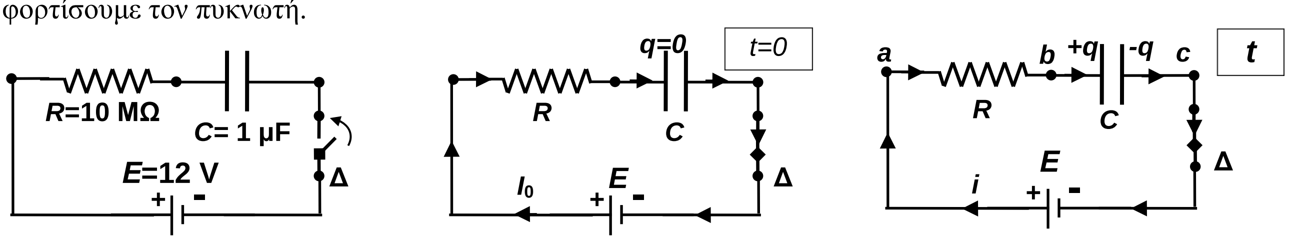
ΤΕΙ ΔΥΤ. ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ Τ.Ε.
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΧΕΙΜΕΡΙΝΟΥ ΕΞΑΜΗΝΟΥ ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2018-19
ΜΑΘΗΜΑ: ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑ (Εξαμ. 3)
Δευτέρα, 21 Ιανουαρίου 2019
(Εισηγητής: Κώστας Φιλιππίδης - kphilippides@teiwm.gr)

ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ **Α**

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες

Πρόβλημα 1 **(Μονάδες 1,5)**

Πυκνωτής χωρητικότητας C= 1μF, ο οποίος είναι αρχικά αφόρτιστος συνδέεται με πηγή που έχει ΗΕΔ E = 12V, μέσω ωμικού αντιστάτη με R= 10 MΩ σε σειρά. Τη χρονική στιγμή t=0 κλείνουμε τον διακόπτη Δ για να φορτίσουμε τον πυκνωτή.



1.1 Να γράψετε τη διαφορική εξίσωση (από τον 2ο κανόνα Kirchhoff) που διέπει τη χρονική εξέλιξη του ηλεκτρικού φορτίου $q(t)$ του πυκνωτή

1.2 Ποιο είναι το τελικό ηλεκτρικό φορτίο Q του πυκνωτή?

1.3 Ποιο είναι το αρχικό ηλεκτρικό ρεύμα I_0 του κυκλώματος

1.4 Υπολογίστε τη σταθερά χρόνου του κυκλώματος

1.5 Να γράψετε στο SI το φορτίο του πυκνωτή σαν συνάρτηση του χρόνου $q(t)$. Τι κλάσμα ή ποσοστό του τελικού ηλεκτρικού φορτίου Q του πυκνωτή έχει επιτευχθεί μετά από χρόνο t= 40s

1.6 Να γράψετε στο SI το ρεύμα του κυκλώματος σαν συνάρτηση του χρόνου $i(t)$. Τι κλάσμα ή ποσοστό του αρχικού ηλεκτρικού ρεύματος του κυκλώματος παραμένει μετά από χρόνο t= 20s

[Δίνονται $e^{-1} = 0{,}368$ $\quad e^{-2} = 0{,}135$ $\quad e^{-4} = 0{,}018$ **]**

Λύση

1.1 2ος κανόνας Kirchhoff, νόμος Ohm για αντιστάτες R, ορισμός χωρητικότητας πυκνωτή C, ορισμός ηλεκτρικού ρεύματος i

Για τυχαίο t: $\quad E = V_{ab} + V_{bc} \Rightarrow E = iR + \dfrac{q}{C} \quad (1)$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{dq(t)}{dt}R + \frac{q(t)}{C}} \Rightarrow \frac{dq}{dt} = \frac{E}{R} - \frac{q}{CR} \Rightarrow \frac{dq}{dt} = -\frac{1}{CR}\left(q - CE\right) \Rightarrow \frac{dq}{q-CE} = -\frac{dt}{CR} \qquad (2)$$

