

Κατασκευαστική σταθερά περιέλιξης: $K = \frac{ZP}{2\pi a}$, $E_A = K\Phi\omega$

Schaum's 4.32

Μια γεννήτρια DC έχει 6 πόλους, απλό βροχοτύλιγμα και 720 ενεργούς αγωγούς. Η γεννήτρια σχεδιάζεται να παράγει επαγωγική τάση 420 V στις 1720 rpm. Ποια είναι η απαιτούμενη μαγνητική ροή ανά πόλο που πρέπει να έχει η γεννήτρια?

Απάντηση

Αριθμός παράλληλων κλάδων σε απλό βροχοτύλιγμα: $a = mP = (1)(6) = 6$

Κατασκευαστική σταθερά περιέλιξης: $K = \frac{ZP}{2\pi a} = \frac{(720)(6)}{2\pi(6)} = \frac{360}{\pi} = 114,59$

Γωνιακή ταχύτητα: $\omega = \frac{2\pi}{60} n = \frac{2\pi}{60} (1720) = \frac{172\pi}{3} = 180,12 \text{ rad/s}$

$E_A = K\Phi\omega \Rightarrow \Phi = \frac{E_A}{K\omega} = (420) \left(\frac{\pi}{360} \right) \left(\frac{3}{172\pi} \right) = \frac{7}{2 \cdot 172} = 0,0203488372 \approx 20,35 \text{ mWb}$

Schaum's 4.33

Αν η παραπάνω μηχανή είχε απλό κυματοτύλιγμα σε τι ταχύτητα θα έπρεπε να περιστρέφεται για να αναπτύσσεται στον οπλισμό της επαγωγική τάση 600 V

Απάντηση

Αριθμός παράλληλων κλάδων σε απλό κυματοτύλιγμα: $a = 2m = (2)(1) = 2$

Κατασκευαστική σταθερά περιέλιξης: $K = \frac{ZP}{2\pi a} = \frac{(720)(6)}{2\pi(2)} = \frac{1080}{\pi} = 343,77$

$E_A = K\Phi\omega \Rightarrow \omega = \frac{E_A}{K\Phi} = \frac{(630)}{(343,77)(0,02035)} = 90,0550687 \approx 90,06 \text{ rad/s}$

$n = \frac{60}{2\pi} \omega = \frac{(60)(90,06)}{2\pi} = 859,96256 \approx 860 \text{ rpm}$

$\omega = (630) \left(\frac{\pi}{1080} \right) \left(\frac{2 \cdot 172}{7} \right) = \frac{(2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7)(2^2 \cdot 43)}{(2^3 \cdot 3^3 \cdot 5)(7)} 2\pi = \frac{(43)}{(3)} 2\pi = \frac{2\pi}{60} (43 \cdot 20) = \frac{2\pi}{60} (860)$

$n = 860 \text{ rpm}$ ακριβώς

Ηλεκτρομηχανική μετατροπή ενέργειας: $P_{\mu\epsilon\tau} = E_A I_A = \tau_{ind} \omega$

Schaum's 4.34

Με τι ταχύτητα n πρέπει να περιστρέφεται ο οπλισμός (δρομέας) μιας μηχανής DC ώστε να αναπτύσσει ισχύ 572,4 kW σε ροπή 4.605 Nm?

[Η γεννήτρια δέχεται τη ροπή και παράγει ηλεκτρική ενέργεια. Ο κινητήρας δέχεται την ηλεκτρική ενέργεια και παράγει τη ροπή]

Απάντηση

$P_{\mu\epsilon\tau} = \tau_{ind} \omega \Rightarrow \omega = \frac{P_{\mu\epsilon\tau}}{\tau_{ind}} = \frac{572.400}{4.605} = 124,299674 \text{ rad/s}$

$n = \frac{60}{2\pi} \omega = \frac{60}{2\pi} (124,299674) = 1.186,97445 \approx 1.187 \text{ rpm}$

Schaum's 4.35

Ο οπλισμός μια μηχανής DC περιστρέφεται με ταχύτητα 1200 rpm και δέχεται ρεύμα 45 A. Αν η επαγωγική τάση του οπλισμού είναι 130 V, τι ροπή αναπτύσσει ο οπλισμός ?

Απάντηση

$$\omega = \frac{2\pi}{60} n = \frac{2\pi}{60} (1200) = 40\pi \text{ rad/s}$$

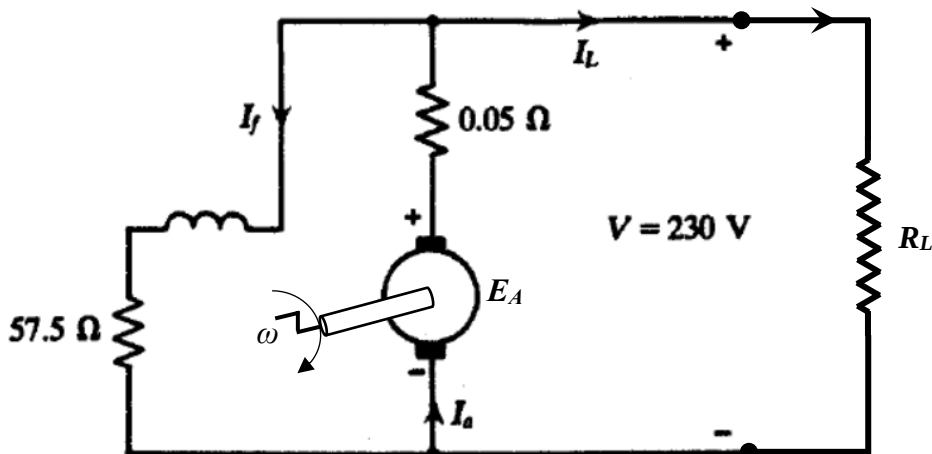
$$\tau_{ind} \omega = E_A I_A \Rightarrow \tau_{ind} = \frac{E_A I_A}{\omega} = \frac{(130)(45)}{40\pi} = 46,5528209 \approx 46,6 \text{ Nm}$$

Schaum's 4.10 Γεννήτρια παράλληλης διέγερσης

Ονομαστικές τιμές : 100 kW, 230 V. Αντίσταση οπλισμού $R_A = 0,05 \Omega$, αντίσταση πηνίου διέγερσης $R_F = 57,5 \Omega$. Υπολογίστε την επαγωγική τάση που παράγει η γεννήτρια

A) στο πλήρες φορτίο (δίνει 100 kW στα 230 V)

B) στο μισό φορτίο (δίνει 50 kW στα 230 V)

Απάντηση**Κύκλωμα****Εξισώσεις**

Μαγνητικές :	$E_A = K\Phi\omega$	$\tau_{επαγ} = K\Phi I_A$	
Ηλεκτρικές :	$I_A = I_F + I_L$	$E_A = V + I_A R_A$	$I_F R_F = V$
	$P_{out} = VI_L$		
Μηχανικές :	$P_{in} = \tau_{κιν} \omega$	$\omega = \frac{2\pi}{60} n$	

Η άσκηση αυτή είναι καθαρή ηλεκτροτεχνία. Χρειάζονται μόνο οι ηλεκτρικές εξισώσεις.

$$I_F = \frac{V}{R_F} = \frac{230}{57,5} = 4 \text{ A}$$

$$A) \quad P_{out} = VI_L \Rightarrow I_L = \frac{P_{out}}{V} = \frac{100.000}{230} = 434,8 \text{ A}$$

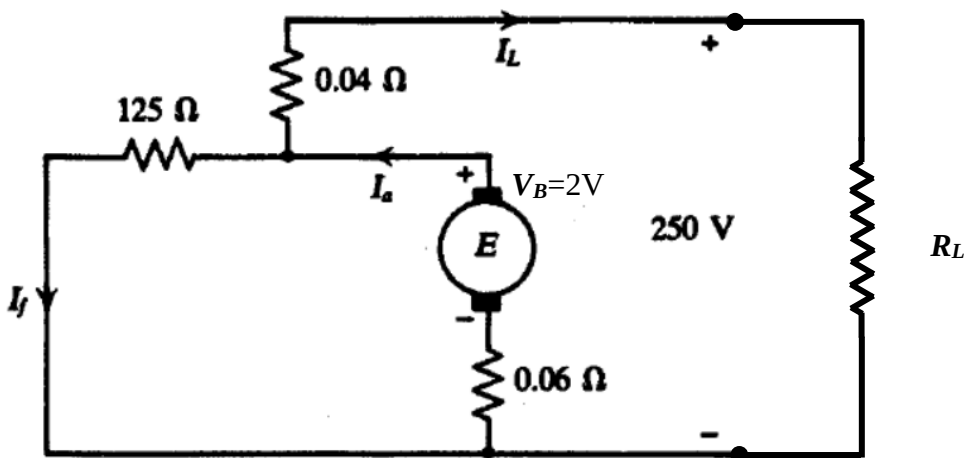
$$I_A = I_F + I_L = 4 + 434,8 = 438,8 \text{ A}$$

$$E_A = V + I_A R_A = 230 + (438,8)(0,05) = 230 + 21,94 \approx 252 \text{ V}$$

$$\begin{aligned}
 \text{B)} \quad P_{out} &= VI_L \Rightarrow I_L = \frac{P_{out}}{V} = \frac{50.000}{230} = 217,3913 \approx 217,4 \text{ A} \\
 I_A &= I_F + I_L = 4 + 217,4 = 221,4 \text{ A} \\
 E_A &= V + I_A R_A = 230 + (221,4)(0,05) = 230 + 11,07 \approx 241 \text{ V}
 \end{aligned}$$

Schaum's 4.11 Γεννήτρια σύνθετης προπαράλληλης διέγερσης

Ονομαστικές τιμές : 50 kW, 250 V. Αντίσταση οπλισμού $R_A = 0,06 \Omega$, αντίσταση πηνίου διέγερσης σειράς $R_S = 0,04 \Omega$, αντίσταση πηνίου παράλληλης διέγερσης $R_F = 125 \Omega$. Υπολογίστε την επαγωγική τάση που παράγει η γεννήτρια στο πλήρες φορτίο. Θεωρήστε πτώση τάσης στις ψήκτρες 2 V.

Απάντηση**Κύκλωμα****Εξισώσεις**

Μαγνητικές :	$E_A = K\Phi\omega$	$\tau_{επαγ} = K\Phi I_A$	
Ηλεκτρικές :	$I_A = I_F + I_L$	$E_A = V + V_B + I_A R_A + I_L R_S$	$I_F R_F = V - I_L R_S$
		$P_{out} = VI_L$	
Μηχανικές :	$P_{in} = \tau_{κιν}\omega$	$\omega = \frac{2\pi}{60} n$	

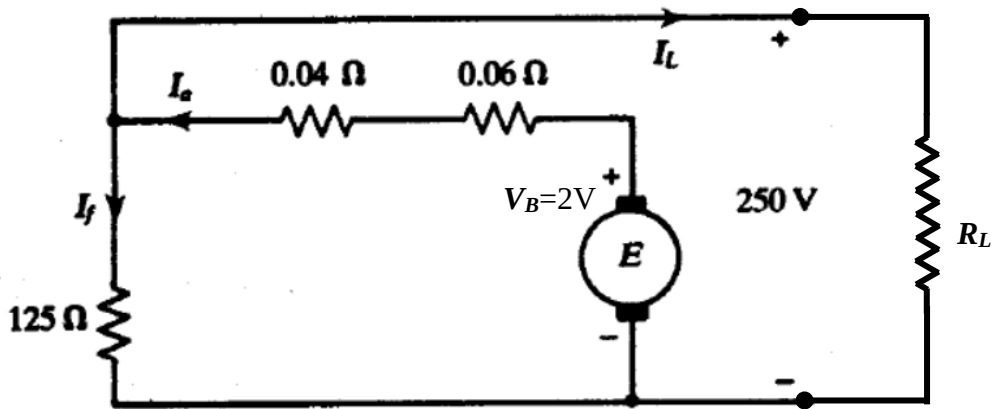
Η άσκηση αυτή είναι καθαρή ηλεκτροτεχνία. Χρειάζονται μόνο οι ηλεκτρικές εξισώσεις.

$$\begin{aligned}
 P_{out} &= VI_L \Rightarrow I_L = \frac{P_{out}}{V} = \frac{50.000}{250} = 200 \text{ A} \\
 I_L R_S &= (200)(0,04) = 8 \text{ V} \\
 I_F R_F &= V - I_L R_S \Rightarrow I_F = \frac{V - I_L R_S}{R_F} = \frac{250 - 8}{125} = 1,936 \text{ A} \\
 I_A &= I_F + I_L = 1,936 + 200 = 201,936 \text{ A} \\
 E_A &= V + V_B + I_A R_A + I_L R_S = 250 + 2 + (201,936)(0,06) + 8 = 250 + 2 + 12,12 + 8 = 272,12 \approx 272 \text{ V}
 \end{aligned}$$

Schaum's 4.12 Γεννήτρια σύνθετης μεταπαράλληλης διέγερσης
Επαναλάβετε την άσκηση 4.11 για μεταπαράλληλη σύνδεση

Απάντηση

Κύκλωμα



Εξισώσεις

Μαγνητικές :	$E_A = K\Phi\omega$	$\tau_{επαγ} = K\Phi I_A$	
Ηλεκτρικές :	$I_A = I_F + I_L$	$E_A = V + V_B + I_A(R_A + R_S)$	$I_F R_F = V$
	$P_{out} = VI_L$		
Μηχανικές :	$P_{in} = \tau_{κιν}\omega$	$\omega = \frac{2\pi}{60}n$	

Η άσκηση αυτή είναι καθαρή ηλεκτροτεχνία. Χρειάζονται μόνο οι ηλεκτρικές εξισώσεις.

$$P_{out} = VI_L \Rightarrow I_L = \frac{P_{out}}{V} = \frac{50.000}{250} = 200 \text{ A}$$

