

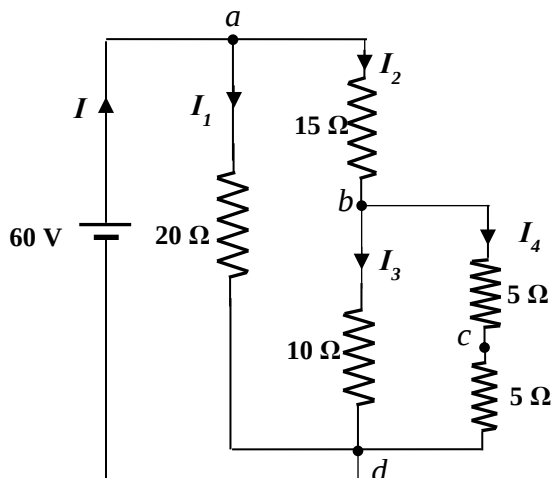
ΜΑΘΗΜΑ: ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑ-Θ (ΤΕ)

Τετάρτη, 14 Σεπτεμβρίου 2022, 13:00 – 14:30 αιθ. 2104, 3201

Εισηγητής: Κώστας Φιλίππιδης (kphilippides@uowm.gr)

ΘΕΜΑ 1. [4] Βρείτε την ολική αντίσταση, τα ρεύματα και τις πτώσεις τάσης που ζητούνται.

$R_{ολ}$	1 μονάδα
I, I_1, I_2	1 μονάδα
V_{ab}, V_{bd}, I_3	1 μονάδα
I_4, V_{cd}	1 μονάδα



Λύση

5Ω με 5Ω σε σειρά : ανήκουν στον κλάδο bcd που διαρρέεται από το ρεύμα I_4

(5Ω+5Ω) με 10Ω παράλληλα : έχουν τα ίδια άκρα b, d .

[(5Ω+5Ω) με 10Ω] με 15Ω σε σειρά : ανήκουν στον κλάδο abd που διαρρέεται από το ρεύμα I_2

[(5Ω+5Ω) με 10Ω] με 15Ω] με 20Ω παράλληλα : έχουν τα ίδια άκρα a, d .

$$R_{ολ} = 20\Omega \parallel \{15\Omega + [10\Omega \parallel (5\Omega + 5\Omega)]\} = 20\Omega \parallel \{15\Omega + [10\Omega \parallel 10\Omega]\} = 20\Omega \parallel \{15\Omega + \frac{10 \cdot 10}{10+10}\Omega\} =$$

$$= 20\Omega \parallel \{15\Omega + 5\Omega\} = 20\Omega \parallel 20\Omega = \frac{20 \cdot 20}{20+20}\Omega = 10\Omega$$

$$I = \frac{V_{πηγής}}{R_{ολ}} = \frac{60\text{ V}}{10\Omega} = 6\text{ A}$$

Η πτώση τάσης μεταξύ των σημείων a, d είναι ίση με την τερματική τάση της πηγής $V_{ad} = V_{πηγής} = 60\text{ V}$

$$I_1 = \frac{V_{ad}}{R_{ad}} = \frac{60\text{ V}}{20\Omega} = 3\text{ A}$$

$$I_2 = I - I_1 = 6 - 3 = 3\text{ A}$$

$$V_{ab} = I_2 R_{ab} = 3 \cdot 15 = 45\text{ V}$$

$$V_{ad} = V_{ab} + V_{bd} \Rightarrow 60 = 45 + V_{bd} \Rightarrow V_{bd} = 60 - 45 = 15\text{ V}$$

