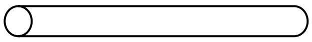
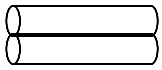
ΤΕΙ ΔΥΤ. ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ Τ.Ε.
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΧΕΙΜΕΡΙΝΟΥ ΕΞΑΜΗΝΟΥ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2018-19
ΜΑΘΗΜΑ: ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑ (Εξαμ. 3)
Δευτέρα, 10 Ιουνίου 2019
(Εισηγητής: Κώστας Φιλιππίδης - kphilippides@teiwm.gr)

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες

Θέμα 1 **(Μονάδες 2)**

1. Το σύρμα του σχήματος έχει αντίσταση 400 Ω. Όταν το «διπλώσω» στη μέση, η τιμή της ηλεκτρικής του αντίστασης γίνεται ίση με :

 R=400 Ω  R'=

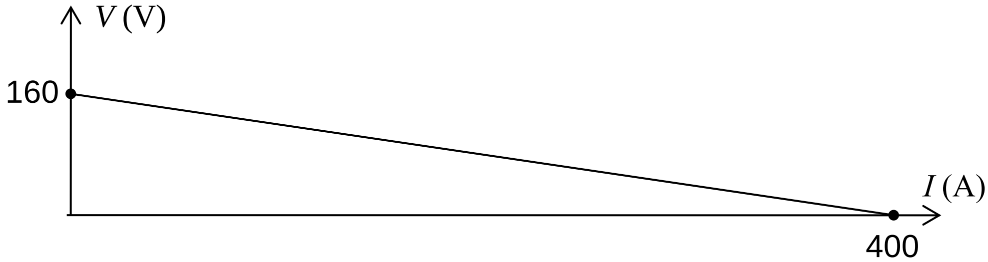
Α) 400 Ω Β) 200 Ω Γ) 100 Ω Δ) 50 Ω

Απάντηση Γ) 100 Ω

Από τον τύπο $R=\rho\dfrac{\ell}{S}$ βλέπουμε ότι επειδή όταν το διπλώνουμε στη μέση το μήκος γίνεται μισό $\ell'=\ell/2$ αλλά η διατομή διπλασιάζεται $S'=2S$ η αντίσταση υποτετραπλασιάζεται.

$$R'=\rho\frac{\ell'}{S'}=\rho\frac{\ell/2}{2S}=\frac{1}{4}\rho\frac{\ell}{S}=\frac{1}{4}R=\frac{400}{4}=100\ \Omega$$

2. Δίνεται παρακάτω η χαρακτηριστική καμπύλη μιας πραγματικής πηγής συνεχούς ρεύματος. Πόση είναι η ηλεκτρεγερτική δύναμη E και η εσωτερική αντίσταση r της πηγής ;



Α) 400 V 160 Ω Β)160 V 400 Ω Γ) 160 V 0,4 Ω Δ) 160 V 2,5 Ω

Απάντηση Γ) 160 V 0,4 Ω

Η σχέση που συνδέει την πολική τάση της πηγής V με το ρεύμα I που τη διαρρέει είναι γραμμική όπως και η γραφική παράσταση : $V=E-Ir$. Αυτή η σχέση είναι ευθεία με κατηγμένη (τομή με τον κάθετο άξονα) ίση με E και κλίση ίση με $-r$ (δηλ. προς τα κάτω).
Οπότε από τη γραφική παράσταση «διαβάζουμε» E=160 V (V για I=0). Η κλίση της ευθείας είναι (από το τριγωνάκι) :

$$\kappa\lambda\iota\sigma\eta=\frac{\Delta V}{\Delta I}=\frac{0-160}{400-0}=-0,4\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}.$$ Οπότε r= 0,4 Ω

3. Όταν στα άκρα μιας αντίστασης R εφαρμοστεί διαφορά δυναμικού V καταναλώνει ισχύ P=2,5 W. Όταν διπλασιαστεί η διαφορά δυναμικού τότε θα καταναλώνει ισχύ ;