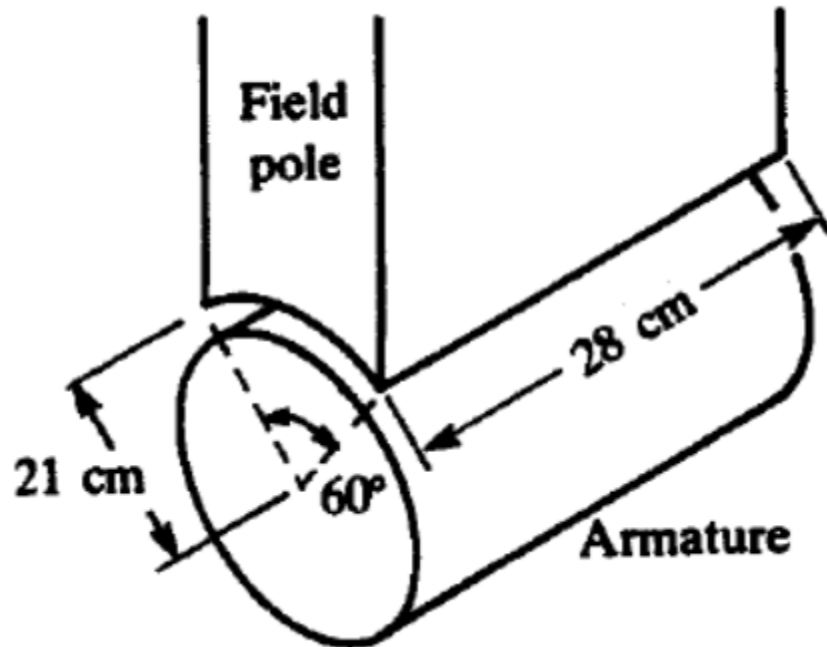
$$I_F = \frac{V}{R_F} = \frac{250}{125} = 2 \text{ A}$$

$$I_A = I_F + I_L = 2 + 200 = 202 \text{ A}$$

$$E_A = V + V_B + I_A(R_A + R_S) = 250 + 2 + (202)(0,04 + 0,06) = 250 + 2 + 20,2 = 272,2 \approx 272 \text{ V}$$

Schaum's 4.13 Γεννήτρια παράλληλης διέγερσης

Έχουμε την ίδια γεννήτρια με την άσκηση 4.10. Δίνονται τώρα και πρόσθετα κατασκευαστικά χαρακτηριστικά. Η γεννήτρια είναι τετραπολική με περιέλιξη απλού βροχοτυλίγματος και 326 ενεργούς αγωγούς. Το κυλινδρικό διάκενο της μηχανής, δηλ. το τύμπανο, έχει διάμετρο 42 cm και μήκος 28 cm και κάθε πόλος εκτείνεται σε γωνία 60° , όπως στο σχήμα. Η μηχανή στο πλήρες φορτίο έχει ταχύτητα 650 rpm. Πόση είναι η ένταση του μαγνητικού πεδίου B της μηχανής.

**Απάντηση**

Η επαγωγική τάση που παράγει η μηχανή στο πλήρες φορτίο έχει υπολογιστεί στην 4.10: $E_A = 252$ V. Οι παράλληλοι κλάδοι απλού ($m = 1$) βροχοτυλίγματος τετραπολικής μηχανής ($P = 4$) είναι :

$$a = P \cdot m = 4 \cdot 1 = 4$$

Η κατασκευαστική σταθερά περιέλιξης είναι : $K = \frac{ZP}{2\pi a} = \frac{(326)(4)}{2\pi(4)} = \frac{163}{\pi}$

Από την εξίσωση της επαγωγικής τάσης βρίσκουμε τη μαγνητική ροή Φ :

$$E_A = K\Phi\omega = K\Phi \frac{2\pi}{60} n \Rightarrow \Phi = \frac{30E_A}{\pi K n} = \frac{(30)(252)}{\pi(163/\pi)650} = 0,0713544125 \approx 71,35 \text{ mWb}$$

Το εμβαδόν της επιφάνειας του πόλου είναι : $A_p = \text{τόξο} \times \text{μήκος} = (\text{ακτίνα} \times \text{γωνία}) \times \text{μήκος}$

Η γωνία πρέπει να μπαίνει σε ακτίνια: $60^\circ = \pi/3 \text{ rad}$

$$A_p = s\ell = r\theta\ell = (0,21)(\pi/3)(0,28) = 0,061575216 \approx 0,06158 \text{ m}^2$$

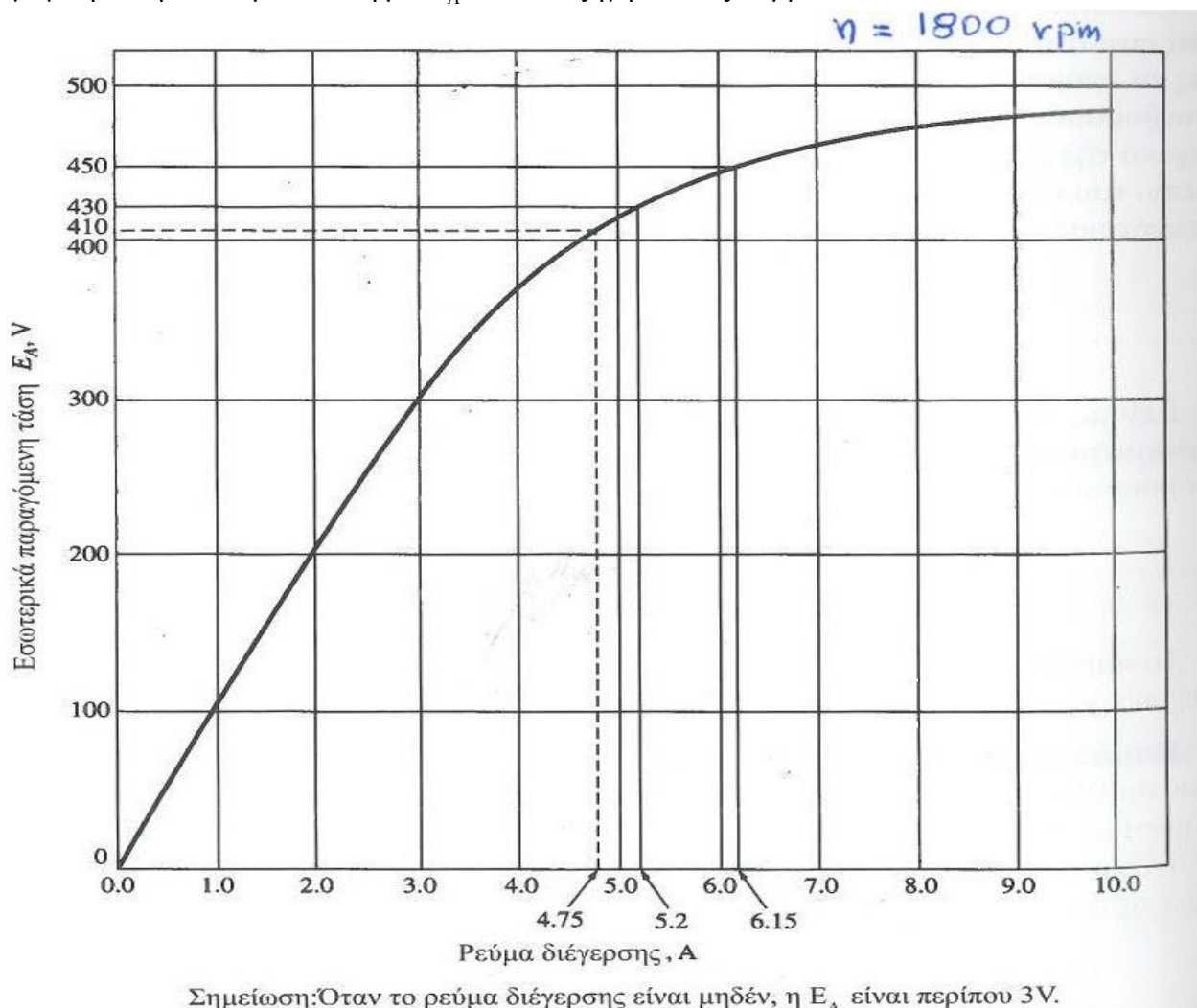
Από τον ορισμό της μαγνητικής ροής βρίσκουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου

$$\Phi = BA_p \Rightarrow B = \frac{\Phi}{A_p} = \frac{0,07135}{0,06158} = 1,16 \text{ T}$$

Παράδειγμα Chapman 9-9

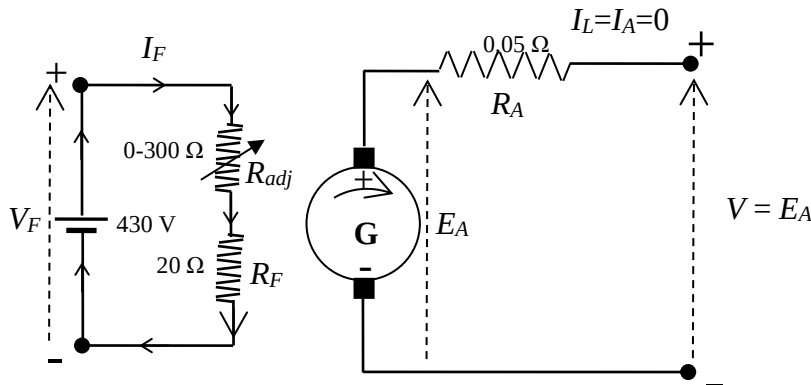
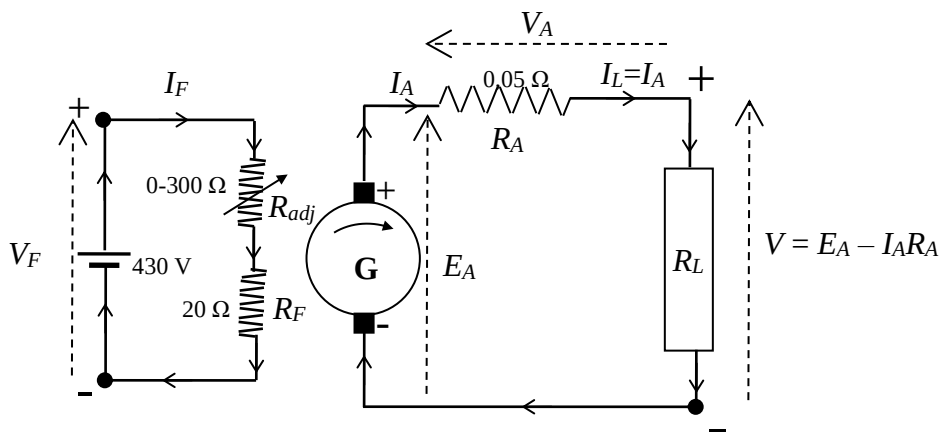
Μια γεννήτρια συνεχούς ρεύματος ανεξάρτητης διέγερσης, διαθέτει τα εξής ονομαστικά μεγέθη λειτουργίας : 172 kW , 430 V , 1800 rpm . Η καμπύλη μαγνήτισης της γεννήτριας φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, ενώ δίνονται επίσης : $R_A = 0,05 \Omega$, $R_F = 20 \Omega$, R_{adj} = από 0 έως 300 Ω , $V_F = 430 \text{ V}$.

1. Ποιο είναι το ρεύμα πλήρους φορτίου ;
2. Να σχεδιάσετε τα ισοδύναμα κυκλώματα για τη λειτουργία της γεννήτριας α) χωρίς φορτίο και β) με φορτίο R_L .
3. Αν η μεταβλητή αντίσταση R_{adj} του κυκλώματος διέγερσης της γεννήτριας ρυθμιστεί στα 63 Ω και η κινητήρια μηχανή περιστρέφει τη γεννήτρια με ταχύτητα $n=1600 \text{ rpm}$, ποια θα είναι η τάση στα άκρα της γεννήτριας V_T , όταν αυτή λειτουργεί χωρίς φορτίο ;
4. Ποια θα ήταν η αντίστοιχη με το ερώτημα 3 τάση εξόδου αν συνδεόταν στη γεννήτρια ένα φορτίο που προκαλούσε $I_L = 360 \text{ A}$;
5. Με ποιο τρόπο μπορεί η γεννήτρια να αποκτήσει ξανά στα άκρα της την τάση που είχε στη λειτουργία χωρίς φορτίο (του ερωτήματος 3) ενώ τώρα έχει ρεύμα φορτίου $I_L = 360 \text{ A}$;
6. Ποια είναι η απαιτούμενη τιμή του ρεύματος διέγερσης I_F , για να ανακτήσει η γεννήτρια την τιμή της τάσης στα άκρα της που είχε στη λειτουργία χωρίς φορτίο ;
7. Ποια είναι η αντίστοιχη τιμή της αντίστασης R_{adj} που προκαλεί αυτό το ρεύμα διέγερσης ;
8. Σύμφωνα με το διάγραμμα της καμπύλης μαγνήτισης, ακόμα και όταν το ρεύμα διέγερσης μηδενίζεται $I_F = 0$ και άρα δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο από τα πηνία διέγερσης, η μηχανή παράγει μια μικρή επαγωγική τάση στο τύμπανο ίση με $E_A = 3 \text{ V}$. Εξηγήστε πως συμβαίνει αυτό.



Απαντήσεις

$$1. I_L = \frac{P_{out}}{V} \Rightarrow I_{FL} = \frac{P_N}{V_N} = \frac{172 \text{ kW}}{430 \text{ V}} = \frac{172.000 \text{ W}}{430 \text{ V}} \Rightarrow I_{FL} = 400 \text{ A}$$

2. Κυκλώματα**ΧΩΡΙΣ ΦΟΡΤΙΟ (NO LOAD)****ΜΕ ΦΟΡΤΙΟ (LOAD)****Εξισώσεις**

Μαγνητικές :	$E_A = K\Phi\omega$	$\tau_{επαγ} = K\Phi I_A$	
Ηλεκτρικές :	$I_A = I_L$	$E_A = V + I_A R_A$	$V_F = I_F (R_F + R_{adj})$
	$P_{out} = V I_L$		
Μηχανικές :	$P_{in} = \tau_{κιν} \omega$	$\omega = \frac{2\pi}{60} n$	

Δύο ανεξάρτητα κυκλώματα τα οποία συνδέονται με την καμπύλη μαγνήτισης $E_A - I_F$.

