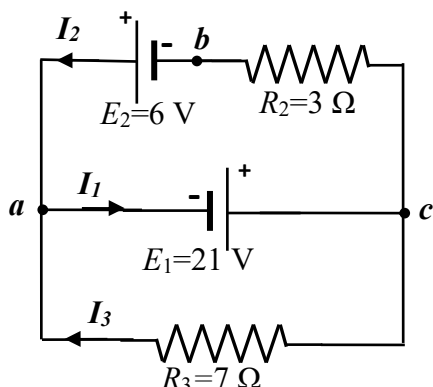




ΘΕΜΑ 1. [3]

Υπολογίστε τα ρεύματα και τις πτώσεις τάσης του διπλανού κυκλώματος

$$V_{ca}, V_{ab} \quad [1]$$

$$V_{cb} \quad [1]$$

$$I_1, I_2, I_3 \quad [1]$$

ΛΥΣΗ

Από το κύκλωμα βλέπουμε ότι οι ζητούμενες πτώσεις τάσης V_{ca} , V_{ab} είναι αυτές στα άκρα των πηγών από το θετικό πόλο (μεγαλύτερο δυναμικό) προς τον αρνητικό πόλο (μικρότερο δυναμικό). Άρα:

$$V_{ca} = V_c - V_a = E_1 = 21 \text{ V}$$

$$V_{ac} = V_a - V_c = -21 \text{ V}$$

$$V_{ab} = V_a - V_b = E_2 = 6 \text{ V}$$

και

$$V_{ba} = V_b - V_a = -6 \text{ V}$$

Για να βρούμε την τρίτη ζητούμενη πτώση τάσης V_{cb} χρησιμοποιούμε τον 2^ο κανόνα του Kirchhoff (κανόνα τάσεων) σε ένα βρόχο που να την περιέχει και να γνωρίζουμε όλες τις υπόλοιπες πτώσεις τάσης, δηλαδή στο βρόχο $c \rightarrow b \rightarrow a \rightarrow c$:

Άθροισμα όλων των πτώσεων τάσης του βρόχου από κάθε σημείο στο επόμενο με τη σειρά = 0 $\Rightarrow$

$$V_{cb} + V_{ba} + V_{ac} = 0 \Rightarrow V_{cb} - 6 - 21 = 0 \Rightarrow V_{cb} = 27 \text{ V}$$

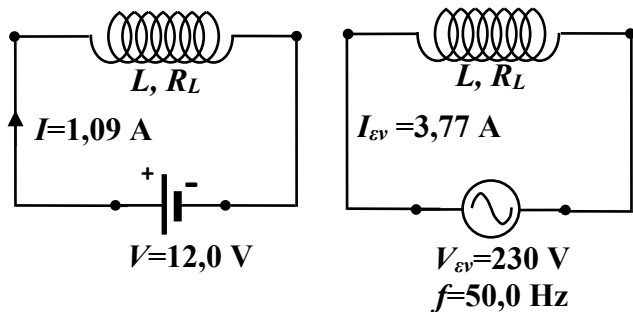
Για τα ηλεκτρικά ρεύματα I_2 και I_3 χρησιμοποιούμε τον νόμο του Ohm, αφού ξέρουμε την αντίσταση που διαρρέει το κάθε ρεύμα και την αντίστοιχη τάση στα άκρα της αντίστασης:

$$I_2 = \frac{V_{cb}}{R_2} = \frac{27}{3} = 9 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_{ca}}{R_3} = \frac{21}{7} = 3 \text{ A}$$

Για το τρίτο ρεύμα I_1 χρησιμοποιούμε τον 1^ο κανόνα του Kirchhoff (κανόνα ρευμάτων) σε έναν κόμβο όπου τα τρία ρεύματα συναντιούνται, π.χ. τον a :

$$I_{\text{εξερχόμενα}} = I_{\text{εισερχόμενα}} \Rightarrow I_1 = I_2 + I_3 = 9 + 3 = 12 \text{ A}$$