1.2 Στο συνεχές ρεύμα ο πυκνωτής δρα σαν διακόπτης και δεν θα κυκλοφορεί ηλεκτρικό ρεύμα στο κύκλωμα μόλις φορτιστεί. Από την (1) παίρνουμε :

Για $t \to \infty$, i=0 : $E = 0 \cdot R + \dfrac{Q}{C} \Rightarrow \boxed{Q = CE} \Rightarrow Q = CE = 1 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{F} \cdot 12\ \mathrm{V} = 12 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C} \Rightarrow \boxed{Q = 12\ \mu\mathrm{C}}$

1.3 Αρχικά το φορτίο στον πυκνωτή είναι μηδέν. Από την (1) παίρνουμε :

Για t=0, q=0 : $E = i_0 R + \dfrac{0}{C} \Rightarrow \boxed{i_0 = \dfrac{E}{R}} \Rightarrow i_0 = \dfrac{12\ \mathrm{V}}{10 \cdot 10^6\ \Omega} = 1{,}2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{A} \Rightarrow \boxed{i_0 = 1{,}2\ \mu\mathrm{A}}$

1.4 $\tau = RC = 10 \cdot 10^6 \Omega \cdot 1 \cdot 10^{-6}\mathrm{F} \Rightarrow \boxed{\tau = 10\ \mathrm{s}} \qquad \Omega \cdot \mathrm{F} = \dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} \cdot \dfrac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}} = \dfrac{\mathrm{C}}{\mathrm{C/s}} = \mathrm{s}$

1.5 Ολοκληρώνουμε την (2) ή παίρνουμε τον τύπο από το βιβλίο

$$\int_0^q \frac{dq'}{q'-CE} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt' \Rightarrow \ln\left(q-CE\right) - \ln\left(-CE\right) = -\frac{t}{RC} \Rightarrow \ln\left(\frac{q-CE}{-CE}\right) = -\frac{t}{RC} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{q-CE}{-CE} = e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow q - CE = -CEe^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow \boxed{q(t) = CE\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)} \Rightarrow q(t) = Q\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right) \ (3)$$

Αντικαθιστούμε τις αριθμητικές τιμές για το Q και το RC σε κουλόμπ (C) και δευτερόλεπτα (s) , που είναι οι μονάδες των αντίστοιχων μεγεθών στο SI και παίρνουμε :

$$q(t) = 1,2 \cdot 10^{-6}\left(1 - e^{-\frac{t}{10}}\right) \qquad \text{(SI)} \qquad (4)$$

Για t = 40 s = 4τ παίρνουμε

$$q(40\ \text{s}) = Q\left(1 - e^{-\frac{40}{10}}\right) \Rightarrow \frac{q(40\ \text{s})}{Q} = 1 - e^{-4} = 1 - 0,018 \Rightarrow \boxed{\frac{q(40\ \text{s})}{Q} = 0,982 = 98,2\%}$$

$$q(40\ \text{s}) = 0,982 \cdot Q = 0,982 \cdot 12\ \mu\text{C} = 11,784\ \mu\text{C}$$

1.6 Βρίσκουμε το ρεύμα παίρνοντας την παράγωγο της (3)

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = CE\frac{d}{dt}\left(1 - e^{-\frac{t}{CR}}\right) = CE\left(-\frac{-1}{CR}e^{-\frac{t}{CR}}\right) \Rightarrow \boxed{i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{CR}}} \Rightarrow i(t) = i_0 e^{-\frac{t}{CR}}$$

Αντικαθιστούμε τις αριθμητικές τιμές για το Q και το RC σε κουλόμπ (C) και δευτερόλεπτα (s) , που είναι οι μονάδες των αντίστοιχων μεγεθών στο SI και παίρνουμε :

$$\boxed{i(t) = 1,2 \cdot 10^{-6} e^{-\frac{t}{10}} \qquad \text{(SI)}} \qquad (5)$$