3. Βρίσκουμε το ρεύμα διέγερσης και από αυτό την επαγωγική τάση.

$$R_{F \text{ ολική}} = R_F + R_{adj} = 20 + 63 = 83 \Omega$$

$$I_F = V_F / R_{F \text{ ολική}} = 430 \text{ V} / 83 \Omega = 5,2 \text{ A}$$

Το ρεύμα διέγερσης, συνδέεται με την επαγωγική τάση που προκαλεί στη γεννήτρια, μέσω της καμπύλης μαγνήτισης E_A vs. I_F . Από την γραφική παράσταση E_A vs. I_F διαβάζουμε ότι ρεύμα διέγερσης 5,2 A θα προκαλούσε επαγωγική τάση στη γεννήτρια ίση με $E_{A0} = 430 \text{ V}$ αν η ταχύτητα της γεννήτριας ήταν $n_{ov} = 1800 \text{ rpm}$

$$I_F = 5,2 \text{ A} \xrightarrow{\text{καμπύλη μαγνήτισης}} E_{A0} = 430 \text{ V} \text{ στις } 1800 \text{ rpm}$$

Όμως η γεννήτρια περιστρέφεται με ταχύτητα $n = 1600 \text{ rpm}$ και έτσι η επαγωγική τάση που παράγεται στο εσωτερικό της γεννήτριας είναι

$$\frac{E_A}{E_{A0}} = \frac{n}{n_{ov}} \Rightarrow E_A = E_{A0} \cdot \frac{n}{n_{ov}} \Rightarrow E_A = 430 \text{ V} \cdot \frac{1600 \text{ rpm}}{1800 \text{ rpm}} \Rightarrow E_A = 382 \text{ V}$$

Επειδή η μηχανή λειτουργεί χωρίς φορτίο δεν διαρρέεται από ρεύμα και δεν υπάρχει πτώση τάσης στην αντίσταση του τυμπάνου. Οπότε ισχύει

$$V = E_A = 382 \text{ V}$$

$$4. I_A = I_L = 360 \text{ A}$$

$$V = E_A - I_A R_A = 382 \text{ V} - 360 \text{ A} \cdot 0,05 \Omega \Rightarrow V = 364 \text{ V}$$

5. Αύξηση της τάσης εξόδου μπορεί να συμβεί με την αύξηση της επαγωγικής τάσης E_A . Επειδή η E_A αυξάνεται με την αύξηση του ρεύματος διέγερσης I_F πρέπει να αυξηθεί το ρεύμα διέγερσης. Αυτό επιτυγχάνεται με την μείωση της μεταβλητής αντίστασης R_{adj} στο κύκλωμα διέγερσης.

6. Θέλουμε στην εξίσωση $E_A = V_T + I_A R_A$ να αυξήσουμε την E_A ώστε να αυξηθεί η V_T σε 382 V με ρεύμα φορτίου 360 A. Η απαιτούμενη τιμή της E_A θα είναι

$$E_A = V_T + I_A R_A = 382 \text{ V} + 360 \text{ A} \cdot 0,05 \Omega \Rightarrow E_A = 400 \text{ V}$$

Για να παραχθεί τάση $E_A = 400 \text{ V}$ όταν η ταχύτητα είναι $n = 1600 \text{ rpm}$, θα πρέπει η αντίστοιχη τάση E_{A0} για ταχύτητα $n_{ov} = 1800 \text{ rpm}$ να είναι

$$\frac{E_{A0}}{E_A} = \frac{n_{ov}}{n} \Rightarrow E_{A0} = E_A \cdot \frac{n_{ov}}{n} \Rightarrow E_{A0} = 400 \text{ V} \cdot \frac{1800 \text{ rpm}}{1600 \text{ rpm}} \Rightarrow E_{A0} = 450 \text{ V}$$

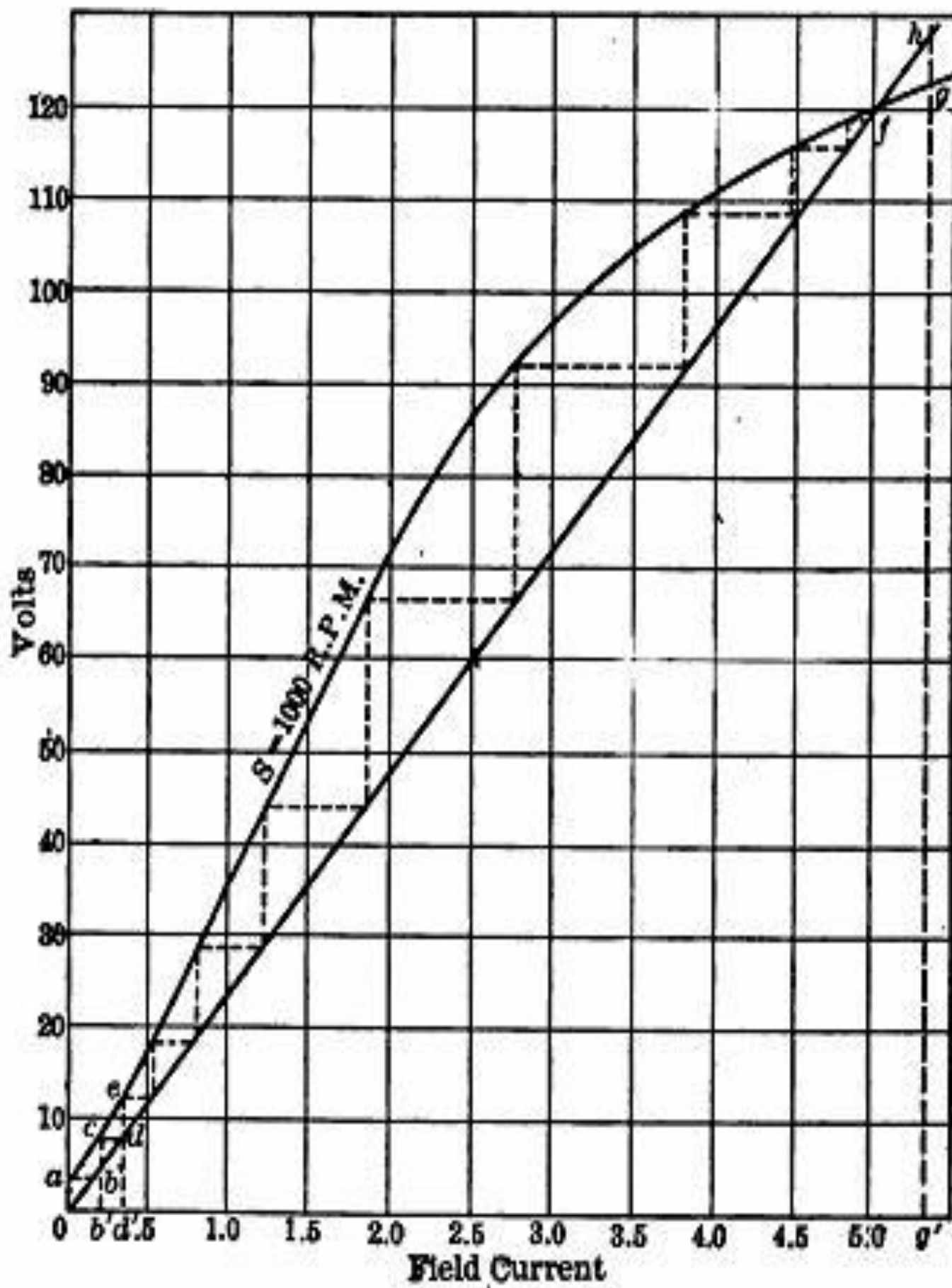
Από την καμπύλη μαγνήτισης διαβάζουμε ότι η παραγωγή αυτής της τάσης απαιτεί ρεύμα διέγερσης

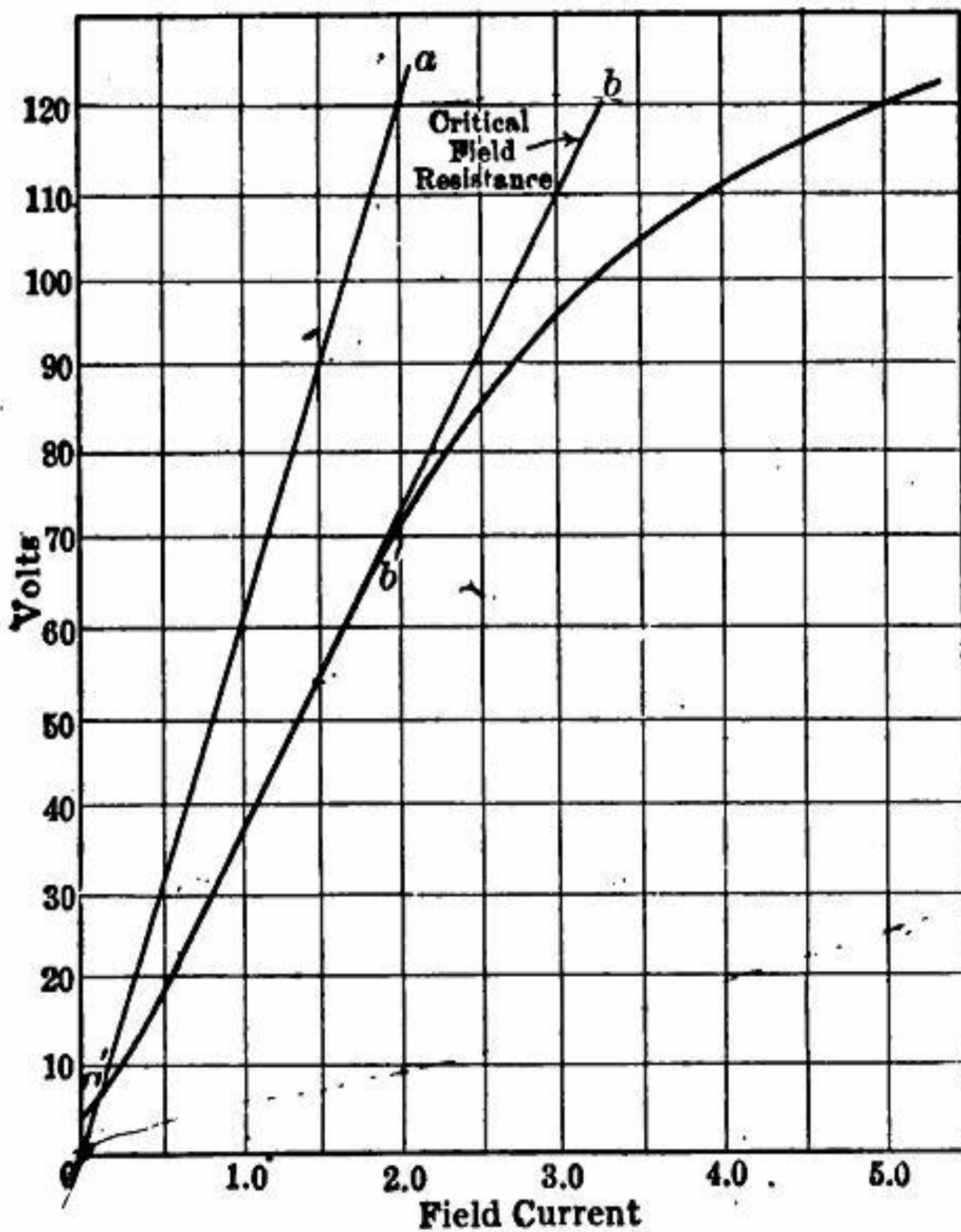
$$E_{A0} = 450 \text{ V} \xrightarrow{\text{καμπύλη μαγνήτισης}} I_F = 6,15 \text{ A}$$

7. Από το νόμο του Ohm στο κύκλωμα διέγερσης παίρνουμε

$$V_F = I_F \cdot (R_F + R_{adj}) \Rightarrow R_F + R_{adj} = \frac{V_F}{I_F} \Rightarrow R_{adj} = \frac{V_F}{I_F} - R_F = \frac{430 \text{ V}}{6,15 \text{ A}} - 20 \Omega \Rightarrow R_{adj} = 49,9 \Omega$$

8. Η παραγωγή επαγωγικής τάσης χωρίς ρεύμα διέγερσης οφείλεται στο φαινόμενο της μαγνητικής υστέρησης των σιδηρομαγνητικών υλικών. Όταν αφαιρεθεί το ρεύμα διέγερσης που προκαλεί το μαγνητικό πεδίο το οποίο μαγνητίζει ένα σιδηρομαγνητικό υλικό η μαγνήτιση του υλικού δεν επανέρχεται στο μηδέν ακόμα και αν αρχικά ήταν μηδέν. Παραμένει στο υλικό μια μικρή τιμή μαγνήτισης (παραμένων μαγνητισμός) το μαγνητικό πεδίο της οποίας μπορεί να προκαλέσει μικρή επαγωγική τάση.