ΘΕΜΑ 2. [3] Από τα δεδομένα των διπλανών κυκλωμάτων να προσδιορίσετε την ωμική αντίσταση R_L , τη σύνθετη αντίσταση Z_L , την επαγωγική αντίδραση X_L και τον συντελεστή αυτεπαγωγής L του πηνίου.

$$R_L \quad [0,5]$$

$$Z_L \quad [0,5]$$

$$X_L \quad [1]$$

$$L \quad [1]$$

ΛΥΣΗ

Απλή εφαρμογή τύπων

Νόμος του Ohm στο συνεχές ρεύμα :

$$I = \frac{V}{R_L} \Rightarrow R_L = \frac{V}{I} = \frac{12}{1,09} = 11,009174 = 11,0 \, \Omega$$

Νόμος του Ohm στο εναλλασσόμενο ρεύμα :

$$I_{\varepsilon v} = \frac{V_{\varepsilon v}}{Z_L} \Rightarrow Z_L = \frac{V_{\varepsilon v}}{I_{\varepsilon v}} = \frac{230}{3,77} = 61,00796 = 61,0 \, \Omega$$

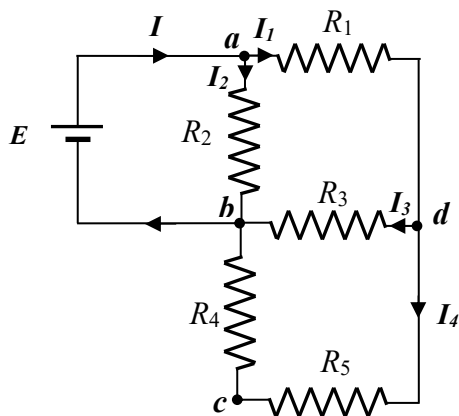
Ορισμός σύνθετης αντίστασης :

$$Z_L = \sqrt{R_L^2 + X_L^2} \Rightarrow Z_L^2 = R_L^2 + X_L^2 \Rightarrow X_L^2 = Z_L^2 - R_L^2 \Rightarrow X_L = \sqrt{Z_L^2 - R_L^2} \Rightarrow$$

$$X_L = \sqrt{61^2 - 11^2} = \sqrt{3.721 - 121} = \sqrt{3600} = 60 \, \Omega$$

Κυκλική συχνότητα : $\omega = 2\pi f$

Ορισμός επαγωγικής αντίδρασης : $X_L = L\omega \Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{60,0}{2\pi(50)} = 0,191006 = 191 \, \text{mH}$



ΘΕΜΑ 3. [4] Βρείτε την ολική αντίσταση, τα ρεύματα και τις πτώσεις τάσης του διπλανού κυκλώματος. Δεδομένα :