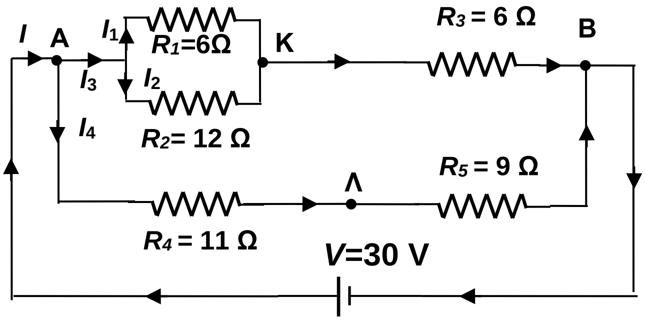
Για t = 20 s = 2τ παίρνουμε

$$i(20\ \text{s}) = i_0 e^{-\frac{20}{10}} \Rightarrow \frac{i(20\ \text{s})}{i_0} = e^{-2} \Rightarrow \boxed{\frac{i(20\ \text{s})}{i_0} = 0,135 = 13,5\%}$$

$$i(20\ \text{s}) = 0,135 \cdot i_0 = 0,135 \cdot 1,2\ \mu\text{A} = 0,162\ \mu\text{A}$$

Πρόβλημα 2 **(Μονάδες 3)**

Να υπολογίσετε τα ρεύματα που διαρρέουν τους κλάδους του παρακάτω κυκλώματος και τη διαφορά δυναμικού $V_{\text{ΚΛ}}$



Συνδυασμός αντιστάσεων

$$R_{ολ} = (R_4 + R_5) \,||\, (R_3 + R_1 \,||\, R_2) = (11+9) \,||\, (6 + \frac{12 \cdot 6}{12+6}) = 20 \,||\, (6+4) = \frac{20 \cdot 10}{20+10} = \frac{20}{3}\ \Omega = 6,67\ \Omega$$

Νόμος Ohm για τη συνολική αντίσταση $I = \dfrac{V}{R_{ολ}} = \dfrac{30}{20/3} = \dfrac{90}{20}$ =4,5 A

Νόμος Ohm για την συνολική αντίσταση του κλάδου ΑΛΒ: $I_4 = \dfrac{V_{\text{ΑΒ}}}{R_4 + R_5} = \dfrac{30}{20} = 1,5\ \text{A}$

Διατήρηση ρεύματος στον κόμβο Κ (1ος κανόνας Kirchhoff) : $I_3 = I - I_4 = 4,5 - 1,5 = 3\ \text{A}$

Τα ίδια αποτελέσματα θα παίρναμε και από τους τύπους διαιρέτη ρεύματος

$$R_{\text{Λ}} = R_4 + R_5 = 11 + 9 = 20\ \Omega \qquad R_{\text{Κ}} = R_3 + R_1 \,||\, R_2 = 6 + \frac{12 \cdot 6}{12+6} = 6 + 4 = 10\ \Omega$$

$$I_4 = \frac{R_K}{R_{\text{Κ}} + R_{\text{Λ}}} I = \frac{10}{30} \cdot 4,5 = 1,5\ \text{A} \qquad I_3 = \frac{R_{\text{Λ}}}{R_{\text{Κ}} + R_{\text{Λ}}} I = \frac{20}{30} \cdot 4,5 = 3\ \text{A}$$

Νόμος Ohm για τις αντιστάσεις R_4, R_5 και R_3 για τις οποίες υπολογίσαμε τα ρεύματα που τις διαρρέουν :

$V_{\text{ΑΛ}} = I_4 R_4 = 1,5 \cdot 11 = 16,5\ \text{V}$, $V_{\text{ΛΒ}} = I_4 R_5 = 1,5 \cdot 9 = 13,5\ \text{V}$, $V_{\text{ΚΒ}} = I_3 R_3 = 3 \cdot 6 = 18\ \text{V}$