Διαδικασία αυτοδιέγερσης γεννήτριας παράλληλης διέγερσης

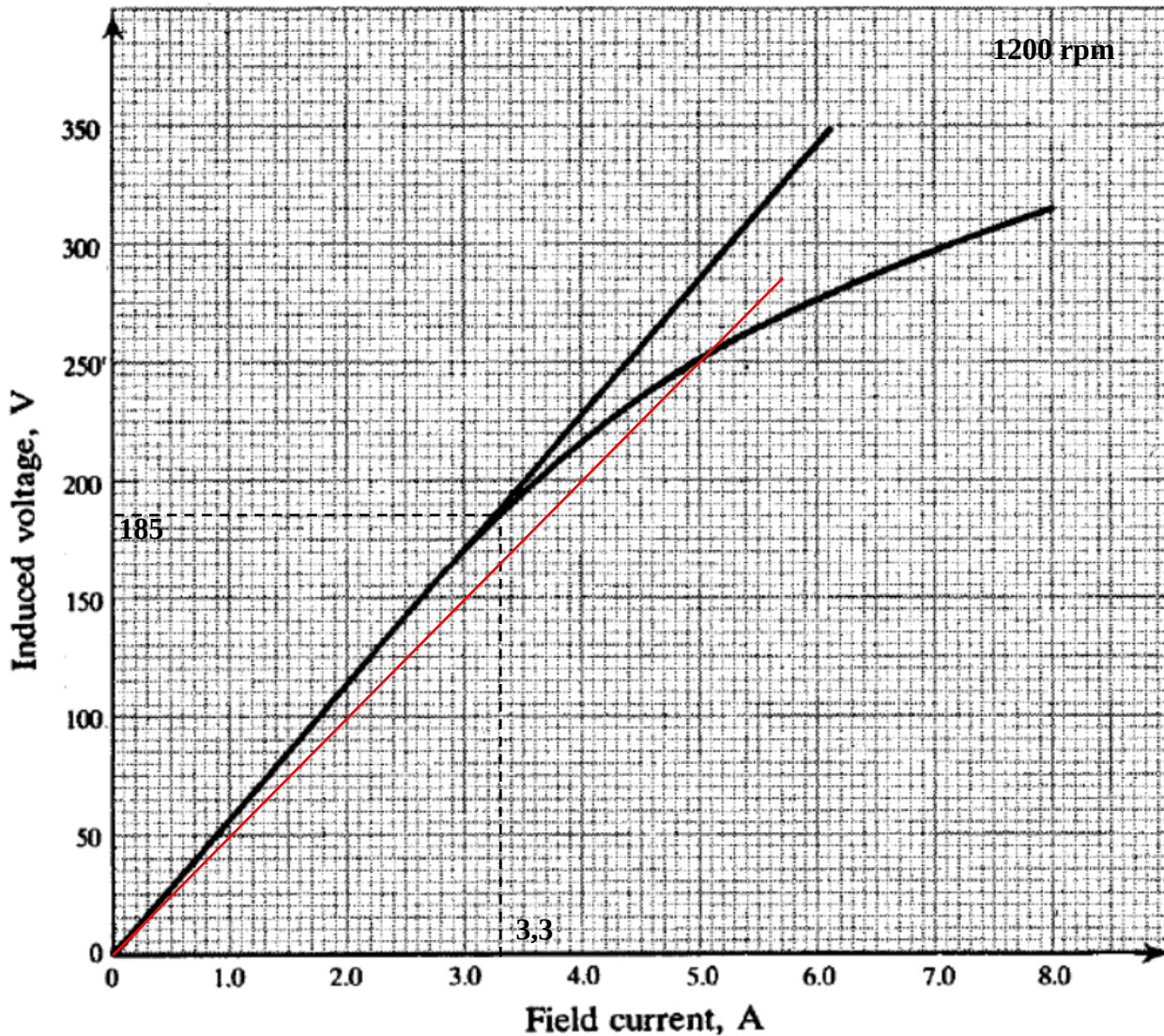
Κρίσιμη αντίσταση

Schaum's 4.37

Μια γεννήτρια παράλληλης διεγερσης έχει την παρακάτω καμπύλη μαγνήτισης.

A) Ποια είναι η κρίσιμη αντίστασή της ?

B) Αν η αντίσταση του πηνίου παράλληλης διεγερσης είναι $50\ \Omega$ πόση είναι η τάση εξόδου της γεννήτριας χωρίς φορτίο?

**Απαντήσεις**

A) Υπολογίζουμε την κλίση του ευθύγραμμου τμήματος της καμπύλης μαγνήτισης.

Διαβάζουμε τις συντεταγμένες του σημείου στο οποίο οι δύο καμπύλες χωρίζουν: $185\text{ V} - 3,3\text{ A}$

$$\text{Κλίση} = 185\text{ V} / 3,3\text{ A} = 56\ \Omega$$

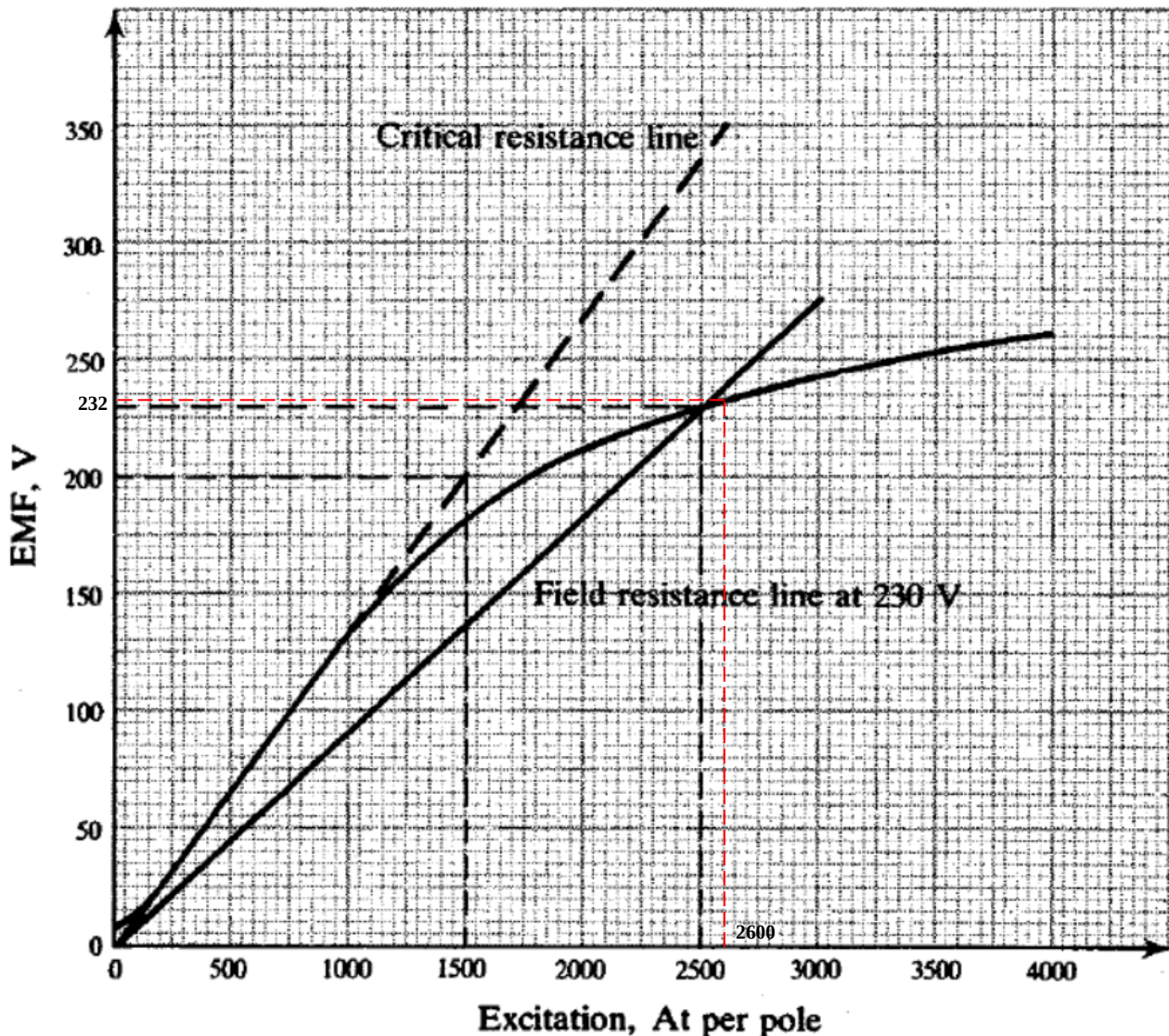
B) Τραβάμε μια ευθεία με κλίση 50 και διαβάζουμε που τέμνει την καμπύλη μαγνήτισης: $250\text{ V} - 5\text{ A}$

Άρα τάση εξόδου χωρίς φορτίο = 250 V

Schaum's 4.17 Δίνεται η καμπύλη μαγνήτισης μιας γεννήτριας παράλληλης διέγερσης σε ταχύτητα $n = 1200$ rpm. Η γεννήτρια έχει πηνίο διέγερσης με $N_F = 500$ τυλίγματα σε κάθε πόλο.

A) Ποια είναι η κρίσιμη αντίσταση για αυτοδιέγερση της γεννήτριας σε αυτή την ταχύτητα?

B) Πόση είναι η αντίσταση διέγερσης της γεννήτριας αν με αυτή την ταχύτητα δίνει τάση εξόδου 230 V χωρίς φορτίο



Απαντήσεις

Ο οριζόντιος άξονας της καμπύλης μαγνήτισης έχει μονάδες αμπερελίσματα A.t. Άρα είναι η μαγνητεγερτική δύναμη (MMF) : $\mathcal{F} = N_F I_F$, σπείρες πηνίου διέγερσης επί ρεύμα διέγερσης.

Ο κάθετος άξονας είναι η επαγωγική τάση (EMF=electromotive force) δηλαδή η ηλεκτρεγερτική δύναμη που αναπτύσσεται λόγω επαγωγής.

Η καμπύλη μαγνήτισης είναι : $E_A - \mathcal{F}$

Το ρεύμα διέγερσης είναι ίσο με $I_F = \frac{\mathcal{F}}{N_F}$

Η αντίσταση του πηνίου διέγερσης είναι ίση με $R_F = \frac{V_F}{I_F}$

Όταν η μηχανή λειτουργεί χωρίς φορτίο $I_A = I_F$ ενώ $E_A = V + I_A R_A \approx V$ επειδή $R_F \gg R_A$

Κρίσιμη ευθεία. Χρησιμοποιούμε το σημείο (1500 At, 200 V)

$$I_F = \frac{\mathcal{F}}{N_F} = \frac{1500}{500} = 3 \text{ A}, \quad R_{cr} = \frac{E_A}{I_F} = \frac{200}{3} = 66,67 \Omega$$

Αν το πηνίο παράλληλης διέγερσης της μηχανής έχει αντίσταση μεγαλύτερη από 66,67 Ω η μηχανή δεν θα διεγερθεί με 1200 rpm και δεν θα δίνει τάση στην έξοδο.

Αν η μηχανή δίνει τάση εξόδου $V = 230 \text{ V}$ στις 1200 rpm αυτό σημαίνει ότι υπάρχει αρκετό ρεύμα διέγερσης και η μηχανή έχει διεγερθεί. Από την καμπύλη διαβάζουμε ότι για $E_A = 230 \text{ V}$ έχουμε $\mathcal{F} = 2500 \text{ At}$.

Άρα το ρεύμα διέγερσης είναι: $I_F = \frac{\mathcal{F}}{N_F} = \frac{2500}{500} = 5 \text{ A}$

Οπότε η αντίσταση του πηνίου διέγερσης της μηχανής είναι: $R_F = \frac{E_A}{I_F} = \frac{230}{5} = 46 \text{ } \Omega$

Schaum's 4.18

Η παραπάνω καμπύλη μαγνήτισης της 4.17 περιγράφει μια μηχανή DC διέγερσης σειράς στις 1200 rpm με τα εξής κατασκευαστικά χαρακτηριστικά: $K = 40$, $N_S = 8$ σπείρες (τυλίγματα πεδίου διέγερσης σειράς) σε κάθε πόλο, αντίσταση οπλισμού $R_A = 50 \text{ m}\Omega$, αντίσταση πηνίου διέγερσης σειράς $R_S = 25 \text{ m}\Omega$. Πόση είναι η μαγνητική ροή ανά πόλο Φ

A) αν η μηχανή παράγει επαγωγική τάση $E_A = 200 \text{ V}$?

B) αν η μαγνητεγερτική δύναμη της διέγερσης είναι $\mathcal{F} = N_S I = 2600 \text{ At}$ ανά πόλο?

Απαντήσεις

A) $E_A = K\Phi\omega \Rightarrow \Phi = \frac{E_A}{K\omega} = \frac{E_A}{K2\pi n/60} = \frac{(200)(60)}{(40)(2\pi \cdot 1200)} = \frac{1}{8\pi} = 0,039788 \approx 39,8 \text{ mWb}$

B) Διαβάζουμε από την καμπύλη ότι για $\mathcal{F} = 2600 \text{ At}$ η επαγωγική τάση είναι $E_A \approx 232 \text{ V}$

$$\left. \begin{array}{l} E'_A = K\Phi'\omega \\ E_A = K\Phi\omega \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\Phi'}{\Phi} = \frac{E'_A / K\omega}{E_A / K\omega} = \frac{E'_A}{E_A} \Rightarrow \Phi' = \frac{E'_A}{E_A} \Phi = \frac{232}{200} (39,8 \text{ mWb}) = 46,15 \text{ mWb}$$

Έχουμε βρει ένα σημείο της καμπύλης μαγνήτισης $\Phi - \mathcal{F}$ το (46,15 Wb, 2600 At). Αυτή η καμπύλη μαγνήτισης δεν εξαρτάται από την ταχύτητα.

Schaum's 4.19

Συνδέουμε την παραπάνω μηχανή διέγερσης σειράς 4.18 με πηγή τάσης $V = 200 \text{ V}$ και τη λειτουργούμε ως **κινητήρα** ο οποίος λόγω του φορτίου που του έχουμε συμπλέξει τραβάει ρεύμα ίσο με $I_A = 325 \text{ A}$. Οι απώλειες πυρήνα είναι $P_{Fe} = 220 \text{ W}$ και οι μηχανικές απώλειες τριβών και ανεμισμού είναι $P_{mech} = 40 \text{ W}$

A) Πόση ροπή παράγει ο κινητήρας από επαγωγή?

B) Ποια είναι η ταχύτητα του κινητήρα?

