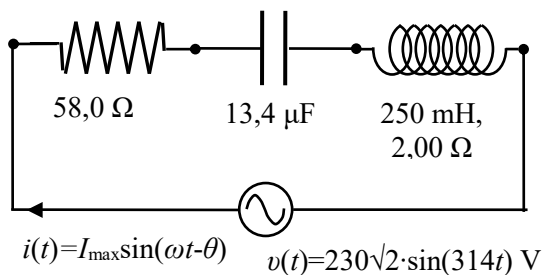


ΜΑΘΗΜΑ: ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑ-Θ (ΤΕ)

Τρίτη, 4 Ιουνίου 2024, 13:30 – 15:00 αιθ. 2104

Εισηγητής: Κώστας Φιλίππιδης (kphilippides@uowm.gr)



ΘΕΜΑ 1. [3] Σε κύκλωμα RLC σε σειρά εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση:

$$v(t) = 230\sqrt{2} \sin(314t) \quad \text{SI}$$

Υπολογίστε το ρεύμα στο κύκλωμα

$$i(t) = I_{\max} \sin(\omega t + \theta) \quad \text{SI}$$

X_L, X_C	1 μονάδα
Z	1 μονάδα
$I_{\max}$	0,5 μονάδες
θ σε rad	0,5 μονάδες

Λύση

Από την $v(t) = 230\sqrt{2} \sin(314t)$ SI, διαβάζουμε:

$$\omega = 314 \text{ rad/s}$$

$$V_{\max} = 230\sqrt{2} \text{ V}$$

$$X_L = L\omega = (0,250)(314) = 78,5 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{(13,4 \times 10^{-6})(314)} = \frac{1.000.000}{(13,4)(314)} = 237,7 \Omega$$

Η χωρητική αντίδραση είναι μεγαλύτερη από την επαγωγική άρα το ρεύμα στο κύκλωμα προηγείται της τάσης

$$Z = \sqrt{(R + R_L)^2 + (X_C - X_L)^2} = \sqrt{(58 + 2)^2 + (237,7 - 78,5)^2} = \sqrt{60^2 + 159,2^2} = 170,1 \Omega$$

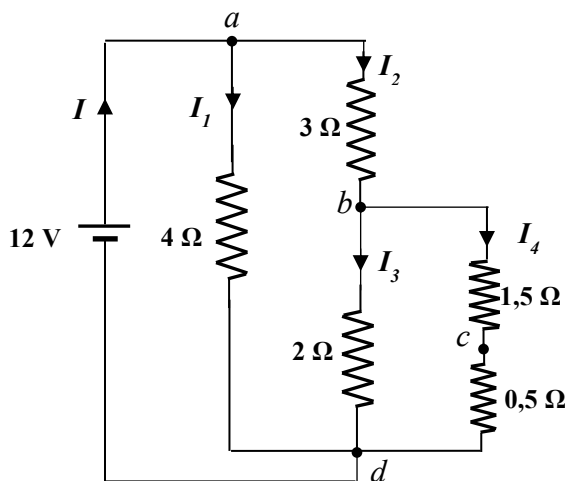
$$I_{\max} = \frac{V_{\max}}{Z} = \frac{230\sqrt{2}}{170,1} = 4,4\sqrt{2} = 1,91 \text{ A}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{X_C - X_L}{R_{\text{ολ}}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{237,7 - 78,5}{60} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{159,2}{60} \right) = \tan^{-1}(2,653) = 69,35^\circ = 69,35^\circ \times \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} = 1,21 \text{ rad}$$

$$i(t) = 1,91 \sin(314t + 1,21) \quad \text{SI}$$

ΘΕΜΑ 2. [4] Βρείτε την ολική αντίσταση, τα ρεύματα και τις πτώσεις τάσης που ζητούνται.

$R_{\text{ολ}}$,	1 μονάδα
I, I_1, I_2	1 μονάδα
V_{ab}, V_{bd}, I_3	1 μονάδα
I_4, V_{cd}	1 μονάδα



Λύση

1,5Ω με 0,5Ω σε σειρά : ανήκουν στον κλάδο bcd που διαρρέεται από το ρεύμα I_4

$(1,5\Omega+0,5\Omega)$ με 2Ω παράλληλα : έχουν τα ίδια άκρα b, d .

$[(1,5\Omega+0,5\Omega)$ με $2\Omega]$ με 3Ω σε σειρά : ανήκουν στον κλάδο abd που διαρρέεται από το ρεύμα I_2

$[(1,5\Omega+0,5\Omega)$ με $2\Omega]$ με 3Ω] με 4Ω παράλληλα : έχουν τα ίδια άκρα a, d .

$$R_{o\lambda} = 4\Omega \parallel \{3\Omega + [2\Omega \parallel (1,5\Omega + 0,5\Omega)]\} = 4\Omega \parallel \{3\Omega + [2\Omega \parallel 2\Omega]\} = 4\Omega \parallel \{3\Omega + \frac{2 \cdot 2}{2+2}\Omega\} =$$

$$= 4\Omega \parallel \{3\Omega + 1\Omega\} = 4\Omega \parallel 4\Omega = \frac{4 \cdot 4}{4+4}\Omega = 2\Omega$$

$$I = \frac{V_{πηγής}}{R_{o\lambda}} = \frac{12 \text{ V}}{2 \Omega} = 6 \text{ A}$$