Άρα από 2$^{\text{ο}}$ κανόνα Kirchhoff στο βρόχο ΑΚΒVΑ παίρνουμε για την τελευταία τάση που πρέπει να βρούμε : $V = V_{\text{ΑΚ}} + V_{\text{ΚΒ}} \Rightarrow V_{\text{ΑΚ}} = V - V_{\text{ΚΒ}} = 30 - 18 = 12\ \text{V}$

Τα ρεύματα που διαρρέουν τις αντιστάσεις R_1, R_2 τα βρίσκουμε πάλι από το νόμο του Ohm

$$I_1 = \frac{V_{\text{ΑΚ}}}{R_1} = \frac{12}{6} = 2\ \text{A} \quad I_2 = \frac{V_{\text{ΑΚ}}}{R_2} = \frac{12}{12} = 1\ \text{A}$$

Για να βρούμε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Κ και Λ, $V_{\text{ΚΛ}} = V_{\text{Κ}} - V_{\text{Λ}}$ ξεκινάμε από το δυναμικό $V_{\text{Κ}}$, του σημείου Κ (το οποίο δεν γνωρίζουμε και ούτε μας ενδιαφέρει η τιμή του), και ακολουθούμε μια διαδρομή ως το σημείο Λ που έχει δυναμικό $V_{\text{Λ}}$ (το οποίο δεν γνωρίζουμε και ούτε μας ενδιαφέρει η τιμή του), κρατώντας λογαριασμό από τις πτώσεις ή ανυψώσεις δυναμικού που συναντάμε στην πορεία.

Διαδρομή ΚΑΛ:

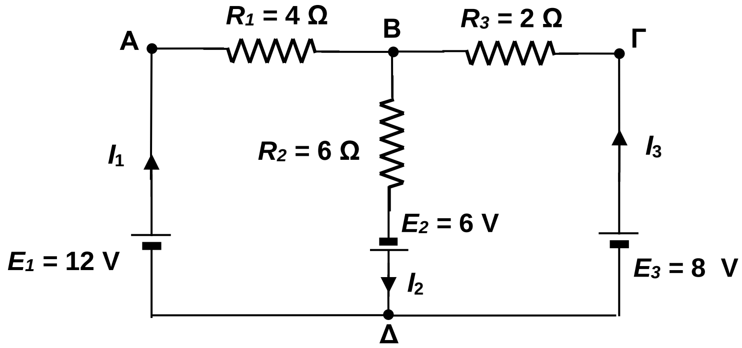
$$V_{\text{Κ}} + I_1R_1 - I_4R_4 = V_{\text{Λ}} \Rightarrow V_{\text{ΚΛ}} = -I_1R_1 + I_4R_4 = -2\cdot 6 + 1{,}5\cdot 11 = -12 + 16{,}5 = 4{,}5\ \text{V}$$

Πρόβλημα 3 **(Μονάδες 1,5)**

Να χρησιμοποιήσετε τους κανόνες του Kirchhoff για να βρείτε το σύστημα 3x3

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

που ικανοποιούν τα ρεύματα του παρακάτω κυκλώματος.



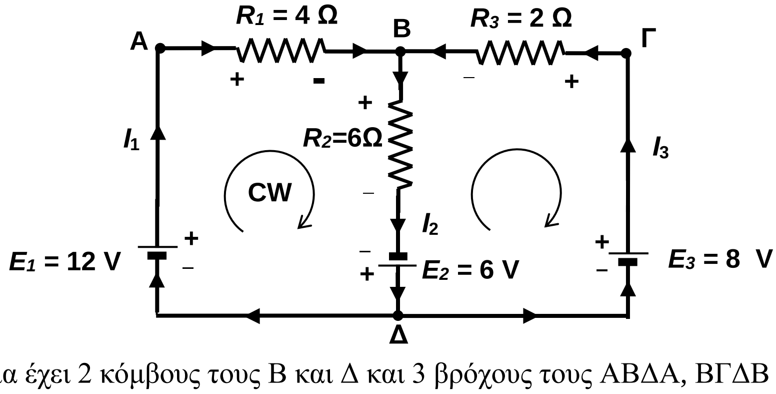
Να μην λύσετε το κύκλωμα και να μην βρείτε τα ρεύματα ούτε έτσι ούτε με κάποιον άλλο τρόπο!