$$R_1=8 \, \Omega, \, R_2=48 \, \Omega, \, R_3=24 \, \Omega,$$

$$R_4=18 \, \Omega, \, R_5=30 \, \Omega,$$

$$E=192 \, \text{V}$$

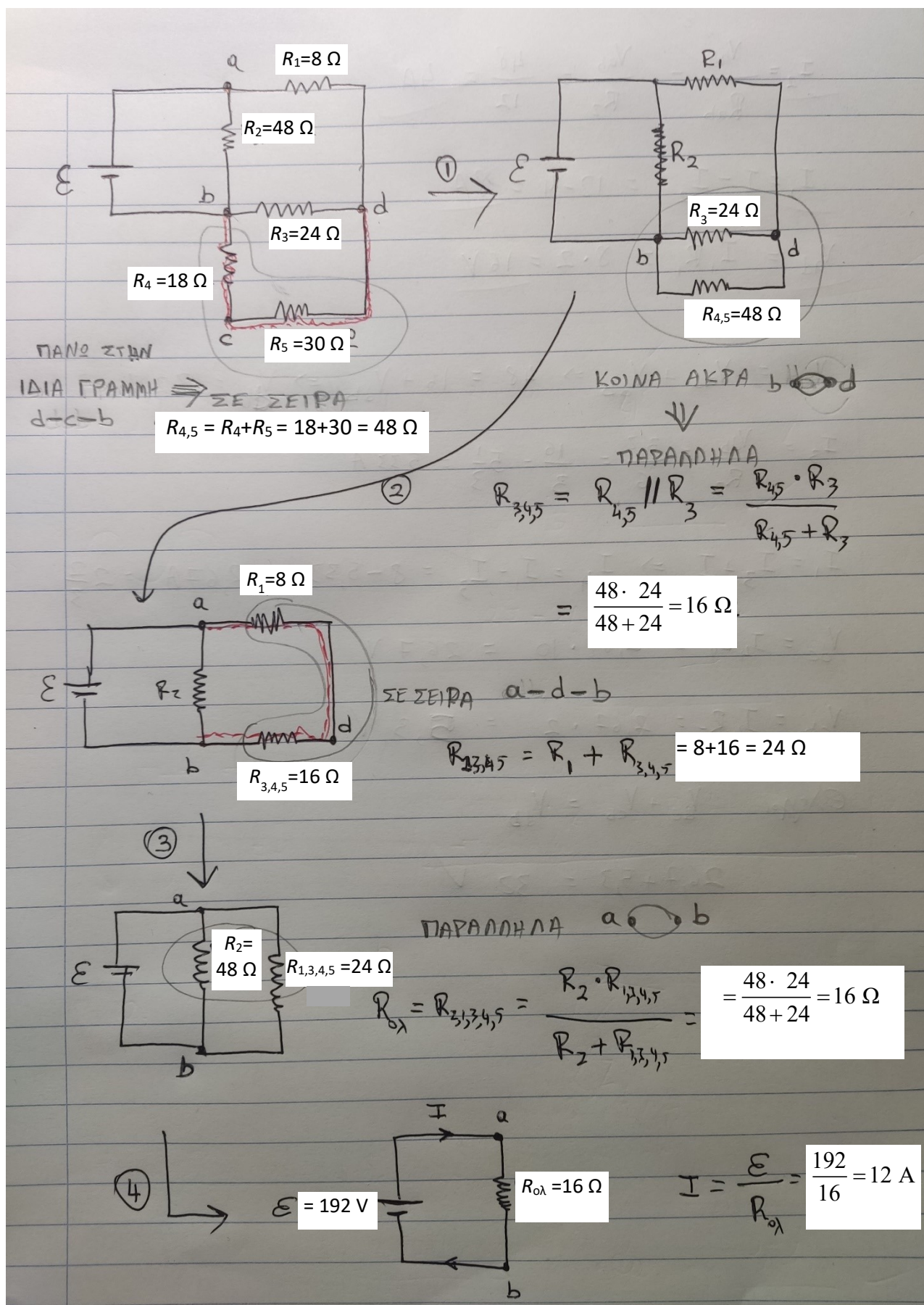
$$R_{ολ}, \quad 1 \, \text{μονάδα}$$

$$I, I_2, I_1 \quad 1 \, \text{μονάδα}$$

$$V_{ad}, V_{db}, I_3 \quad 1 \, \text{μονάδα}$$

$$I_4, V_{dc}, V_{cb} \quad 1 \, \text{μονάδα}$$

Το πως βρίσκουμε την ολική ισοδύναμη αντίσταση φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:



Τα παραπάνω μπορούν να γραφτούν σε μια πράξη :

$$R_{ολ} = \overbrace{\left\{ \left[\overbrace{\left(\overbrace{R_4 + R_5}^1 \right) \parallel R_3}^2 \right] + R_1 \right\} \parallel R_2}^3$$

