 + i = 0$

Βρόχος ΒΓΔΒ :

$V_{\mathrm{B\Gamma}} + V_{\Gamma\Delta} + V_{\Delta\mathrm{B}} = 0 \Rightarrow iR + (I_2 + i)R_4 - (I_1 - i)R_3 = 0 \Rightarrow i + (I_2 + i)6 - (I_1 - i)8 = 0 \Rightarrow -8I_1 + 6I_2 + 15i = 0$

Βρόχος ΑΓΔΑ :

$V_{\mathrm{AB}} + V_{\mathrm{B\Delta}} + V_{\Delta\mathrm{A}} = 0 \Rightarrow I_1 R_1 + (I_1 - i)R_3 - V = 0 \Rightarrow 2I_1 + (I_1 - i)8 - 250 = 0 \Rightarrow 10I_1 - 8i = 250$

Διαιρούμε για απλοποίηση την τελευταία εξίσωση διά 2 οπότε το σύστημα 3x3 του κυκλώματος είναι

$$
\begin{aligned}
2I_1 - 4I_2 + i &= 0\\
-8I_1 + 6I_2 + 15i &= 0\\
5I_1 + 0\cdot I_2 - 4i &= 125
\end{aligned}
$$

Έτσι ο «νόμος του Ohm» σε μορφή πίνακα γράφεται

$$[R](I) = (V) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -4 & 1 \\ -8 & 6 & 15 \\ 5 & 0 & -4 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 125 \end{pmatrix}$$

Υπολογίζουμε τις ορίζουσες και λύνουμε για τα ρεύματα.

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 \\ -8 & 6 & 15 \\ 5 & 0 & -4 \end{vmatrix} = 2\cdot 6(-4) + (-4)15\cdot 5 + 0 - 1\cdot 6\cdot 5 - 0 - (-4)(-4)(-8) = -48 - 300 - 30 + 128 = -250$$

$$D_{I_1} = \begin{vmatrix} 0 & -4 & 1 \\ 0 & 6 & 15 \\ 125 & 0 & -4 \end{vmatrix} = 0 + (-4)15 \cdot 125 + 0 - 1 \cdot 6 \cdot 125 - 0 - 0 = -125 \cdot 66$$

$$D_{I_2} = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -8 & 0 & 15 \\ 5 & 125 & -4 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 1(-8)125 - 0 - 15 \cdot 125 \cdot 2 - 0 = -125 \cdot 38$$

$$D_i = \begin{vmatrix} 2 & -4 & 0 \\ -8 & 6 & 0 \\ 5 & 0 & 125 \end{vmatrix} = 125 \cdot (2 \cdot 6 - 4 \cdot 8) = -2500$$

Άρα τα ρεύματα είναι

$I_1 = \dfrac{D_{I_1}}{D} = \dfrac{-125 \cdot 66}{-250} \Rightarrow \boxed{I_1 = 33 \text{ A}}$, $I_2 = \dfrac{D_{I_2}}{D} = \dfrac{-125 \cdot 38}{-250} \Rightarrow \boxed{I_2 = 19 \text{ A}}$ και

$i = \dfrac{D_i}{D} = \dfrac{-2500}{-250} \Rightarrow \boxed{i = 10 \text{ A}}$ Ίδια με πρίν

Ισορροπία γέφυρας

Παρατηρούμε ότι η ορίζουσα του i είναι : $D_i = \begin{vmatrix} R_1 & -R_2 & 0 \\ -R_3 & R_4 & 0 \\ 5 & 0 & V/2 \end{vmatrix} = \dfrac{V}{2} \cdot (R_1 R_4 - R_2 R_3)$

Άρα για να ισορροπεί η γέφυρα και να έχουμε $V_{\text{ΒΓ}} = 0 \Rightarrow iR = 0 \Rightarrow i = 0$ θα πρέπει

$$R_1 R_4 - R_2 R_3 \Rightarrow \frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}$$ όπως και πριν.