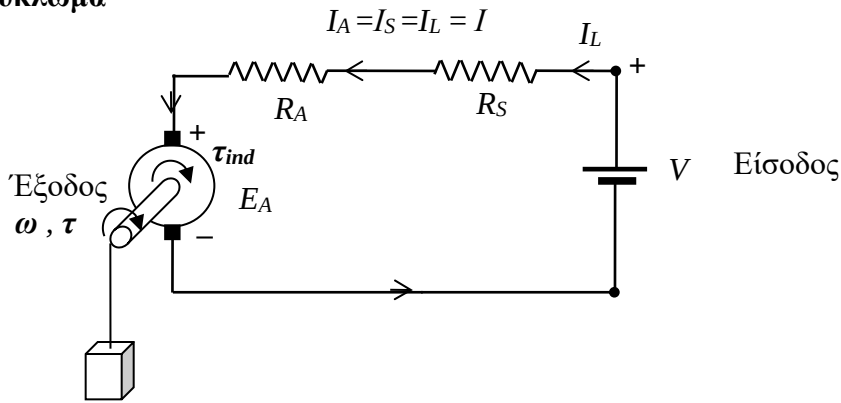
Γ) Τι επαγωγική τάση (αντί-ΗΕΔ) αναπτύσσεται στον κινητήρα?

Δ) Ποιος είναι ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα?

Ε) Πόση ισχύς μετατρέπεται από ηλεκτρική σε μηχανική

ΣΤ) Τι ροπή λαμβάνουμε στον άξονα του κινητήρα?

Απαντήσεις

Κύκλωμα**Εξισώσεις**

Μαγνητικές:	$E_A = K\Phi\omega$	$\tau_{ind} = K\Phi I_A$,
Ηλεκτρικές	$I_L = I_F = I_A \equiv I$,	$V = E_A + I(R_A + R_S)$, $P_{in} = VI$
Μηχανικές	$\omega = \frac{2\pi}{60} n$,	$P_{out} = \tau\omega$
Καμπύλη μαγνήτισης	$\Phi - \mathcal{F}$	46,15 mWb – 2600 At

Απαντήσεις

Η μαγνητεγερτική δύναμη διέγερσης είναι $\mathcal{F} = N_S I = 8 \times 325 = 2600 \text{ At}$. Η μαγνητική ροή εξαρτάται μόνο από την mmf (και όχι από την ταχύτητα) άρα η μαγνητική ροή στους πόλους για $\mathcal{F} = 2600 \text{ At}$ είναι η $\Phi = 46,15 \text{ mWb}$, που υπολογίσαμε πριν.

A) $\tau_{ind} = K\Phi I_A = (40)(0,04615)(260) = 599,95 \approx 600 \text{ Nm}$

B) $E_A = V - I \cdot (R_A + R_S) = 200 - 325(0,050 + 0,025) = 175,625 \approx 175,6 \text{ V}$

Γ) $\omega = \frac{E_A}{K\Phi} = \frac{175,625}{(40)(0,04615)} = 95,1381365 \approx 95,14 \text{ rad/s}$

$n = \frac{60}{2\pi} \omega = \frac{60}{2\pi} (95,14) = 908 \text{ rpm}$

Δ) Εισερχόμενη ισχύς: $P_{in} = VI = (200)(325) = 65.000 \text{ W}$

Ωμικές απώλειες: $P_{Cu} = I^2(R_A + R_S) = (325)^2(0,05 + 0,025) = 7.921,875 \approx 7.922 \text{ W}$

Απώλειες πυρήνα: $P_{Fe} = 220 \text{ W}$

Μηχανικές απώλειες: $P_{mech} = 40 \text{ W}$

Συνολικές απώλειες: $P_{loss} = 40 + 220 + 7922 = 8.182 \text{ W}$

Εξερχόμενη ισχύς: $P_{out} = P_{in} - P_{loss} = 65.000 - 8.182 = 56.818$

Βαθμός απόδοσης: $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} 100\% = \frac{56.818}{65.000} 100\% = 87,4\%$

Ε) Ισχύς που μετατρέπεται ηλεκτρομηχανικά: $E_A I_A = \tau_{ind} \omega$

$E_A I_A = (175,6)(325) = 57.070 \text{ W}$

$\tau_{ind} \omega = (600)(95,14) = 57.084 \text{ W}$

Βάζω πιο πολλά δεκαδικά για να δείτε ότι η μόνη διαφορά είναι από τις στρογγυλοποιήσεις

$E_A I_A = (175,625)(325) = 57.078,125 \text{ W}$

$\tau_{ind} \omega = (599,95)(95,1381365) = 57.078,125$

$$\Sigma T) P_{out} = \tau_{αξ} \omega \Rightarrow \tau_{αξ} = \frac{P_{out}}{\omega} = \frac{56.168}{95,14} = 590,4 \text{ Nm}$$

Schaum's 4.20

Έστω ότι στην παραπάνω μηχανή της 4.19 δεν είχε παρουσιαστεί ακόμα κορεσμός για $\mathcal{F} = 2600 \text{ At}$ αλλά είμασταν ακόμα στη γραμμική περιοχή της καμπύλης μαγνήτισης του σχήματος (διακεκομμένη γραμμή της κρίσιμης αντίστασης) τότε πως θα άλλαζαν ποιοτικά τα αποτελέσματα της 4.19 ?

Απαντήσεις

Η μαγνητική ροή Φ θα ήταν μεγαλύτερη: $\Phi \uparrow$

Η ταχύτητα θα ήταν μικρότερη $\omega \downarrow = \frac{E_A}{K\Phi \uparrow}$

Η επαγόμενη ροπή θα ήταν μεγαλύτερη: $\tau_{ind} \uparrow = K\Phi \uparrow I_A$

Η μετατρεπόμενη ισχύς θα ήταν η ίδια: $\omega \downarrow \tau_{ind} \uparrow = \frac{E_A}{K\Phi \uparrow} K\Phi \uparrow I_A = E_A I_A$

Η απόδοση θα άλλαζε ελαφρώς επειδή οι απώλειες πυρήνα αυξάνονται όταν αυξάνεται το μαγνητικό πεδίο ($\sim B^2$) ενώ οι μηχανικές απώλειες από την αντίσταση του αέρα μειώνονται όταν μειώνεται η ταχύτητα ($\sim n^3$). Ανάλογα με το ποια μεταβολή θα υπερτερούσε ο συντελεστής απόδοσης θα αυξανόταν ή θα μειωνόταν, πολύ λίγο όμως, επειδή οι απώλειες αυτές είναι μικρές έτσι κι αλλιώς.

Schaum's 4.21

Έστω ότι στην παραπάνω μηχανή της 4.19 που δουλεύει στο γόνατο κορεσμού της καμπύλης μαγνήτισης υπάρχει και αντίδραση οπλισμού που μειώνει κατά 500 At τη μαγνητεγερτική δύναμη των τυλιγμάτων διέγερσης τότε πως θα άλλαζαν ποιοτικά τα αποτελέσματα της 4.19 ?

Απαντήσεις

Η μαγνητική ροή Φ θα ήταν μικρότερη: $\Phi \downarrow$

Η ταχύτητα θα ήταν μεγαλύτερη $\omega \uparrow = \frac{E_A}{K\Phi \downarrow}$

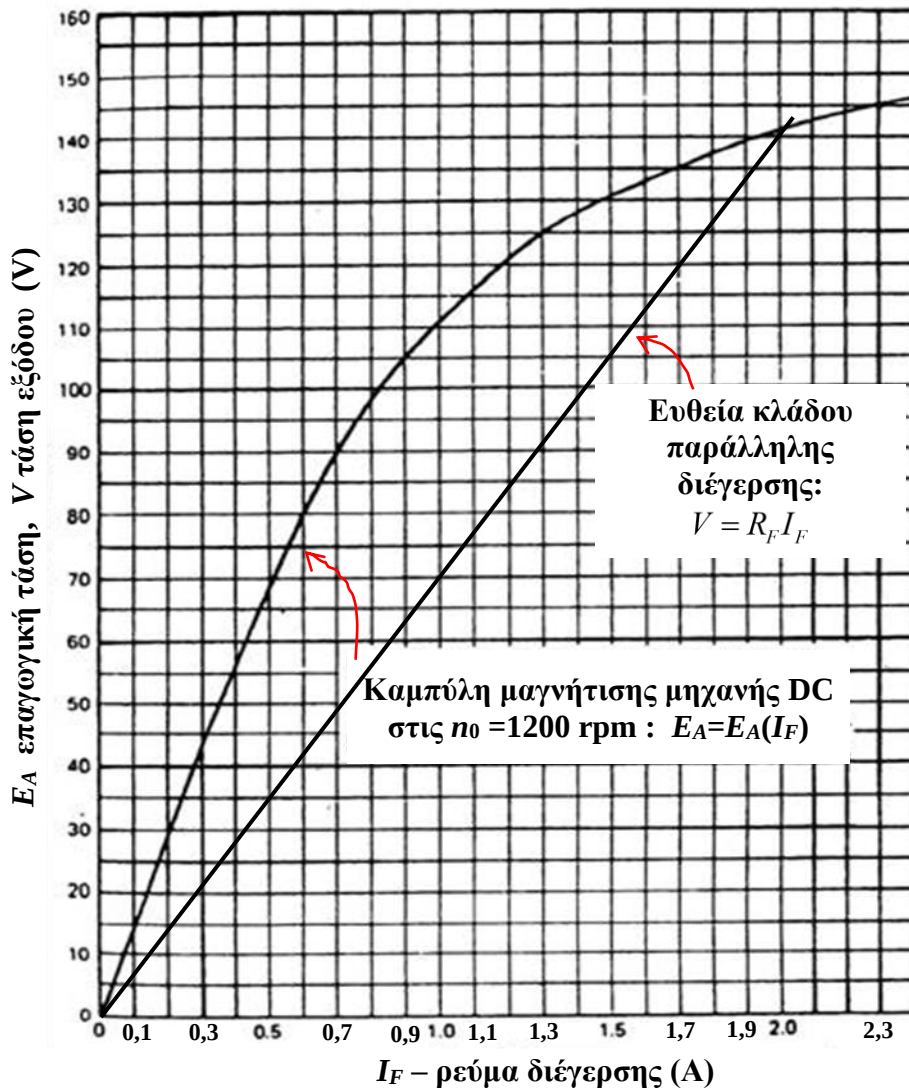
Η επαγόμενη ροπή θα ήταν μικρότερη: $\tau_{ind} \downarrow = K\Phi \downarrow I_A$

Η μετατρεπόμενη ισχύς θα ήταν η ίδια: $\omega \uparrow \tau_{ind} \downarrow = \frac{E_A}{K\Phi \downarrow} K\Phi \downarrow I_A = E_A I_A$

Η απόδοση θα άλλαζε ελαφρώς επειδή οι απώλειες πυρήνα μειώνονται όταν μειώνεται το μαγνητικό πεδίο ($\sim B^2$) ενώ οι μηχανικές απώλειες από την αντίσταση του αέρα αυξάνονται όταν αυξάνεται η ταχύτητα ($\sim n^3$). Αναλόγως ποια μεταβολή θα υπερτερούσε ο συντελεστής απόδοσης θα αυξανόταν ή θα μειωνόταν πολύ λίγο επειδή οι απώλειες αυτές είναι μικρές έτσι κι αλλιώς.

Γεννήτρια παράλληλης διέγερσης με φορτίο

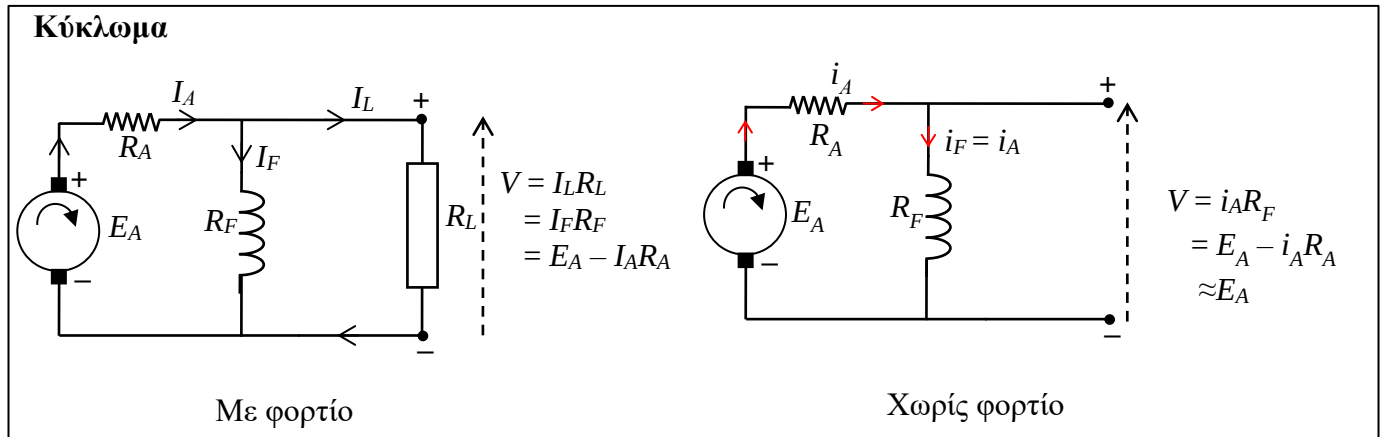
Στο σχήμα φαίνεται η καμπύλη μαγνήτισης $E_A - I_F$ γεννήτριας παράλληλης διέγερσης στις 1200 rpm καθώς και η ευθεία της τάσης εξόδου (ωμική ευθεία του κλάδου του πηνίου διέγερσης) $V = R_F I_F$. Η γεννήτρια έχει αντίσταση οπλισμού $R_A = 0,5 \Omega$.



I_F	E_A	V
0,1	15	7
0,2	30	14
0,3	45	21
0,4	57	28
0,5	69	35
0,6	80	42
0,7	90	49
0,8	98	56
0,9	105	63
1,0	111	70
1,1	117	77
1,2	122	84
1,3	125	91
1,4	128	98
1,5	131	105
1,6	133	112
1,7	135	119
1,8	138	126
1,9	139	133
2,0	141	140
2,1	143	147
2,2	144	154
2,3	145	161
2,4	146	168

- Α) Ποια είναι η κρίσιμη αντίσταση της γεννήτριας ?
- Β) Πόση είναι η αντίσταση του πηνίου παράλληλης διέγερσης αυτής της μηχανής?
- Γ) Ποια είναι η τάση εξόδου, η επαγωγική της τάση και το ρεύμα οπλισμού της γεννήτριας όταν λειτουργεί χωρίς φορτίο.
- Δ) Όταν το ρεύμα οπλισμού έχει τιμή 80 A,
 Πόση είναι η επαγωγική τάση που παράγει η γεννήτρια?
 Πόσο είναι το ρεύμα διέγερσης ?
 Πόση είναι η τάση εξόδου?