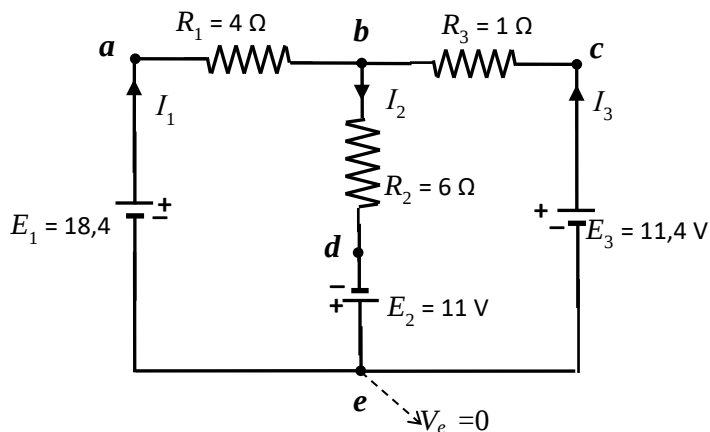
$$I_3 = \frac{V_{bd}}{R_{bd}} = \frac{15}{10} = 1,5\text{ A}$$

$$I_4 = I_2 - I_3 = 3 - 1,5 = 1,5\text{ A}$$

$$V_{cd} = I_4 R_{cd} = 1,5 \cdot 5 = 7,5\text{ V}$$

Έλεγχος στον κόμβο d : $I = I_2 + I_3 + I_4 \Rightarrow 6 = 3 + 1,5 + 1,5\text{ OK}$

ΘΕΜΑ 2. [3] Υπολογίστε το δυναμικό του κόμβου b , τις πτώσεις τάσης και τα ρεύματα στο διπλανό κύκλωμα



V_b	1,5 μονάδες
V_{ab} V_{cb} V_{bd}	0,5 μονάδα
I_1 I_2 I_3	1 μονάδα

Λύση

Μέθοδος κομβικών τάσεων

Αφού στον κόμβο e θέτουμε $V_e = 0 \Rightarrow V_a = 18,4 \text{ V}, V_d = -11 \text{ V}, V_c = 11,4 \text{ V}.$

Μένει ως μόνος άγνωστος η τάση του κόμβου b .

Κανόνας ρευμάτων Kirchhoff στον κόμβο b .

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow \frac{V_{ab}}{R_1} - \frac{V_{bd}}{R_2} + \frac{V_{cb}}{R_3} = 0 \Rightarrow \frac{V_a - V_b}{R_1} - \frac{V_b - V_d}{R_2} + \frac{V_c - V_b}{R_3} = 0 \Rightarrow \frac{18,4 - V_b}{4} - \frac{V_b - (-11)}{6} + \frac{11,4 - V_b}{1} = 0 \Rightarrow$$

Όλα επί 12

$$\frac{12}{4}(18,4 - V_b) - \frac{12}{6}(V_b + 11) + 12(11,4 - V_b) = 0 \Rightarrow 3(18,4 - V_b) - 2(V_b + 11) + 12(11,4 - V_b) = 0 \Rightarrow$$

$$55,2 - 3V_b - 2V_b - 22 + 136,8 - 12V_b = 0 \Rightarrow 17V_b = 170 \Rightarrow$$

$$V_b = 10 \text{ V}$$

Πτώσεις τάσης

$$V_{ab} = V_a - V_b = 18,4 - 10 = 8,4 \text{ V}$$

$$V_{cb} = V_c - V_b = 11,4 - 10 = 1,4 \text{ V}$$

$$V_{bd} = V_b - V_d = 10 - (-11) = 21 \text{ V}$$

$$\text{Έλεγχος στο βρόχο } abcea: V_{ab} + V_{bc} + V_{ce} + V_{ea} = 0 \Rightarrow 8,4 - 1,4 + 11,4 - 18,4 = 0 \quad \text{OK}$$

$$\text{Έλεγχος στο βρόχο } abdea: V_{ab} + V_{bd} + V_{de} + V_{ea} = 0 \Rightarrow 8,4 + 21 - 11 - 18,4 = 0 \quad \text{OK}$$

$$I_1 = \frac{V_{ab}}{R_1} = \frac{8,4}{4} = 2,1 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V_{bd}}{R_2} = \frac{21}{6} = 3,5 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_{cb}}{R_3} = \frac{1,4}{1} = 1,4 \text{ A}$$

$$\text{Έλεγχος στον κόμβο } b: I_1 + I_3 = I_2 \Rightarrow 2,1 + 1,4 = 3,5 \quad \text{OK}$$

