

ΤΕΙ ΔΥΤ. ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.  
ΜΑΘΗΜΑ: ΕΙΔΙΚΑ ΚΕΦΑΛΑΙΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΓΙΑ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥΣ  
Λύσεις των προβλημάτων στις κατατακτήριες εξετάσεις ακαδημαϊκού έτους 2015-2016  
9 Δεκεμβρίου 2015  
(Εισηγητής: Ν. Πουλάκης - [poulakis@teiwm.gr](mailto:poulakis@teiwm.gr) )

Διάρκεια εξέτασης: 1.5 ώρα

Όπου απαιτείται στα παρακάτω προβλήματα, θεωρήστε την επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$

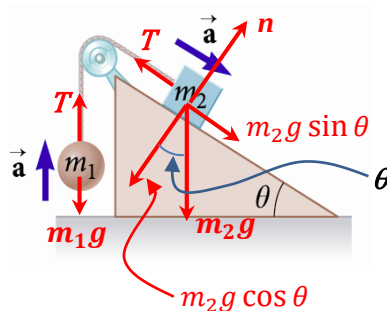
### Πρόβλημα 1

Δύο σώματα συνδέονται με αβαρές νήμα το οποίο διέρχεται γύρω από μια τροχαλία χωρίς τριβές (Εικόνα 1). Υποθέστε ότι το κεκλιμένο επίπεδο δεν έχει τριβές και ότι  $m_1 = 2.00 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 6.00 \text{ kg}$  και  $\theta = 55.0^\circ$ . Βρείτε

(α) το μέτρο της επιτάχυνσης  $a$  των σωμάτων και

(β) την τάση του νήματος.

Δίνονται:  $\sin 55^\circ = 0.82$  και  $\cos 55^\circ = 0.57$



Εικόνα 1

### Λύση

Για το σώμα μάζας  $m_1$ , έχουμε (βλ. δυνάμεις στην Εικόνα 1):

$$T - m_1 g = m_1 a \Rightarrow T = m_1 g + m_1 a$$

Για το σώμα μάζας  $m_2$ , έχουμε (βλ. δυνάμεις και ανάλυσή τους στην Εικόνα 1):

$$m_2 g \sin \theta - T = m_2 a \Rightarrow m_2 g \sin \theta - m_1 g - m_1 a = m_2 a$$

(α) Για τα μέτρο της επιτάχυνσης, έχουμε

$$\begin{aligned} m_2 g \sin \theta - m_1 g &= m_1 a + m_2 a \\ \Rightarrow m_2 g \sin \theta - m_1 g &= (m_1 + m_2) a \\ \Rightarrow a &= \frac{m_2 g \sin \theta - m_1 g}{m_1 + m_2} = 3.64 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

(β) Επομένως, η τάση του σχοινιού βρίσκεται,

$$T = m_1 g + m_1 a = 27,3 \text{ N}$$

## Πρόβλημα 2

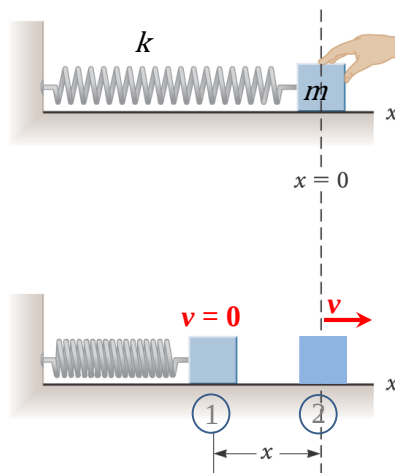
Ένας κύβος μάζας  $m = 2.00 \text{ kg}$  είναι στερεωμένος σε ένα ελατήριο με σταθερά  $k = 500 \text{ N/m}$  (Εικόνα 2). Ο κύβος σύρεται στη θέση  $x = 5.00 \text{ cm}$ , αριστερά από τη θέση ισορροπίας  $x = 0$ , και αφήνεται ελεύθερος από κατάσταση ηρεμίας. Βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του κύβου τη στιγμή που περνάει από τη θέση ισορροπίας του αν

(α) η οριζόντια επιφάνεια δεν έχει τριβές

(β) ο συντελεστής τριβής μεταξύ του κύβου και της επιφάνειας είναι  $\mu_k = 0.350$ .

Υπόδειξη: βοηθάει να χρησιμοποιήσετε την αρχή διατήρησης της ενέργειας. Η δυναμική ενέργεια ενός συσπειρωμένου κατά  $x$  ελατηρίου δίνεται από τη σχέση  $U = \frac{1}{2} kx^2$

Δίνονται: ο νόμος της τριβής  $\vec{f}_k = \mu_k \vec{n}$ , όπου  $\vec{n}$  η κάθετη αντίδραση μεταξύ σώματος και επιπέδου.