Απαντήσεις

**Εξισώσεις**

Μαγνητικές : $E_A = K \Phi \omega$ $\tau_{επαγ} = K \Phi I_A$

Ηλεκτρικές : $I_A = I_F + I_L$ $E_A = V + I_A R_A$ $I_F R_F = V = I_L R_L$

$P_{out} = V I_L$

Μηχανικές : $P_{in} = \tau_{κιν} \omega$ $\omega = \frac{2\pi}{60} n$

Α) Η κρίσιμη αντίσταση της γεννήτριας R_{cr} είναι η κλίση του ευθύγραμμου τμήματος της καμπύλης μαγνήτισης. Τη σχεδιάζουμε με το μάτι ως κόκκινη γραμμή. Αυτή περνάει από την αρχή των αξόνων και το σημείο 70 V - 0,5 A. Άρα η κλίση της είναι $70 \text{ V} / 0,5 \text{ A} = 140 \Omega = R_{cr}$.

Για να μπορεί να διεγερθεί η γεννήτρια ώστε να δώσει κάποια υπολογίσιμη επαγωγική τάση πρέπει οι δύο καμπύλες να τέμνονται, καθώς είναι παράλληλοι και πρέπει να έχουν την ίδια τάση στα άκρα τους. Αν η αντίσταση του πηνίου διέγερσης είναι μεγαλύτερη από $R_F > R_{cr} = 140 \Omega$ οι δύο καμπύλες δεν θα τέμνονται και η γεννήτρια δεν θα διεγερθεί. Αυτό θα συμβαίνει επειδή η αντίσταση του πηνίου τυμπάνου θα είναι τόσο μεγάλη που δεν θα περνάει σχεδόν καθόλου ρεύμα από τον κλάδο της. Αυτό όμως είναι το απαραίτητο ρεύμα διέγερσης για τη μαγνήτιση της γεννήτριας.

Εκτός αν η μηχανή έχει κάποια μικρή παραμένουσα μαγνήτιση οπότε θα παράγει κάποια μικρή τάση και χωρίς ρεύμα διέγερσης. Δηλαδή η καμπύλη E_A δεν θα ξεκινάει από το μηδέν αλλά από μια τιμή κοντά στο μηδέν, περίπου 1-2 V. Τότε οι καμπύλες θα τέμνονται κοντά στην αρχή των αξόνων και η γεννήτρια θα δίνει αμελητέα τάση εξόδου 2-3 V.

Για να παράγει κάποια τάση η γεννήτρια θα πρέπει να ανεβάσουμε τις στροφές αρκετά πάνω από τις 1200 rpm ώστε η καμπύλη μαγνήτισης να περάσει πάνω από την ευθεία της $R_{cr} = 140 \Omega$

Β) Η αντίσταση του πηνίου διέγερσης της γεννήτριας R_F είναι η κλίση της ευθείας $V = I_F R_F$ που μας δίνει την τάση εξόδου. Αυτή περνάει από την αρχή των αξόνων και το σημείο 70 V - 1 A. Άρα η κλίση της είναι $70 \text{ V} / 1 \text{ A} = 70 \Omega = R_F$.

Γ) Το σημείο λειτουργίας της γεννήτριας χωρίς φορτίο είναι ανεπαίσθητα λίγο πριν από το σημείο που οι δύο καμπύλες τέμνονται. Αυτό συμβαίνει επειδή στην χωρίς φορτίο λειτουργία το ρεύμα οπλισμού είναι ίσο με το ρεύμα διέγερσης $i_A = i_F$ και η πτώση τάσης πάνω στην αντίσταση οπλισμού $i_A R_A$ είναι αμελητέα από την πτώση τάσης $i_A R_F$ πάνω στην κατά πολύ μεγαλύτερη αντίσταση του πηνίου παράλληλης διέγερσης $R_F \gg R_A$. Έτσι $E_A = V + i_A R_A \approx V$.

Βλέπουμε στο διάγραμμα ότι το σημείο που τέμνονται οι καμπύλες είναι λίγο μετά το 140 V - 2 A. Περίπου στο 141,5 V - 2,02 A. Έτσι επιλέγουμε

$$i_A = i_F = 2 \text{ A}, \quad E_A = 141 \text{ V}, \quad V = 140 \text{ V}$$

ώστε $i_A R_A = 2 \times 0,5 = 1 \text{ V}$ και να ισχύει πράγματι: $E_A = V + i_A R_A \Rightarrow 141 = 140 + 1$

Δ) Κάνουμε το εξής: βρίσκουμε που χωράει η $I_A R_A = E_A - V$ ανάμεσα στις δύο καμπύλες, όσο πιο κοντά στο σημείο λειτουργίας χωρίς φορτίο, και έτσι παίρνουμε και τους τρεις αγνώστους E_A , V και I_F .

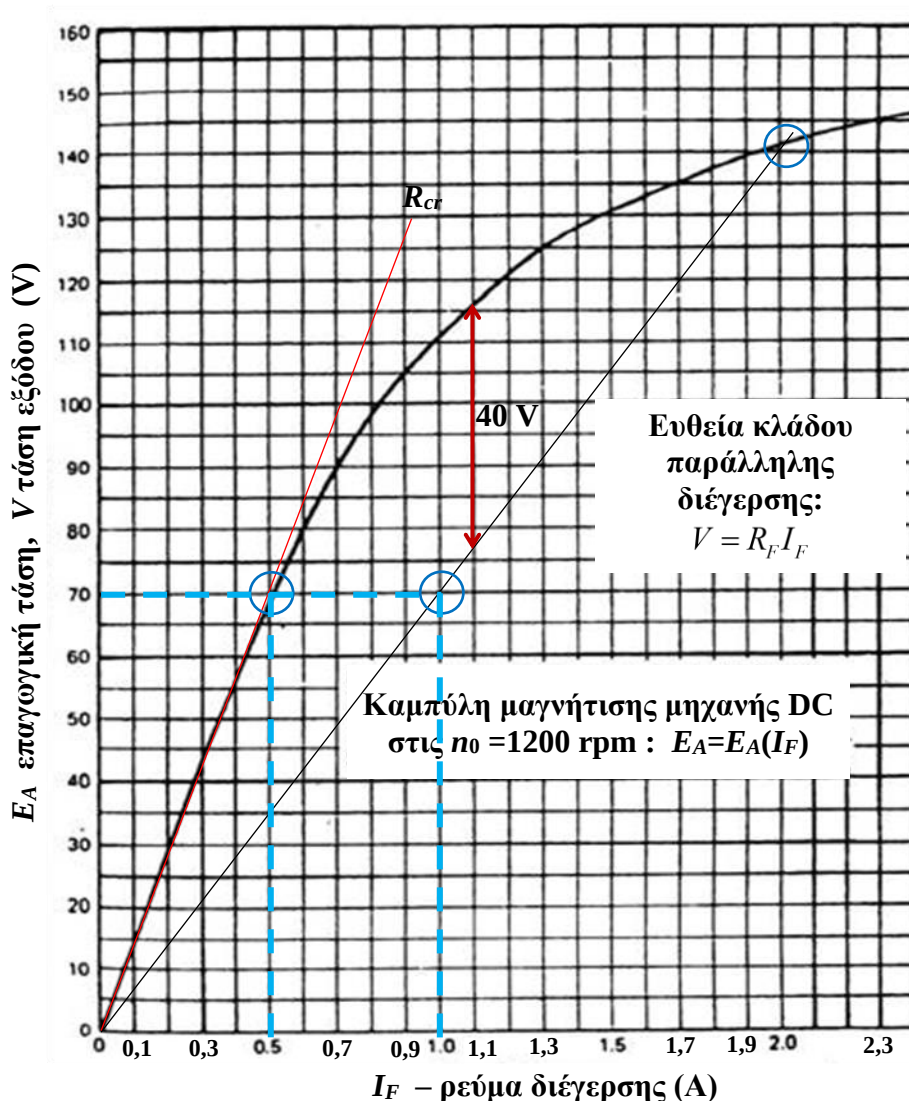
Εδώ έχουμε $I_A = 80 \text{ A}$: άρα $I_A R_A = 80 \times 0,5 = 40 \text{ V} = 8 \text{ κουτάκια}$

8 κουτάκια απόσταση έχουν οι δύο καμπύλες στο 1,1 A.

Πράγματι διαβάζουμε από τον πίνακα ότι για $I_F = 1,1 \text{ A}$: $E_A = 117 \text{ V}$ και $V_T = 77 \text{ V}$ και ισχύει

$$E_A - V = 117 - 77 = 40 \text{ V}$$

Άρα για ρεύμα οπλισμού $I_A = 80 \text{ A}$ έχουμε $I_F = 1,1 \text{ A}$, $E_A = 117 \text{ V}$ και $V_T = 77 \text{ V}$



I_F	E_A	V
0,1	15	7
0,2	30	14
0,3	45	21
0,4	57	28
0,5	69	35
0,6	80	42
0,7	90	49
0,8	98	56
0,9	105	63
1,0	111	70
1,1	117	77
1,2	122	84
1,3	125	91
1,4	128	98
1,5	131	105
1,6	133	112
1,7	135	119
1,8	138	126
1,9	139	133
2,0	141	140
2,1	143	147
2,2	144	154
2,3	145	161
2,4	146	168

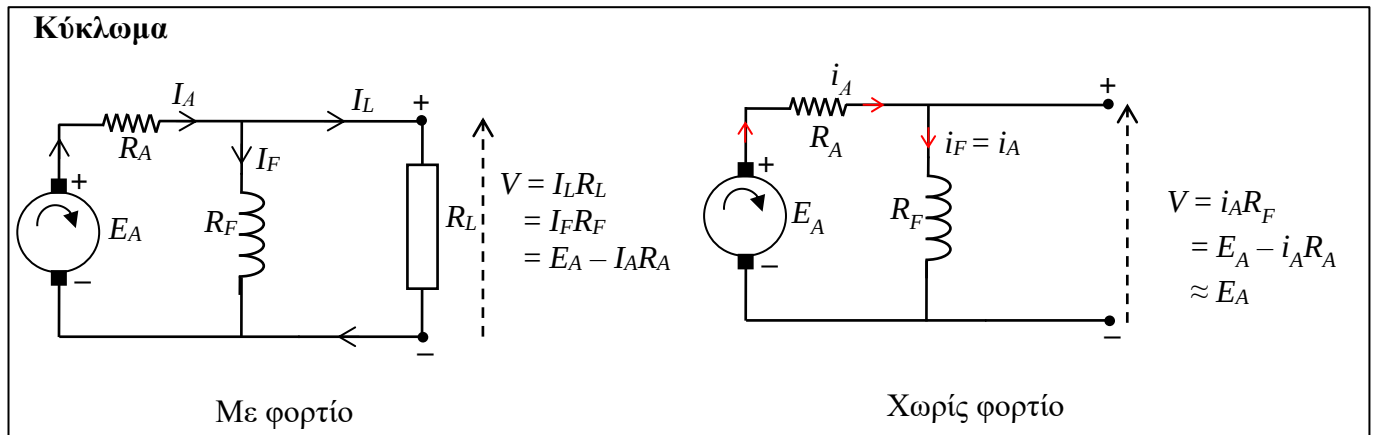
Schaum's 4.22 (γεννήτρια)

Μια γεννήτρια παράλληλης διέγερσης με ονομαστικές τιμές 20 hp, 250 V έχει αντίσταση οπλισμού $R_A = 0,22 \Omega$ και αντίσταση πηνίου παράλληλης διέγερσης $R_F = 170 \Omega$.

A) Σε λειτουργία εν κενώ στην ονομαστική τάση και με ταχύτητα 1200 rpm πόσο είναι το ρεύμα οπλισμού?

B) Στο πλήρες φορτίο και στην ονομαστική τάση η μαγνητική ροή μειώνεται κατά 6% από την τιμή της σε λειτουργία εν κενώ λόγω της αντίδρασης του οπλισμού. Με τι ταχύτητα πρέπει να περιστρέφουμε τη μηχανή στο πλήρες φορτίο?

[1 hp = 0,746 kW]

Απαντήσεις**Εξισώσεις**

Μαγνητικές :	$E_A = K \Phi \omega$	$\tau_{επαγ} = K \Phi I_A$	
Ηλεκτρικές :	$I_A = I_F + I_L$	$E_A = V + I_A R_A$	$I_F R_F = V = I_L R_L$
	$P_{out} = V I_L$		
Μηχανικές :	$P_{in} = \tau_{κιν} \omega$	$\omega = \frac{2\pi}{60} n$	

A) Στη λειτουργία χωρίς φορτίο το ρεύμα οπλισμού είναι ίσο με το ρεύμα διέγερσης και έχει τιμή:

$$i_A = i_F = \frac{V}{R_F} = \frac{250}{170} = 1,47 \text{ A}$$

Οπότε η επαγωγική τάση στη λειτουργία χωρίς φορτίο είναι:

$$E_{no-load} = V + I_A R_A = 250 + (1,47)(0,22) = 250,32 \text{ V}$$

B) Το ρεύμα διέγερσης και στις δύο περιπτώσεις (εν κενώ, πλήρες φορτίο) είναι ίσο με:

$$I_F = i_F = \frac{V}{R_F} = \frac{250}{170} = 1,47 \text{ A}$$

εφόσον η τάση εξόδου έχει σταθερά την ονομαστική της τιμή 250 V.