Ισοδύναμα με κανόνες Kirchhoff

$$\text{Βρόχος } eabde: E_1 - I_1 R_1 - I_2 R_2 + E_2 = 0 \Rightarrow 4I_1 + 6I_2 = 29,4 \quad (1)$$

Βρόχος $ea b c e$: $E_1 - I_1 R_1 + I_3 R_3 - E_3 = 0 \Rightarrow 4I_1 - I_3 = 7$ (2)

Κόμβος b : $I_2 = I_1 + I_3$ (3)

(3) $\rightarrow$ (1) : $4I_1 + 6(I_1 + I_3) = 29,4 \Rightarrow 10I_1 + 6I_3 = 29,4$ (4)

6x(2) + (4) : $24I_1 - 6I_3 + 10I_1 - 6I_3 = 42 + 29,4 \Rightarrow 34I_1 = 71,4 \Rightarrow I_1 = \frac{71,4}{34} = 2,1 \text{ A}$

(2) $4(2,1) - I_3 = 7 \Rightarrow I_3 = 8,4 - 7 = 1,4 \text{ A}$

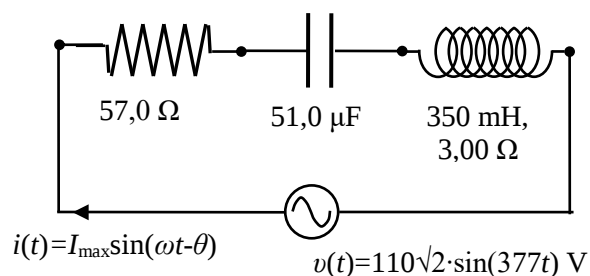
(3) $I_2 = 2,1 + 1,4 = 3,5 \text{ A}$

ΘΕΜΑ 3. [3] Σε κύκλωμα RLC σε σειρά εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση:

$$v(t) = 110\sqrt{2} \sin(377t) \text{ SI}$$

Υπολογίστε το ρεύμα στο κύκλωμα και την ισχύ που μετατρέπεται σε θερμότητα

ω, X_L, X_C	1 μονάδα
Z	0,5 μονάδες
$I_{\max}$	0,5 μονάδες
θ	0,5 μονάδες
P	0,5 μονάδες



Λύση

Από την $v(t) = 110\sqrt{2} \sin(377t)$ SI, διαβάζουμε : $\omega = 377 \text{ rad/s}$

$$V_{\max} = 110\sqrt{2} \text{ V}$$

Άρα $V_{\text{rms}} = \frac{V_{\max}}{\sqrt{2}} = 110 \text{ V}$

$$X_L = L\omega = (0,350)(377) = 131,95 \approx 132 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{(51,0 \times 10^{-6})(377)} = \frac{1.000.000}{(51,0)(377)} = 52,0 \Omega$$

$$R_{\text{ολ}} = R + R_L = 57,0 + 3,00 = 60,0 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R_{\text{ολ}}^2 + X_{\text{ολ}}^2} = \sqrt{(R + R_L)^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(57 + 3)^2 + (132 - 52)^2} = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100 \Omega$$

$$I_{\max} = \frac{V_{\max}}{Z} = \frac{110\sqrt{2}}{100} = 1,10\sqrt{2} = 1,56 \text{ A}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{X_L - X_C}{R_{\text{ολ}}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{132 - 52}{60} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{80}{60} \right) = 53,13^\circ = 0,9273 \text{ rad}$$

$$i(t) = 1,56 \sin(377t - 0,9273) \text{ SI}$$

$$I_{\text{rms}} = \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}} = 1,10 \text{ A}$$

$$P = I_{\text{rms}}^2 R_{o\lambda} = (1,10)^2 (60,0) = 72,6 \text{ W}$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