Λύση

1) Καθορίζουμε τη φορά των ρευμάτων των κλάδων (είναι καθορισμένη από την εκφώνηση). Τα βάζουμε να βγαίνουν από του θετικούς πόλους των πηγών. Η μεγαλύτερη ΗΕΔ υπερνικά τη μικρότερη. Δεν έχει σημασία και να τα βάλουμε τυχαία (απλά στη λύση μπορεί να βγουν πολλά με αρνητικό πρόσημο)

2) Αναγράφουμε όλες τις πολικότητες των στοιχείων του κυκλώματος. Δηλαδή σημειώνουμε μείον (**–**) στο άκρο που βρίσκεται στο χαμηλότερο δυναμικό και συν (+) στο άκρο που βρίσκεται στο υψηλότερο. Για τους αντιστάτες αυτό το βρίσκουμε από τη φορά του ρεύματος που έχουμε καθορίσει. Το ρεύμα ρέει από υψηλότερο σε χαμηλότερο δυναμικό (αν στη λύση του συστήματος βρούμε αρνητική τιμή για κάποιο ρεύμα αυτό σημαίνει ότι το ρεύμα ρέει στην πραγματικότητα αντίθετα από τη φορά που καθορίσαμε στο σχήμα). Έτσι ανάλογα με το πώς διατρέχουμε ένα στοιχείο θα γνωρίζουμε αν συναντάμε πτώση δυναμικού (από + σε –) ή αν συναντάμε ανύψωση δυναμικού (από – σε +).

3) Καθορίζουμε τη φορά που θα διατρέχουμε τους βρόχους για τον 2$^{\text{ο}}$ κανόνα του Kirchhoff. Είτε κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού (clockwise: CW, δηλαδή όπως λυγίζουν τα δάκτυλα του αριστερού χεριού αν το τοποθετήσουμε πάνω στη σελίδα) είτε αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού (counter clockwise: CCW, δηλαδή όπως λυγίζουν τα δάκτυλα του δεξιού χεριού αν το τοποθετήσουμε πάνω στη σελίδα). Η φορά που θα επιλέξουμε δεν έχει σημασία αλλά πρέπει να χρησιμοποιήσουμε την ίδια σε όλους τους βρόχους.



Το κύκλωμα έχει 2 κόμβους τους Β και Δ και 3 βρόχους τους ΑΒΔΑ, ΒΓΔΒ και ΑΒΓΔΑ

Παίρνουμε μια ανεξάρτητη εξίσωση από τους κόμβους και δύο από τους βρόχους για να λύσουμε για τα ρεύματα των κλάδων, τους τρεις αγνώστους I_1, I_2 και I_3.

Κόμβος Β: $$I_1 - I_2 + I_3 = 0 \qquad (1)$$

Βρόχος ΑΒΔΑ:

$$-I_1R_1 - I_2R_2 + E_2 + E_1 = 0 \Rightarrow -4I_1 - 6I_2 + 6 + 12 = 0 \Rightarrow 4I_1 + 6I_2 = 18$$

Απλοποιούμε διαιρώντας δια 2 $$2\cdot I_1 + 3\cdot I_2 + 0\cdot I_3 = 9 \qquad (2)$$

Βρόχος ΒΓΔΒ: με τη φορά που επιλέξαμε (CW) οι διαφορές δυναμικού και στις δύο αντιστάσεις είναι ανυψώσεις δυναμικού ενώ στις πηγές είναι πτώσεις.

$$+I_3R_3 - E_3 - E_2 + I_2R_2 = 0 \Rightarrow 2I_3 - 8 + 6I_2 - 6 = 0 \Rightarrow 6I_2 + 2I_3 = 14$$