Το ρεύμα φορτίου στο πλήρες φορτίο είναι :

$$I_L = \frac{P}{V} = \frac{20 \times 746}{250} = 59,68 \text{ A}$$

Το ρεύμα οπλισμού στο πλήρες φορτίο είναι ίσο με

$$I_A = I_F + I_L = 1,47 + 59,68 = 61,15 \text{ A}$$

Η επαγωγική τάση στο πλήρες φορτίο είναι

$$E_{full-load} = V + I_A R_A = 250 + (61,15)(0,22) = 263,45 \text{ V}$$

Για να βρούμε την νέα ταχύτητα διαιρούμε τις εξισώσεις της επαγωγικής τάσης λαμβάνοντας υπόψη και την μεταβολή της μαγνητικής ροής $\Phi = 0,94\Phi_0$

$$\left. \begin{aligned} E_{full-load} &= K\Phi\omega = K\Phi 2\pi n / 60 \\ E_{no-load} &= K\Phi_0\omega_0 = K\Phi_0 2\pi n_0 / 60 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\Phi n}{\Phi_0 n_0} = \frac{E_{full-load}}{E_{no-load}} \Rightarrow n = n_0 \frac{E_{full-load}}{E_{no-load}} \frac{\Phi_0}{\Phi}$$

$$n = 1200 \frac{263,45}{250,32} \frac{1}{0,94} = 1387,85 \approx 1390 \text{ rpm}$$

Schaum's 4.22 (κινητήρας)

Ένας κινητήρας παράλληλης διέγερσης με αντισταθμιστικά τυλίγματα και ονομαστικές τιμές 20 hp, 250 V, έχει αντίσταση οπλισμού $R_A = 0,22 \Omega$ και αντίσταση πηνίου παράλληλης διέγερσης $R_F = 170 \Omega$. Σε λειτουργία χωρίς φορτίο τροφοδοτούμενος με την ονομαστική τάση ο κινητήρας έχει ταχύτητα 1200 rpm και διαρρέεται από ρεύμα οπλισμού 3 A. Στο πλήρες φορτίο και με την ονομαστική τάση ο κινητήρας τραβάει ρεύμα 65 A.

Α) Ποιος είναι ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα στο πλήρες φορτίο (θεωρώντας ότι στην έξοδο παίρνουμε ισχύ ακριβώς 20 hp)?

Β) Ποια είναι η ταχύτητα του κινητήρα στο πλήρες φορτίο?

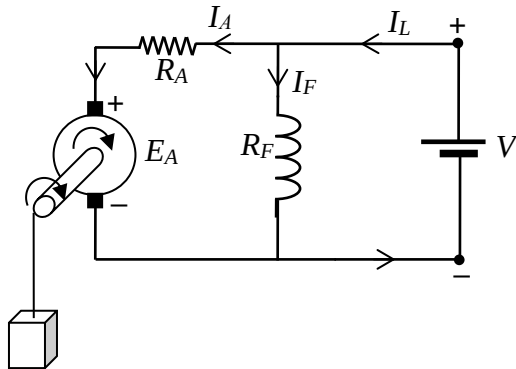
Γ) Ποια είναι η ροπή που λαμβάνουμε στον άξονα του κινητήρα στο πλήρες φορτίο?

Δ) Αν ο κινητήρας δεν είχε αντισταθμιστικά τυλίγματα και η μαγνητική ροή στο πλήρες φορτίο μειωνόταν κατά 6% από την τιμή της χωρίς φορτίο λόγω της αντίδρασης του οπλισμού, τότε ποια θα ήταν η ταχύτητα του κινητήρα και η ροπή που θα λαμβάναμε στο πλήρες φορτίο?

[1 hp = 0,746 kW]

Απαντήσεις

Κύκλωμα



Εξισώσεις

Μαγνητικές :

$$E_A = K\Phi\omega$$

$$\tau_{επαγ} = K\Phi I_A$$

Ηλεκτρικές :

$$I_L = I_F + I_A$$

$$V = E_A + I_A R_A$$

$$V = I_F R_F$$

$$P_{in} = VI_L$$

Μηχανικές :

$$P_{out} = \tau_{αξ} \omega \quad \omega = \frac{2\pi}{60} n$$

Απαντήσεις

$$\begin{aligned}
 \text{Α)} \quad P_{in} &= VI_L = (250)(65) = 16.250 \text{ W} \\
 P_{out} &= P_N = 20 \text{ hp} \times 746 \text{ W/hp} = 14.920 \text{ W} \\
 \eta &= \frac{P_{out}}{P_{in}} 100\% = \frac{14.920}{16.250} 100\% = 91,8\%
 \end{aligned}$$

Β) Η επαγωγική τάση (αντί-ΗΕΔ) στη λειτουργία χωρίς φορτίο είναι:

$$E_{no-load} = V - I_A R_A = 250 - (3)(0,22) = 249,34 \text{ V}$$

Το ρεύμα διέγερσης και στις δύο περιπτώσεις (χωρίς φορτίο, πλήρες φορτίο) είναι ίσο με:

$$I_F = \frac{V}{R_F} = \frac{250}{170} = 1,47 \text{ A}$$

εφόσον η τάση εισόδου έχει σταθερά την ονομαστική της τιμή 250 V.

Το ρεύμα οπλισμού στο πλήρες φορτίο είναι :

$$I_A = I_L - I_F = 65 - 1,47 = 60,53 \text{ A}$$

Η επαγωγική τάση στο πλήρες φορτίο είναι

$$E_{full-load} = V - I_A R_A = 250 - (60,53)(0,22) = 236,68 \text{ V}$$

Για να βρούμε την νέα ταχύτητα διαιρούμε τις εξισώσεις της επαγωγικής τάσης λαμβάνοντας υπόψη ότι λόγω των αντισταθμιστικών τυλιγμάτων η μαγνητική ροή δεν έχει αλλάξει από την αντίδραση του οπλισμού λόγω της μεταβολής του ρεύματος που τον διαρρέει

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned} E_{full-load} &= K\Phi\omega = K\Phi 2\pi n / 60 \\ E_{no-load} &= K\Phi\omega_0 = K\Phi 2\pi n_0 / 60 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{n}{n_0} = \frac{E_{full-load}}{E_{no-load}} \Rightarrow n = n_0 \frac{E_{full-load}}{E_{no-load}} \\
 n = 1200 \frac{236,68}{249,34} = 1138,34 \approx 1138 \text{ rpm}
 \end{aligned}$$

Η ταχύτητα μειώθηκε με την προσθήκη του φορτίου

Γ) Η λαμβανόμενη ροπή στον άξονα είναι

$$P_{out} = \tau_{\alpha\xi} \omega \Rightarrow \tau_{\alpha\xi} = \frac{P_{out}}{\omega} = \frac{P_{out}}{2\pi\omega / 60} = \frac{(14.920)(60)}{(2\pi \times 1138)} = 125,161 \approx 125 \text{ Nm}$$

Δ) Αν δεν υπάρχουν αντισταθμιστικά τυλίγματα και από την αντίδραση οπλισμού μειωθεί η μαγνητική ροή τότε η ταχύτητα παραμένει σχεδόν σταθερή ή και αυξάνεται λίγο. Εδώ αυξάνεται λίγο

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned} E_{full-load} &= K\Phi\omega = K\Phi 2\pi n / 60 \\ E_{no-load} &= K\Phi_0\omega_0 = K\Phi_0 2\pi n_0 / 60 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\Phi n}{\Phi_0 n_0} = \frac{E_{full-load}}{E_{no-load}} \Rightarrow n = n_0 \frac{E_{full-load}}{E_{no-load}} \frac{\Phi_0}{\Phi} \\
 n = 1200 \frac{236,68}{249,34} \frac{1}{0,94} = 1211,79522 \approx 1211 \text{ rpm}
 \end{aligned}$$

Αφού η ταχύτητα αυξήθηκε ενώ η εξερχόμενη ισχύς είναι η ίδια 20 hp η ροπή θα μειωθεί

$$P_{out} = \tau_{\alpha\xi} \omega \Rightarrow \tau_{\alpha\xi} = \frac{P_{out}}{\omega} = \frac{P_{out}}{2\pi\omega / 60} = \frac{(14.920)(60)}{(2\pi \times 1211)} = 117,651 \approx 118 \text{ Nm}$$

Σύνοψη

Αν ο κινητήρας παρέχει όλη την ισχύ που μπορεί (πλήρες φορτίο), δηλαδή 20 hp, τραβώντας 55 A υπό τάση 250 V τότε

αν έχει αντισταθμιστικά τυλίγματα θα μπορεί να κινεί ένα φορτίο 125 Nm με ταχύτητα 1138 rpm

αν δεν έχει αντισταθμιστικά τυλίγματα θα μπορεί να κινεί ένα φορτίο 118 Nm με ταχύτητα 1211 rpm

Για κάθε άλλο διαφορετικό φορτίο π.χ. 100 Nm, αλλά ίδια ισχύ, θα πρέπει να αλλάξει η ταχύτητα, η οποία εξαρτάται από την E_A που εξαρτάται από το ρεύμα οπλισμού, που εξαρτάται από το ρεύμα φορτίου,

$$\omega = \frac{E_A}{K\Phi} = \frac{V - I_A R_A}{K\Phi} = \frac{V - (I_L - I_F) R_A}{K\Phi} = \frac{V - (I_L - V/R_F) R_A}{K\Phi} = \frac{V(1 + R_A/R_F) - I_L R_A}{K\Phi}$$

άρα θα αλλάξει το ρεύμα που θα τραβάει ο κινητήρας.

Schaum's 4.23

Ένας κινητήρας παράλληλης διέγερσης 230 V με $R_A = 0,12 \Omega$ γυρίζει με την ίδια ταχύτητα και χωρίς φορτίο και στο πλήρες φορτίο όπου το ρεύμα οπλισμού είναι 100 A. Σε τι ποσοστό έχει μειωθεί η μαγνητική του ροή λόγω αντίδρασης οπλισμού?

Απάντηση

$$E_{no-load} \approx V = 230 \text{ V}$$

$$E_{full-load} \approx V - I_A R_A = 230 - (100)(0,12) = 218 \text{ V}$$

$$\left. \begin{aligned} E_{full-load} &= K\Phi\omega \\ E_{no-load} &= K\Phi_0\omega \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{E_{full-load}}{E_{no-load}} = \frac{218}{230} = 0,94782 \approx 94,8\%$$

Η μαγνητική ροή έχει μειωθεί κατά 5,2% στο 94,8% της αρχικής της τιμής

Schaum's 4.24

Ένας κινητήρας παράλληλης διέγερσης με ονομαστικές τιμές 10 hp, 230 V τραβάει 40 A στο πλήρες φορτίο. Ο κινητήρας έχει αντίσταση οπλισμού $R_A = 0,25 \Omega$ και αντίσταση πηνίου παράλληλης διέγερσης $R_F = 230 \Omega$. Η πτώση τάσης στις ψήκτρες είναι 2 V και οι σταθερές απώλειες (μηχανικών τριβών και πυρήνα) είναι 380 W. Υπολογίστε το βαθμό απόδοσής του κινητήρα υποθέτοντας ότι χάνεται 1% της εισερχόμενης ισχύος σε κατανεμημένες απώλειες.

Απάντηση

Τα ρεύματα είναι

$$I_F = \frac{V}{R_F} = \frac{230}{230} = 1 \text{ A}$$

$$I_A = I_L - I_F = 40 - 1 = 39 \text{ A}$$

Εισερχόμενη ισχύς:

$$P_{in} = VI_L = (230)(40) = 9.200 \text{ W}$$

Ωμικές απώλειες διέγερσης:

$$P_F = I_F^2 R_F = (1)^2 (230) = 230 \text{ W}$$

Ωμικές απώλειες οπλισμού:

$$P_A = I_A^2 R_A = (39)^2 (0,25) = 380,25 \text{ W}$$

Απώλειες στις ψήκτρες:

$$P_B = V_B I_A = (2)(39) = 78 \text{ W}$$

Κατανεμημένες απώλειες:

$$P_s = 0,01 P_{in} = (0,01)(9.200) = 92 \text{ W}$$

Σταθερές απώλειες:

$$P_s = 380 \text{ W}$$

Συνολικές απώλειες:

$$P_{loss} = 230 + 380,25 + 78 + 92 + 380 = 1.160,25 \text{ W}$$

Εξερχόμενη ισχύς:

$$P_{out} = P_{in} - P_{loss} = 9.200 - 1.160,25 = 8.039,75 \text{ W}$$

$$\text{Βαθμός απόδοσης } \eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} 100\% = \frac{8.039,75}{9.200} 100\% = 87,388587 \approx 87,4 \%$$

Η εξερχόμενη ωφέλιμη ισχύς σε hp είναι ίση με $8.039,75 \text{ W} / (746 \text{ W/hp}) = 10,77 \text{ hp}$. Παρατηρούμε ότι η εξερχόμενη τιμή της ισχύος στο πλήρες φορτίο είναι λίγο μεγαλύτερη από την ονομαστική τιμή που δίνει ο

κατασκευαστής. Αυτό μην σας παραξενεύει. Η ονομαστική τιμή είναι ένας αριθμός στο περίπου για να δηλώσει κατηγορία ισχύος του κινητήρα και όρια ασφάλειας της λειτουργίας του. Είναι ένα κατώτατο όριο ισχύος που πρέπει να δίνει ο κινητήρας. Στο πλήρες φορτίο ο κινητήρας θα δίνει λίγο μεγαλύτερη ισχύ από την ονομαστική και κάθε κινητήρας θα δίνει λίγο διαφορετική ισχύ. Με τον παραπάνω υπολογισμό απλώς επιβεβαιώνουμε ότι ο κατασκευαστής δεν μας κοροϊδεύει.