Α) 1,25 W Β) 2,5 W Γ) 5 W Δ) 10 W

Απάντηση Δ) 10 W

Επειδή σε ωμικό αντιστάτη η ισχύς εξαρτάται από το τετράγωνο της διαφοράς δυναμικού, όταν το δυναμικό διπλασιαστεί η ισχύς τετραπλασιάζεται

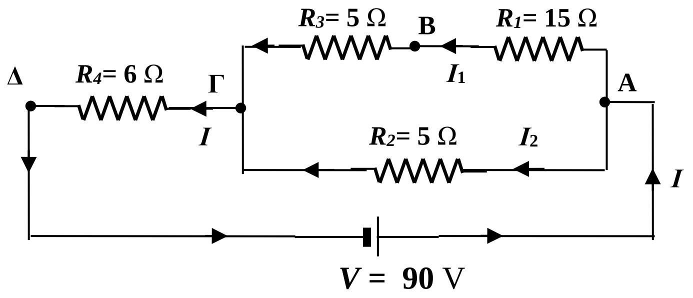
$$P'=V'\cdot I'=\frac{V'^2}{R}=\frac{(2V)^2}{R}=4\frac{V^2}{R}=4P=4\cdot 2,5=10\ \mathrm{W}$$

4. Από τη σχέση $R=\rho\dfrac{\ell}{S}$ βρίσκουμε ότι οι μονάδες μέτρησης της ειδικής αντίστασης ρ είναι

Α) Ω Β) Ω·m Γ) Δ) Ω/m

Απάντηση Β) Ω·m $R=\rho\dfrac{\ell}{S}\Rightarrow\rho=R\dfrac{S}{\ell}\Rightarrow[\rho]=\Omega\dfrac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{m}}\Rightarrow[\rho]=\Omega\cdot\mathrm{m}$

Θέμα 2 **(Μονάδες 2)**



Να επιλύσετε το παραπάνω κύκλωμα για να βρείτε τα ρεύματα που διαρρέουν κάθε κλάδο και όλες τις διαφορές δυναμικού :

$$R_{ολ} = ? \quad I = ? \quad I_1 = ? \quad I_2 = ? \quad V_{\text{ΑΒ}} = ? \quad V_{\text{ΒΓ}} = ? \quad V_{\text{ΑΓ}} = ? \quad V_{\text{ΓΔ}} = ?$$

Λύση

$$R_{ολ} = R_4 + R_2 \,||\, (R_1 + R_3) = R_4 + \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_3 + R_2} = 6 + \frac{5(5+15)}{5+15+5} = 6 + 4 = 10\ \Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{ολ}} = \frac{90}{10} = 9\ \text{A}$$

$$V_{\text{ΓΔ}} = IR_4 = 9 \cdot 6 = 54\ \text{V} \quad , \; V_{\text{ΑΓ}} = V - V_{\text{ΓΔ}} = 90 - 54 = 36\ \text{V}$$

$$I_2 = \frac{V_{\text{ΑΓ}}}{R_2} = \frac{36}{5} = 7{,}2\ \text{A} \qquad I_1 = I - I_2 = 9 - 7{,}2 = 1{,}8\ \text{A}$$

$$V_{\text{ΑΒ}} = I_1 R_1 = 1{,}8 \cdot 15 = 27\ \text{V} \qquad V_{\text{ΒΓ}} = I_1 R_3 = 1{,}8 \cdot 5 = 9\ \text{V}$$

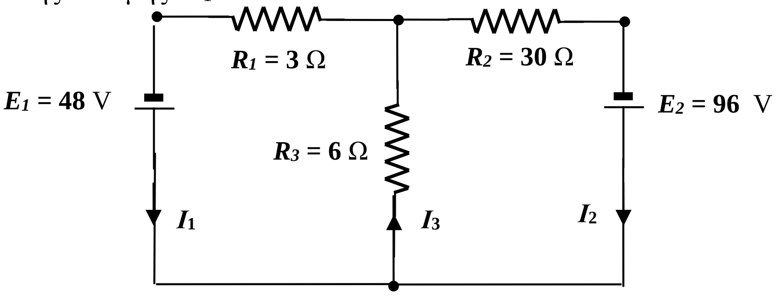
Επιβεβαιώνουμε

$$V = V_{\text{ΑΒ}} + V_{\text{ΒΓ}} + V_{\text{ΓΔ}} \Rightarrow 90 = 27 + 9 + 54$$

Θέμα 3 **(Μονάδες 2)**

3.1 (1,5) Να επιλύσετε το παρακάτω κύκλωμα για να βρείτε τα ρεύματα I_1, I_2 και I_3 χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της υπέρθεσης.

3.2 (0,5) Ποιες θα είναι οι νέες τιμές των ρευμάτων αν η πηγή E1 αντικατασταθεί από μια πηγή μισής ηλεκτρεγερτικής δύναμης E'_1=24 V.



Λύση

3.1 Δεν μπορεί να λυθεί με τους τύπους του συνδυασμού αντιστάσεων και πηγών και κατόπιν με εφαρμογή του νόμου του Ohm. Καμιά αντίσταση δεν είναι σε σειρά ή παράλληλα με καμία άλλη. Έχουμε παραπάνω από μια πηγές. Ούτε οι πηγές μπορούν να συνδυαστούν σε σειρά ή παράλληλα.

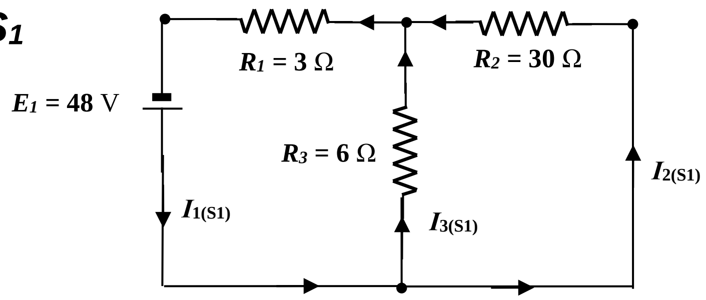
Μέθοδος της υπέρθεσης : Το ρεύμα που θα διαρρέει κάθε κλάδο είναι το άθροισμα των ρευμάτων που θα δημιουργούσε ή κάθε πηγή από μόνη της χωρίς να υπήρχε η άλλη.

Π.χ. $I_3 = I_{3(S1)} + I_{3(S2)}$ (αν σχεδιάσουμε τα επιμέρους ρεύματα με την ίδια φορά με το I_3)

Όμως τα ρεύματα που προκαλεί η κάθε πηγή (source) από μόνη της, μπορούν να υπολογιστούν όπως πριν από τους τύπους συνδυασμού αντιστάσεων και το νόμο του Ohm.

Ρεύματα της πηγής 1 (S1)

S1



$$R_{o\lambda(S1)} = R_1 + R_2 \parallel R_3 = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 3 + \frac{30 \cdot 6}{30+6} = 8\ \Omega$$

$$I_{1(S1)} = \frac{E_1}{R_{o\lambda(S1)}} = \frac{48}{8} \Rightarrow I_{1(S1)} = 6\ \text{A} \qquad (1)$$

Από τύπο διαιρέτη ρεύματος

$$I_{2(S1)} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot I_{1(S1)} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot \frac{E_1}{R_{o\lambda(S1)}} = \frac{6}{30+6} \cdot 6 \Rightarrow I_{2(S1)} = 1\ \text{A} \qquad (2)$$

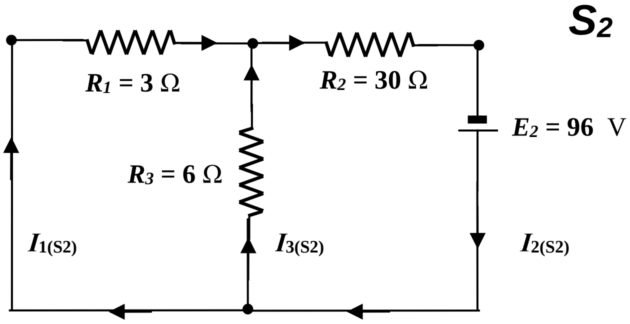
$$I_{3(S1)} = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \cdot I_{1(S1)} = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \cdot \frac{E_1}{R_{o\lambda(S1)}} = \frac{30}{30+6} \cdot 6 \Rightarrow I_{3(S1)} = 5\ \text{A} \qquad (3)$$