Εικόνα 2

## Λύση

(α) Όταν η οριζόντια επιφάνεια δεν έχει τριβές, από το θεώρημα διατήρησης της ενέργειας μεταξύ των θέσεων 1 και 2, έχουμε:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow 0 + \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} mv^2 + 0 \Rightarrow kx^2 = mv^2 \Rightarrow v^2 = \frac{kx^2}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{kx^2}{m}} = \sqrt{\frac{k}{m}} x$$
$$= 0.79 \text{ m/s}$$

(β) Όταν ο συντελεστής τριβής μεταξύ του κύβου και της επιφάνειας είναι  $\mu_k = 0.350$ , το θεώρημα διατήρησης της ενέργειας μεταξύ των θέσεων 1 και 2 γράφεται:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 + W_{f_k}$$

όπου,  $W_{f_k}$  είναι το έργο της τριβής ολισθήσεως μεταξύ των θέσεων 1 και 2.

Είναι,  $W_{f_k} = f_k x = \mu_k n x = \mu_k mgx$  ( $n$  είναι η κάθετη αντίδραση από το επίπεδο και  $mg$  το βάρος του κύβου)

Επομένως, η εξίσωση διατήρησης της ενέργειας γράφεται:

$$0 + \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} mv^2 + 0 + \mu_k mgx \Rightarrow \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} kx^2 - \mu_k mgx \Rightarrow mv^2 = kx^2 - 2\mu_k mgx$$
$$\Rightarrow v^2 = \frac{kx^2}{m} - \frac{2\mu_k mgx}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{kx^2}{m} - 2\mu_k gx \Rightarrow v = \sqrt{\frac{kx^2}{m} - 2\mu_k gx}$$
$$= 0.20 \text{ m/s}$$

### Πρόβλημα 3

Ένα σώμα μάζας  $m = 5.10 \text{ kg}$  κρέμεται από το ελεύθερο άκρο ενός αβαρούς σχοινιού, το οποίο είναι τυλιγμένο γύρω από ένα καρούλι με ακτίνα  $R = 0.250 \text{ m}$  και μάζα  $M = 3.00 \text{ kg}$ . Το καρούλι είναι ένας συμπαγής δίσκος, ο οποίος περιστρέφεται ελεύθερα σε τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του  $O$  (Εικόνα 3). Το αναρτημένο σώμα αφήνεται να κατέβει προς το έδαφος. Βρείτε:

(α) την επιτάχυνση του σώματος

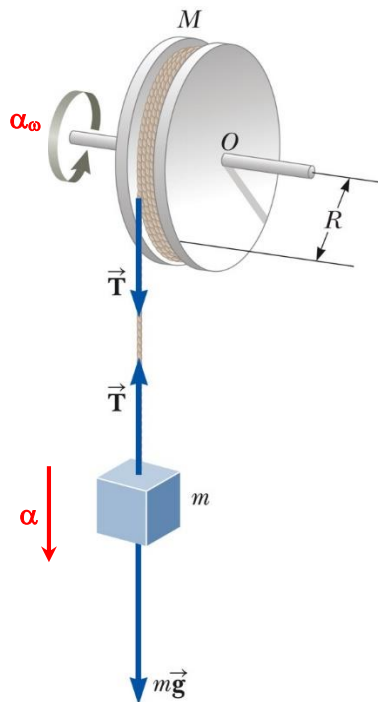
(β) την τάση  $T$  του σχοινιού.

Δίνονται: Εξίσωση κίνησης άκαμπτου σώματος υπό την επίδραση συνισταμένης ροπής  $\sum \tau$ :  $\sum \tau = I\alpha_\omega$ ,

όπου  $I$  η ροπή αδράνειας του σώματος και  $\alpha_\omega$  η γωνιακή επιτάχυνση.

Ροπή αδράνειας δίσκου ως προς το κέντρο του  $I = \frac{1}{2}MR^2$ .

Σχέση γραμμικής ( $\alpha$ ) με γωνιακή επιτάχυνση ( $\alpha_\omega$ ):  $\alpha = R\alpha_\omega$ .



Εικόνα 3

### Λύση

Για το σώμα μάζας  $m$ , που κρέμεται, έχουμε από το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα (βλ. δυνάμεις στην Εικόνα 3):

$$mg - T = ma \Rightarrow T = mg - ma \quad (1)$$

Για την τροχαλία, στην οποία ασκείται ροπή  $\tau = TR$  από την τάση  $T$  του σχοινιού (βλ. Εικόνα 3), ο νόμος του Νεύτωνα γράφεται

$$\sum \tau = I\alpha_\omega \Rightarrow \tau = I\alpha_\omega \Rightarrow TR = \frac{1}{2}MR^2 \frac{\alpha}{R} \Rightarrow T = \frac{1}{2}M\alpha \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2), βρίσκουμε

(α) για τα μέτρα της επιτάχυνσης:

$$mg - ma = \frac{1}{2}M\alpha \Rightarrow ma + \frac{1}{2}M\alpha = mg \Rightarrow a\left(m + \frac{1}{2}M\right) = mg \Rightarrow a = \frac{mg}{\left(m + \frac{1}{2}M\right)} = 7.7 \text{ m/s}^2$$

(β) και για το μέτρο της τάσης του σχοινιού:

$$T = m(g + a) = \mathbf{90\ N}$$