Οι αριθμοί δείχνουν τη σειρά που πρέπει να γίνουν οι πράξεις. Ξεκινάμε από την πιο εσωτερική παρένθεση (1) και προχωράμε με τη σειρά προς την εξωτερική αγκύλη (3):

$$R_{ολ} = \left\{ \left[(R_4 + R_5) \parallel R_3 \right] + R_1 \right\} \parallel R_2 = \left\{ \left[(18 + 30) \parallel 24 \right] + 8 \right\} \parallel 48 \quad (1)$$

$$= \left\{ \left[(48) \parallel 24 \right] + 8 \right\} \parallel 48 \quad (2)$$

$$= \left\{ \left[\frac{48 \cdot 24}{48 + 24} \right] + 8 \right\} \parallel 48 = \{ [16] + 8 \} \parallel 48 \quad (3)$$

$$= \{ 24 \} \parallel 48 \quad (4)$$

$$= \frac{48 \cdot 24}{48 + 24} = 16 \, \Omega$$

$$\text{Νόμος Ohm στην ολική αντίσταση : } I = \frac{E}{R_{ολ}} = \frac{192}{16} = 12 \, \text{A}$$

Από δω και πέρα πάμε βήμα-βήμα υπολογίζοντας κάθε φορά **κάτι** που μπορούμε να υπολογίσουμε από τα αποτελέσματα που έχουμε ως τώρα.

Η αντίσταση R_2 έχει τα ίδια άκρα $a-b$ με την πηγή, άρα : $V_{ab} = E = 192 \, \text{V}$

$$\text{Νόμος Ohm στην αντίσταση } R_2 : \quad I_2 = \frac{V_{ab}}{R_2} = \frac{192}{48} = 4 \, \text{A}$$

$$1^{\text{ος}} \text{ κανόνας Kirchhoff στον κόμβο } a : \quad I = I_1 + I_2 \Rightarrow 12 = I_1 + 4 \Rightarrow I_1 = 8 \, \text{A}$$

$$\text{Νόμος Ohm στην αντίσταση } R_1 : \quad I_1 = \frac{V_{ad}}{R_1} \Rightarrow V_{ad} = I_1 R_1 = 8 \times 8 = 64 \, \text{V}$$

2^{ος} κανόνας Kirchhoff στο βρόχο $a \rightarrow d \rightarrow b \rightarrow a$:

$$V_{ad} + V_{db} + V_{ba} = 0 \Rightarrow 64 + V_{db} - 192 = 0 \Rightarrow V_{db} = 192 - 64 = 128 \, \text{V}$$

$$\text{Νόμος Ohm στην αντίσταση } R_3 : \quad I_3 = \frac{V_{db}}{R_3} = \frac{128}{24} = \frac{16}{3} = 5,33 \, \text{A}$$

$$1^{\text{ος}} \text{ κανόνας Kirchhoff στον κόμβο } d : \quad I_1 = I_3 + I_4 \Rightarrow 8 = 5,33 + I_4 \Rightarrow I_4 = 2,67 \, \text{ ή } \frac{8}{3} \, \text{A}$$

$$\text{Νόμος Ohm στην αντίσταση } R_4 : \quad I_4 = \frac{V_{dc}}{R_4} \Rightarrow V_{dc} = I_4 R_4 = \frac{8}{3} \times 18 = 48 \, \text{V}$$

$$\text{Νόμος Ohm στην αντίσταση } R_5 : \quad I_4 = \frac{V_{cb}}{R_5} \Rightarrow V_{cb} = I_4 R_5 = \frac{8}{3} \times 30 = 80 \, \text{V}$$

Έλεγχος σε κόμβους και βρόχους που δεν έχουμε χρησιμοποιήσει ως τώρα:

$$\text{Κόμβος } b : \quad I = I_2 + I_3 + I_4 \Rightarrow 12 = 4 + 2,67 + 5,33 \Rightarrow 12 = 12 \, \text{OK}$$

$$\text{Βρόχος } d \rightarrow c \rightarrow b \rightarrow d : \quad V_{dc} + V_{cb} + V_{bd} = 0 \Rightarrow 48 + 80 - 128 = 0 \, \text{OK}$$