Ελέγχουμε ότι ισχύει ο κανόνας κόμβων του Kirchhoff

$$I_{1(S1)} = I_{2(S1)} + I_{3(S1)} \Rightarrow 6 = 1 + 5$$

Ρεύματα της πηγής 2 (S2)

S2



$$R_{o\lambda(S2)} = R_2 + R_1 \parallel R_3 = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 30 + \frac{3 \cdot 6}{3+6} = 32\ \Omega$$

$$I_{2(S2)} = \frac{E_2}{R_{o\lambda(S2)}} = \frac{96}{32} \Rightarrow I_{2(S2)} = 3\ \text{A}$$

Από τύπο διαιρέτη ρεύματος

$$I_{1(S2)} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} I_{2(S2)} = \frac{6}{3+6} 3 \Rightarrow I_{2(S1)} = 2\ \text{A}$$

$$I_{3(S2)} = \frac{R_1}{R_1 + R_3} I_{1(S1)} = \frac{3}{3+6} 3 \Rightarrow I_{3(S2)} = 1\ \text{A}$$

Ελέγχουμε ότι ισχύει ο κανόνας κόμβων του Kirchhoff

$$I_{2(S2)} = I_{1(S2)} + I_{3(S2)} \Rightarrow 3 = 2 + 1$$

Οπότε τα ρεύματα που διαρρέουν τους κλάδους του κυκλώματος είναι (λαμβάνοντας υπόψη και τις φορές των βελών που έχουμε σχεδιάσει τα επιμέρους ρεύματα σε σχέση με τα I_1 , I_2 , I_3)

$$I_1 = I_{1(S1)} - I_{1(S2)} = 6 - 2 \Rightarrow \boxed{I_1 = 4\ \text{A}}$$

$$I_2 = -I_{2(S1)} + I_{2(S2)} = -1 + 3 \Rightarrow \boxed{I_2 = 2\ \text{A}}$$

$$I_3 = I_{3(S1)} + I_{3(S2)} = 5+1 \Rightarrow \boxed{I_3 = 6\ \text{A}}$$

Επιβεβαιώνουμε, για έλεγχο, ότι τα ρεύματα ικανοποιούν τον κανόνα των κόμβων :

$$I_1 + I_2 = I_3 \Rightarrow 4+2=6$$

3.2 Από τους τύπους (1), (2) και (3) βλέπουμε ότι **τ**α ρεύματα που προκαλεί η πηγή S1 είναι όλα ανάλογα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης (ΗΕΔ) της πηγής E_1 . Οπότε αν η ΗΕΔ της πηγής μειωθεί στο μισό, όλα τα ρεύματα θα μειωθούν στο μισό.

Οπότε τα ρεύματα που διαρρέουν τους κλάδους του κυκλώματος θα γίνουν :

$$I_1 = \frac{I_{1(S1)}}{2} - I_{1(S2)} = \frac{6}{2} - 2 \Rightarrow \boxed{I_1 = 1\ \text{A}}$$

$$I_2 = -\frac{I_{2(S1)}}{2} + I_{2(S2)} = -\frac{1}{2} + 3 \Rightarrow \boxed{I_2 = 2{,}5\ \text{A}}$$

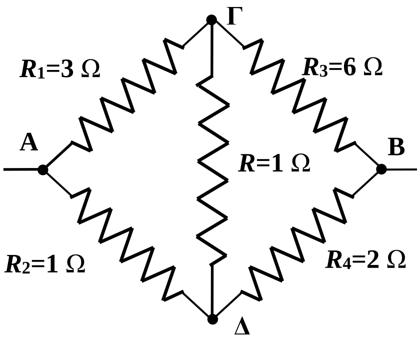
$$I_3 = \frac{I_{3(S1)}}{2} + I_{3(S2)} = \frac{5}{2} + 1 \Rightarrow \boxed{I_3 = 3{,}5\ \text{A}}$$

Επιβεβαιώνουμε, για έλεγχο, ότι τα ρεύματα ικανοποιούν τον κανόνα των κόμβων :

$$I_1 + I_2 = I_3 \Rightarrow 1 + 2{,}5 = 3{,}5$$

Αυτό είναι και το πλεονέκτημα της μεθόδου. Αν αντικαταστήσουμε κάποια πηγή δεν χρειάζεται να επιλύσουμε όλο το κύκλωμα από την αρχή.

Θέμα 4 **(Μονάδες 4)**



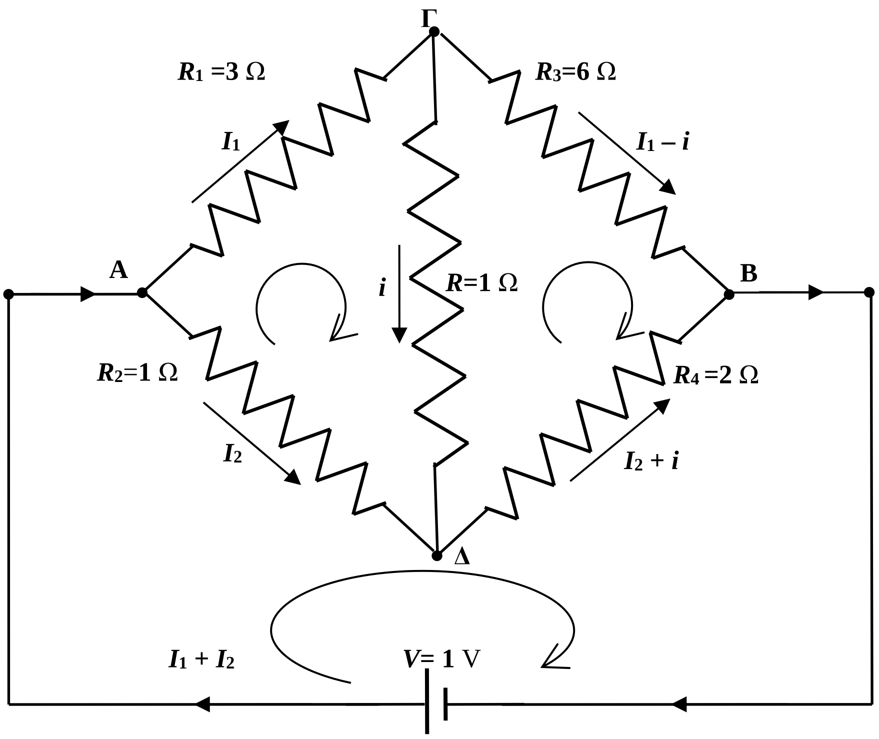
$$R_W = (R_1 + R_3) \,||\, (R_2 + R_4) \cdot \frac{1 + \dfrac{R_1 \,||\, R_3 + R_2 \,||\, R_4}{R}}{1 + \dfrac{(R_1 + R_2) \,||\, (R_3 + R_4)}{R}}$$

Ο τύπος δίνει την ισοδύναμη αντίστασή μιας Γέφυρας Wheatstone.

4.1 (1) Να υπολογίσετε την ισοδύναμη αντίσταση της παραπάνω γέφυρας από τον τύπο

4.2 (3) Να υπολογίσετε την ισοδύναμη αντίσταση της γέφυρας εφαρμόζοντας τον κανόνα των βρόχων του **Kirchhoff** στους τρεις βρόχους του παρακάτω σχήματος για να βρείτε τα τρία ρεύματα I_1, I_2, i (σύστημα εξισώσεων 3x3)

[Ο κανόνας των κόμβων του Kirchhoff για τα ρεύματα έχει ήδη ληφθεί υπόψη στον καθορισμό των ρευμάτων. Οι τρεις βρόχοι είναι οι ελάχιστοι βρόχοι ΑΓΔΑ, ΒΔΓΑ και ΑΔΒΑ. Αφού βρείτε τα ρεύματα η ισοδύναμη αντίσταση θα δίνεται από τον τύπο του Ohm : $R_W = \dfrac{V}{I_1 + I_2}$].