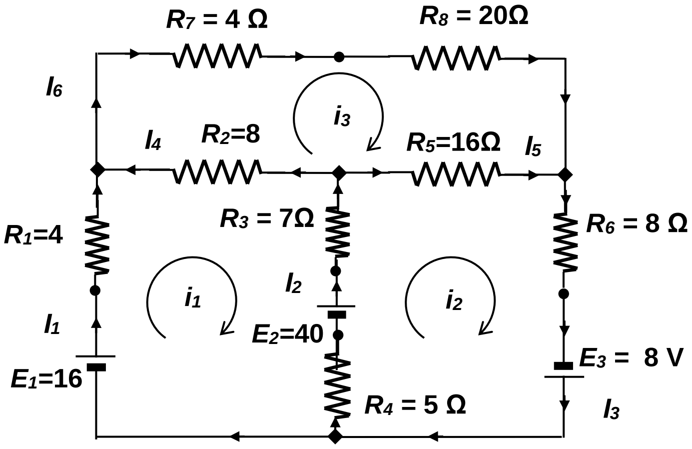
Απλοποιούμε διαιρώντας δια 2 $$0\cdot I_1 + 3\cdot I_2 + 1\cdot I_3 = 7 \qquad (3)$$

Γράφουμε τις εξισώσεις μαζί τη μια κάτω από την άλλη και διαβάζουμε τα στοιχεία του πίνακα

$$\left.\begin{aligned} 1\cdot I_1 - 1\cdot I_2 + 1\cdot I_3 &= 0 \\ 2\cdot I_1 + 3\cdot I_2 + 0\cdot I_3 &= 9 \\ 0\cdot I_1 + 3\cdot I_2 + 1\cdot I_3 &= 7 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ 7 \end{bmatrix}$$

Πρόβλημα 4 **(Μονάδες 4)**

Να επιλύσετε το παρακάτω κύκλωμα με τη μέθοδο των ρευμάτων ελαχίστων βρόχων (οφθαλμών) για να βρείτε τα ρεύματα I_1 , I_2 , I_3 , I_4 , I_5 και I_6 που διατρέχουν τους κλάδους του κυκλώματος.



Λύση

Ο 1ος κανόνας του Kirchhoff (κόμβων) λαμβάνεται υπόψη συνδέοντας τα ρεύματα των κλάδων με τα ρεύματα των ελαχίστων βρόχων

$$I_1 = i_1 \qquad I_2 = i_2 - i_1 \qquad I_3 = i_2 \qquad I_4 = i_3 - i_1 \qquad I_5 = i_2 - i_3 \qquad I_6 = i_3$$

Αν εφαρμόσουμε το 2ο κανόνα του Kirchhoff στους τρείς ελάχιστους βρόχους θα καταλήξουμε σε ένα σύστημα 3x3 για τα ρεύματα των ελαχίστων βρόχων.

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{pmatrix}$$

Όμως μπορούμε κατευθείαν να κατασκευάσουμε το σύστημα με την παρακάτω συνταγή.

Διαγώνια στοιχεία του πίνακα

Ολική αντίσταση βρόχου 1 $R_{11} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 4 + 8 + 7 + 5 = 24$

Ολική αντίσταση βρόχου 2 $R_{22} = R_3 + R_4 + R_5 + R_6 = 7 + 5 + 16 + 8 = 36$

Ολική αντίσταση βρόχου 3 $R_{33} = R_2 + R_5 + R_7 + R_8 = 8 + 16 + 4 + 20 = 48$

Μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα

Ολική αντίσταση κοινού κλάδου 1-2 (τα ρεύματα ρέουν αντίρροπα άρα βάζουμε μείον)

$$R_{12} = R_{21} = -R_3 - R_4 = -5 - 7 = -12$$

Ολική αντίσταση κοινού κλάδου 1-3 (τα ρεύματα ρέουν αντίρροπα άρα βάζουμε μείον)