Βέβαια, αν δεν είχαμε όλες τις λεπτομερείς πληροφορίες για τα χαρακτηριστικά του κινητήρα που δίνονται στην άσκηση τότε για να υπολογίσουμε την απόδοση θα θεωρούσαμε ότι η εξερχόμενη ισχύς είναι η ονομαστική και θα βρίσκαμε

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} 100\% = \frac{P_N}{VI_L} 100\% = \frac{10 \times 746}{9.200} 100\% = 81,0869565 \approx 81,1 \%$$

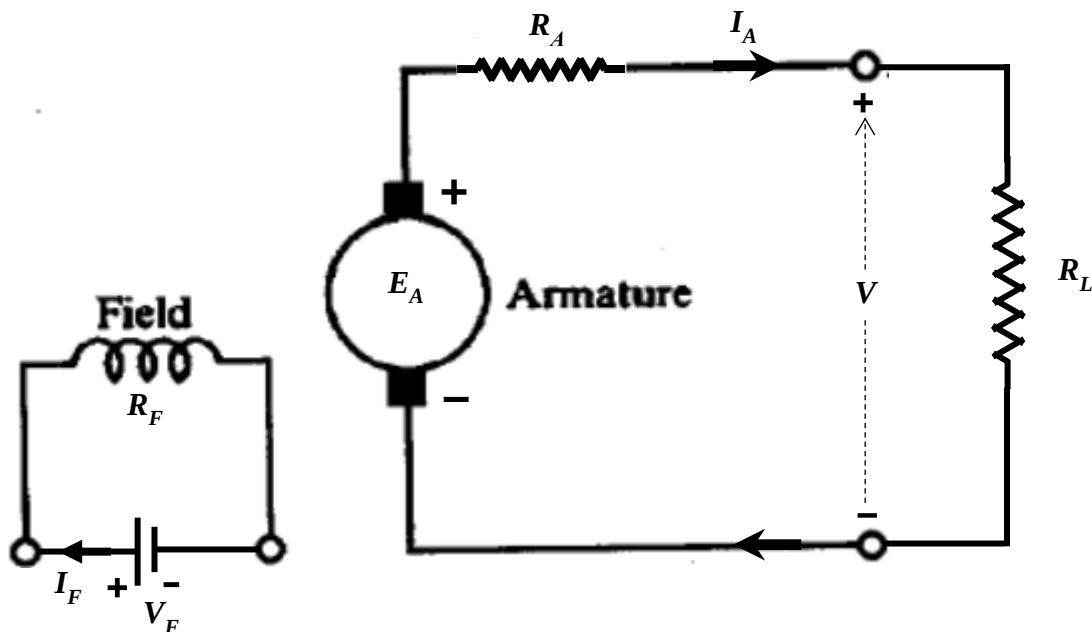
Schaum's 4.14 Γεννήτρια ανεξάρτητης διέγερσης

Μια γεννήτρια ανεξάρτητης διέγερσης έχει σταθερές απώλειες (μηχανικές + πυρήνα + κυκλώματος διέγερσης) P_c . Η γεννήτρια λειτουργεί δίνοντας τάση εξόδου V ενώ η αντίσταση του οπλισμού της είναι R_A . Για ποια τιμή του ρεύματος οπλισμού η γεννήτρια θα λειτουργεί με τη μέγιστη απόδοσή της?

Το ρεύμα του οπλισμού εξαρτάται από την εξωτερική αντίσταση φορτίου που έχουμε συνδέσει στο κύκλωμα. Πόσο πρέπει να είναι το συνδεδεμένο φορτίο R_L για μέγιστη απόδοση?

Αριθμητική εφαρμογή: $P_c = 200 \text{ W}$, $R_A = 0,5 \Omega$, $V = 200 \text{ V}$.

Απάντηση



Εξισώσεις

Μαγνητικές :	$E_A = K\Phi\omega$	$\tau_{επαγ} = K\Phi I_A$	
Ηλεκτρικές :	$I_A = I_L$	$E_A = V + I_A R_A = I_A (R_L + R_A)$	$V_F = I_F R_F$
	$P_{out} = VI_L$		
Μηχανικές :	$P_{in} = \tau_{κιν}\omega$	$\omega = \frac{2\pi}{60} n$	

Εξερχόμενη ισχύς:

$$P_{out} = VI_A$$

Παραγόμενη επαγωγική ισχύς = εξερχόμενη + ωμικές απώλειες οπλισμού + σταθερές απώλειες

$$P_{επαγ} = P_{out} + P_{Cu} + P_c = VI_A + I_A^2 R_A + P_c$$

Βαθμός απόδοσης: $e = \frac{P_{out}}{P_{επαγ}} = \frac{VI_A}{VI_A + I_A^2 R_A + P_C}$

Η απόδοση είναι μέγιστη όταν η παράγωγός της είναι μηδέν και η δεύτερη παράγωγός αρνητική.

$$\frac{de}{dI_A} = \frac{d}{dI_A} \left(\frac{VI_A}{VI_A + I_A^2 R_A + P_C} \right) = \frac{V(VI_A + I_A^2 R_A + P_C) - VI_A(V + 2I_A R_A)}{(VI_A + I_A^2 R_A + P_C)^2} = \frac{V(P_C - I_A^2 R_A)}{(VI_A + I_A^2 R_A + P_C)^2}$$

$$\frac{de}{dI_A} = 0 \Rightarrow P_C - I_A^2 R_A = 0 \Rightarrow I_A = \sqrt{\frac{P_C}{R_A}}$$

Πάρτε τη δεύτερη παράγωγο και δείτε ότι είναι αρνητική για αυτήν την τιμή του ρεύματος.

$$I_A = \sqrt{\frac{200}{0,5}} = 20 \text{ A}, \quad V = I_A R_L \Rightarrow R_L = \frac{V}{I_A} = V \sqrt{\frac{R_A}{P_C}} \Rightarrow R_L = \frac{200}{20} = 10 \Omega$$

Τον τύπο $I_A = \sqrt{\frac{P_C}{R_A}}$ για μέγιστη απόδοση μπορούμε να τον χρησιμοποιήσουμε και στη γεννήτρια παράλληλης διέγερσης επειδή το ρεύμα διέγερσης είναι σταθερό $I_F = V / R_F$ για κάθε τάση εξόδου στην οποία λειτουργεί η γεννήτρια (π.χ. στην ονομαστική) και άρα και οι απώλειες των τυλιγμάτων διέγερσης θα είναι σταθερές $I_F^2 R_F$

Schaum's 4.15 – 4.16

Αν οι σταθερές απώλειες (μηχανικές + πυρήνα) της παραπάνω γεννήτριας παράλληλης διέγερσης της άσκησης 4.10 είναι $P_{mech+Fe} = 1,8 \text{ kW}$

A) Ποια είναι η απόδοση της μηχανής στο πλήρες φορτίο?

B) Ποια είναι η απόδοση της μηχανής στο μισό φορτίο?

Γ) Σε τι ρεύμα οπλισμού θα δώσει τη μέγιστη απόδοση?

Ποια είναι η μέγιστη απόδοση?

Απαντήσεις

Θεωρούμε ότι μηχανή λειτουργεί στην ονομαστική της τάση εξόδου $V = 230 \text{ V}$. Το ρεύμα διέγερσης θα

$$\text{είναι σταθερό και βρήκαμε ότι είναι ίσο με } I_F = \frac{V}{R_F} = \frac{230}{57,5} = 4 \text{ A}$$

Άρα οι απώλειες στα τυλίγματα διέγερσης είναι και αυτές σταθερές:

$$P_F = I_F^2 R_F = (4^2)(57,5) = 920 \text{ W} = 0,92 \text{ kW}$$

Έτσι το σύνολο των σταθερών απωλειών θα είναι

$$P_c = P_F + P_{mech+Fe} = 0,92 + 1,8 = 2,72 \text{ kW}$$

A) Στο πλήρες φορτίο (100 kW στα 230 V) βρήκαμε ότι το ρεύμα φορτίου είναι $I_L = P_{out} / V = 434,8 \text{ A}$ και το ρεύμα οπλισμού είναι $I_A = I_L + I_F = 438,8 \text{ A}$.

Οι ωμικές απώλειες οπλισμού είναι $P_A = I_A^2 R_A = (438,8^2)(0,05) = 9,63 \text{ kW}$

$$P_{out} = 100 \text{ kW}$$

$$P_{in} = P_{out} + P_{loss} = P_{out} + P_A + P_c = 100 + 9,63 + 2,72 = 112,35 \text{ kW}$$

$$\text{Βαθμός απόδοσης: } e = \frac{P_{out}}{P_{in}} 100\% = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_A + P_c} 100\% = \frac{100}{112,35} 100\% = 89\%$$

Β) Στο μισό φορτίο (50 kW στα 230 V) βρήκαμε ότι το ρεύμα φορτίου είναι $I_L = P_{out} / V = 217,4 \text{ A}$ και το ρεύμα οπλισμού είναι $I_A = I_L + I_F = 221,4 \text{ A}$.

Οι ωμικές απώλειες οπλισμού είναι $P_A = I_A^2 R_A = (221,4^2)(0,05) = 2,45 \text{ kW}$

$$P_{out} = 100 \text{ kW}$$

$$P_{in} = P_{out} + P_{loss} = P_{out} + P_A + P_F + P_{mech+Fe} = 50 + 2,45 + 0,92 + 1,8 = 55,17 \text{ kW}$$

$$\text{Βαθμός απόδοσης : } e = \frac{P_{out}}{P_{in}} 100\% = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_A + P_c} 100\% = \frac{50}{55,17} 100\% = 90,63\%$$

$$\Gamma) \text{ Η μέγιστη απόδοση επιτυγχάνεται όταν : } I_A = \sqrt{\frac{P_c}{R_A}} = \sqrt{\frac{2.720}{0,05}} = 233,24 \text{ A}$$

$$\text{Τότε το ρεύμα φορτίου είναι } I_L = I_A - I_F = 233,24 - 4 = 229,24 \text{ A}$$

$$\text{και η εξερχόμενη ισχύς γίνεται } P_{out} = VI_L = (230)(229,24) = 52,73 \text{ kW}$$

Περίπου στο μισό φορτίο (δίνει περίπου τη μισή ονομαστική ισχύ)

Τότε οι απώλειες του οπλισμού γίνονται ίσες με τις σταθερές απώλειες $P_A = P_c = 2,72 \text{ kW}$

Οπότε ο μέγιστος βαθμός απόδοσης αυτής της μηχανής είναι

$$e_{\max} = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_c + P_c} 100\% = \frac{52,73}{52,73 + 2(2,72)} 100\% = \frac{52,73}{58,17} = 90,65\%$$

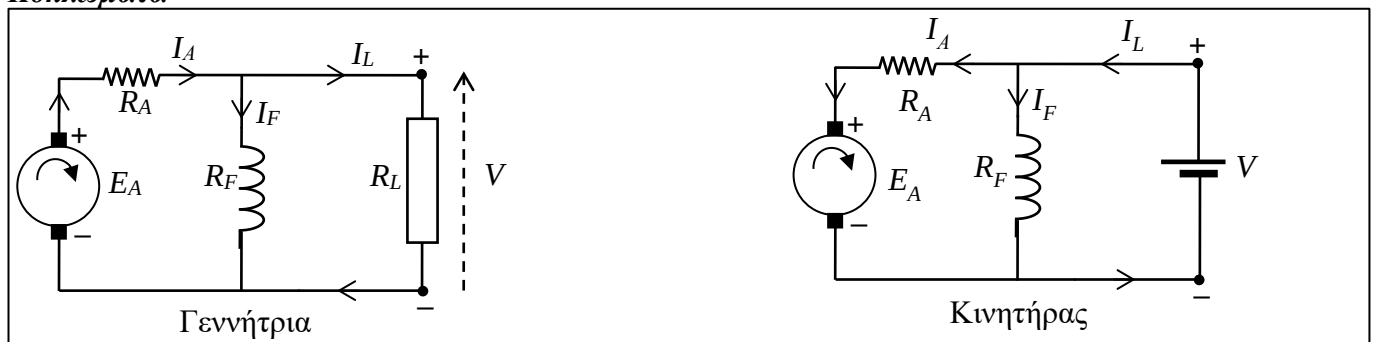
και επιτυγχάνεται περίπου στο μισό φορτίο δηλαδή όταν η μηχανή παράγει τη μισή περίπου από την ονομαστική της ισχύ.

Schaum's 4.26 Γεννήτρια – Κινητήρας

Γεννήτρια παράλληλης διέγερσης 10 kW, 250 V με $R_A = 0,1 \Omega$ και $R_F = 250 \Omega$ παραδίδει το πλήρες φορτίο της στην ονομαστική τάση όταν περιστρέφεται με ταχύτητα 800 rpm. Συνδέουμε τη μηχανή ως κινητήρα. Ο κινητήρας λαμβάνει ισχύ 10 kW σε τάση εισόδου 250 V. Ποια είναι η ταχύτητα περιστροφής του κινητήρα?

Απάντηση

Κυκλώματα



Εξισώσεις

Μαγνητικές :	$E_A = K\Phi\omega$	$\tau_{επαγ} = K\Phi I_A$		
Ηλεκτρικές Γεννήτριας	$I_A = I_F + I_L$	$E_A = V + I_A R_A$	$V = I_F R_F$	$P_{out} = VI_L$
Μηχανικές Γεννήτριας:	$P_{in} = \tau_{κιν}\omega$	$\omega = \frac{2\pi}{60} n$		

Ηλεκτρικές Κινητήρα	$I_L = I_F + I_A$	$V = E_A + I_A R_A$	$V = I_F R_F$	$P_{in} = VI_L$
Μηχανικές Κινητήρα:	$P_{out} = \tau_{\alpha\xi} \omega$	$\omega = \frac{2\pi}{60} n$		

Γεννήτρια (generator)

$$I_F = \frac{V}{R_F} = \frac{250}{250} = 1 \text{ A}, \quad I_L = \frac{P_{out}}{V} = \frac{10.000}{250} = 40 \text{ A}, \quad I_A = I_L + I_F = 40 + 1 = 41 \text{ A}$$

επαγωγική τάση γεννήτριας: $E_g = V + I_A R_A = 250 + (41)(0,1) = 254,1 \text{ V}$

Κινητήρας (motor)

$$I_F = \frac{V}{R_F} = \frac{250}{250} = 1 \text{ A}, \quad I_L = \frac{P_{in}}{V} = \frac{10.000}{250} = 40 \text{ A}, \quad I_A = I_L - I_F = 40 - 1 = 39 \text{ A}$$

επαγωγική τάση κινητήρα: $E_g = V - I_A R_A = 250 + (39)(0,1) = 246,1 \text{ V}$

$$\frac{n_m}{n_g} = \frac{E_m}{E_g} \Rightarrow n_m = n_g \frac{E_m}{E_g} = (800) \frac{246,1}{254,1} = 774,8 \text{ rpm}$$