Λύση

4.1 (1) $$(R_1+R_3)\,||\,(R_2+R_4)=(3+6)\,||\,(1+2)=\frac{9\cdot 3}{9+3}=\frac{9}{4}=2,25\ \Omega$$

$$R_1\,||\,R_3+R_2\,||\,R_4=\frac{3\cdot 6}{3+6}+\frac{1\cdot 2}{1+2}=\frac{6+2}{3}=\frac{8}{3}=2,67\ \Omega$$

$$(R_1+R_2)\,||\,(R_3+R_4)=(3+1)\,||\,(6+2)=\frac{4\cdot 8}{4+8}=\frac{8}{3}=2,67\ \Omega$$

Οπότε :

$$R_W=(R_1+R_3)\,||\,(R_2+R_4)\cdot\frac{1+\dfrac{R_1\,||\,R_3+R_2\,||\,R_4}{R}}{1+\dfrac{(R_1+R_2)\,||\,(R_3+R_4)}{R}}=2,25\cdot\frac{1+\dfrac{2,67}{1}}{1+\dfrac{2,67}{1}}\Rightarrow\boxed{R_W=2,25\ \Omega}$$

4.2 (3) Κανόνας βρόχων του Kirchhoff $\Sigma V_{ij}=0$

Βρόχος ΑΓΔΑ : $V_{\text{ΑΓ}}+V_{\text{ΓΔ}}+V_{\text{ΔΑ}}=0\Rightarrow I_1R_1+iR-I_2R_2=0\Rightarrow 3I_1-I_2+i=0$

Βρόχος ΒΔΓΒ :

$$V_{\text{ΒΔ}}+V_{\text{ΔΓ}}+V_{\text{ΓΒ}}=0\Rightarrow-(I_2+i)R_4-iR+(I_1-i)R_3=0\Rightarrow R_3\cdot I_1-R_4\cdot I_2-(R+R_3+R_4)\cdot i=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6I_1-2I_2-9i=0$$

Βρόχος ΑΔΒΑ :

$$V_{\text{ΑΔ}}+V_{\text{ΔΒ}}+V_{\text{ΒΑ}}=0\Rightarrow I_2R_2+(I_2+i)R_4-V=0\Rightarrow 0\cdot I_1+(R_2+R_4)\cdot I_2+R_4\cdot i=V\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0\cdot I_1+3I_2+2i=1$$

Οι τρεις εξισώσεις σε μορφή συστήματος γράφονται :

$$\begin{bmatrix}3&-1&1\\6&-2&9\\0&3&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_1\\I_2\\i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}\Rightarrow$$

Λύση με ορίζουσες

$$D=\begin{vmatrix}3&-1&1\\6&-2&9\\0&3&2\end{vmatrix}=3\cdot(-2)\cdot 2+0+1\cdot 6\cdot 3-0-9\cdot 3\cdot 3-2\cdot(-1)\cdot 6=-12+18-81+12=-63$$

$$D_{I_1} = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 9 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 0 + (-1)\cdot 9 \cdot 1 + 0 - 1\cdot(-2)\cdot 1 - 0 - 0 = -9 + 2 = -7$$

$$D_{I_2} = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 9 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 1\cdot 6 \cdot 1 - 0 - 9\cdot 1\cdot 3 - 0 = 6 - 27 = -21$$

$$D_i = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 6 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 3\cdot(-2)\cdot 1 + 0 + 0 - 0 - 0 - 1\cdot(-1)\cdot 6 = -6 + 6 = 0$$

Οπότε

$I_1 = D_{I_1} / D = -7/(-63) = 7/63 = 0{,}111 \text{ A}$

$I_2 = D_{I_2} / D = -21/(-63) = 21/63 = 0{,}333 \text{ A}$

$i = D_i / D = 0/(-63) = 0 \text{ A}$ η γέφυρα ισορροπεί.

$R_W = \dfrac{V}{I_1 + I_2} = \dfrac{1}{7/63 + 21/63} = \dfrac{63}{28} = \dfrac{7\cdot 9}{7\cdot 4} = \dfrac{9}{4} \Rightarrow \boxed{R_W = 2{,}25 \text{ A}}$ όπως και πριν.

Στην πραγματικότητα έτσι αποδεικνύεται ο τύπος