Η πτώση τάσης μεταξύ των σημείων a, d είναι ίση με την τερματική τάση της πηγής $V_{ad} = V_{πηγής} = 12 \text{ V}$

$$I_1 = \frac{V_{ad}}{R_{ad}} = \frac{12 \text{ V}}{4 \Omega} = 3 \text{ A}$$

$$I_2 = I - I_3 = 6 - 3 = 3 \text{ A}$$

$$V_{ab} = I_2 R_{ab} = 3 \cdot 3 = 9 \text{ V}$$

$$V_{ad} = V_{ab} + V_{bd} \Rightarrow 12 = 9 + V_{bd} \Rightarrow V_{bd} = 12 - 9 = 3 \text{ V}$$

$$I_3 = \frac{V_{bd}}{R_{bd}} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ A}$$

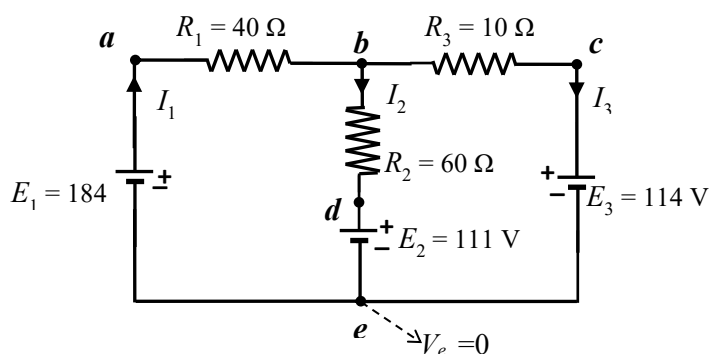
$$I_4 = I_2 - I_3 = 3 - 1,5 = 1,5 \text{ A}$$

$$V_{cd} = I_4 R_{cd} = 1,5 \cdot 0,5 = 0,75 \text{ V}$$

Έλεγχος στον κόμβο d : $I = I_1 + I_3 + I_4 \Rightarrow 6 = 3 + 1,5 + 1,5 \text{ OK}$

ΘΕΜΑ 3. [3] Υπολογίστε το δυναμικό του κόμβου b , τις πτώσεις τάσης και τα ρεύματα στο διπλανό κύκλωμα

V_b	1,5 μονάδες
$V_{ab} \quad V_{cb} \quad V_{bd}$	0,5 μονάδα
$I_1 \quad I_2 \quad I_3$	1 μονάδα



Λύση

Μέθοδος κομβικών τάσεων

Αφού στον κόμβο e θέτουμε $V_e = 0 \Rightarrow V_a = 184 \text{ V}, \quad V_d = 111 \text{ V}, \quad V_c = 114 \text{ V}.$

Μένει ως μόνος άγνωστος η τάση του κόμβου b .

Κανόνας ρευμάτων Kirchhoff στον κόμβο b .

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \Rightarrow \frac{V_{ab}}{R_1} - \frac{V_{bd}}{R_2} - \frac{V_{bc}}{R_3} = 0 \Rightarrow \frac{V_a - V_b}{R_1} - \frac{V_b - V_d}{R_2} - \frac{V_b - V_c}{R_3} = 0 \Rightarrow \frac{184 - V_b}{40} - \frac{V_b - 111}{60} - \frac{V_b - 114}{10} = 0 \Rightarrow$$

Όλα επί 120

$$\frac{120}{40}(184 - V_b) - \frac{120}{60}(V_b - 111) - \frac{120}{10}(V_b - 114) = 0 \Rightarrow 3(184 - V_b) - 2(V_b - 111) - 12(V_b - 114) = 0 \Rightarrow$$

$$552 - 3V_b - 2V_b + 222 - 12V_b + 1368 = 0 \Rightarrow 17V_b = 2142 \Rightarrow$$

$$V_b = 126 \text{ V}$$

Πτώσεις τάσης

$$V_{ab} = V_a - V_b = 184 - 126 = 58 \text{ V}$$

$$V_{bc} = V_b - V_c = 126 - 114 = 12 \text{ V}$$

$$V_{bd} = V_b - V_d = 126 - 111 = 15 \text{ V}$$

Έλεγχος στο βρόχο $abcea$: $V_{ab} + V_{bc} + V_{ce} + V_{ea} = 0 \Rightarrow 58 + 12 + 114 - 184 = 0$ OK

Έλεγχος στο βρόχο $abdea$: $V_{ab} + V_{bd} + V_{de} + V_{ea} = 0 \Rightarrow 58 + 15 + 11 - 184 = 0$ OK

$$I_1 = \frac{V_{ab}}{R_1} = \frac{58}{40} = 1,45 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V_{bd}}{R_2} = \frac{15}{60} = 0,25 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_{cb}}{R_3} = \frac{12}{10} = 1,2 \text{ A}$$

Έλεγχος στον κόμβο b : $I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow 1,45 = 0,25 + 1,2$ OK

Με κανόνες Kirchhoff

Βρόχος $eabde$: $E_1 - I_1 R_1 - I_2 R_2 - E_2 = 0 \Rightarrow 40I_1 + 60I_2 = 73$ (1)

Βρόχος $eabce$: $E_1 - I_1 R_1 - I_3 R_3 - E_3 = 0 \Rightarrow 40I_1 + 10I_3 = 70$ (2)

Κόμβος b : $I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_2 = I_1 - I_3$ (3)

(3) $\rightarrow$ (1): $40I_1 + 60(I_1 - I_3) = 73 \Rightarrow 100I_1 - 60I_3 = 73$ (4)

6x(2) + (4): $240I_1 - \cancel{60I_3} + 100I_1 - \cancel{60I_3} = 420 + 73 \Rightarrow 340I_1 = 493 \Rightarrow I_1 = \frac{493}{340} = 1,45 \text{ A}$

(2) $4(1,45) + I_3 = 7 \Rightarrow I_3 = 7 - 5,8 = 1,2 \text{ A}$

(3) $I_2 = 1,45 - 1,2 = 0,25 \text{ A}$