$$R_{13} = R_{31} = -R_2 = -8$$

Ολική αντίσταση κοινού κλάδου 2-3 (τα ρεύματα ρέουν αντίρροπα άρα βάζουμε μείον)

$$R_{23} = R_{32} = -R_5 = -16$$

Διάνυσμα σταθερών

Ολική ΗΕΔ βρόχου 1 $\varepsilon_1 = E_1 - E_2 = 16 - 40 = -24$

Ολική ΗΕΔ βρόχου 2 $\varepsilon_2 = E_2 + E_3 = 40 + 8 = 48$

Ολική ΗΕΔ βρόχου 3 $\varepsilon_3 = 0$

Οπότε το σύστημα είναι : $\begin{bmatrix} 24 & -12 & -8 \\ -12 & 36 & -16 \\ -8 & -16 & 48 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -24 \\ 48 \\ 0 \end{pmatrix}$

Όλα τα στοιχεία του είναι πολλαπλάσια του 4 : $4 \cdot \begin{bmatrix} 6 & -3 & -2 \\ -3 & 9 & -4 \\ -2 & -4 & 12 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = 4 \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix}$

Οπότε απλοποιώντας με το 4 (για να μην έχουμε μεγάλες ορίζουσες) παίρνουμε το απλούστερο και ισοδύναμο σύστημα : $\begin{bmatrix} 6 & -3 & -2 \\ -3 & 9 & -4 \\ -2 & -4 & 12 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix}$

η λύση του οποίου είναι :

$$D = \begin{vmatrix} 6 & -3 & -2 \\ -3 & 9 & -4 \\ -2 & -4 & 12 \end{vmatrix} = 6 \cdot 9 \cdot 12 + (-3)(-4)(-2) + (-2)(-3)(-4) - (-2)9(-2) - (-4)(-4)6 - 12(-3)(-3) = 360$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} -6 & -3 & -2 \\ 12 & 9 & -4 \\ 0 & -4 & 12 \end{vmatrix} = (-6) \cdot 9 \cdot 12 + (-3)(-4)0 + (-2)12(-4) - (-2) \cdot 9 \cdot 0 - (-4)(-4)(-6) - 12(-3)12 = -24$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 6 & -6 & -2 \\ -3 & 12 & -4 \\ -2 & 0 & 12 \end{vmatrix} = 6 \cdot 12 \cdot 12 + (-6)(-4)(-2) + (-2)(-3) \cdot 0 - (-2)12(-2) - (-4) \cdot 0 \cdot 6 - 12(-6)(-3) = 550$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 6 & -3 & -6 \\ -3 & 9 & 12 \\ -2 & -4 & 0 \end{vmatrix} = \ldots = 180$$

Οπότε τα ρεύματα των ελαχίστων βρόχων είναι:

$i_1 = \dfrac{D_1}{D} = \dfrac{-24}{360} = -0,067 \text{ A}$ $\quad i_2 = \dfrac{D_2}{D} = \dfrac{550}{360} = 1,533 \text{ A}$ $\quad i_3 = \dfrac{D_3}{D} = \dfrac{180}{360} = 0,500 \text{ A}$

Από αυτά βρίσκουμε τα ρεύματα των κλάδων:

$I_1 = i_1 = -0,067 \text{ A}$

$I_2 = i_2 - i_1 = 1,533 - (-0,067) = 1,6 \text{ A}$

$I_3 = i_2 = 1,533 \text{ A}$

$I_4 = i_3 - i_1 = 0,500 - (-0,067) = 0,567 \text{ A}$

$I_5 = i_2 - i_3 = 1,533 - 0,500 = 1,033 \text{ A}$

$I_6 = i_3 = 0,500 \text{ A}$

Η πραγματική φορά του ρεύματος I_1 είναι αντίθετη από το σχήμα. Αυτό σημαίνει ότι η πηγή E_1 καταναλώνει και δεν προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα.