

Σχεδίαση-Υλοποίηση Διακριτών PID ελεγκτών (Design-realization discrete PID controllers)

Διακριτός (discrete) ελεγκτής PID (τραπεζοειδής προσέγγιση)

PID ΕΛΕΓΚΤΗΣ $G_c(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s$

$U(s) = \left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \right) E(s)$ στο χρόνο

$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \dot{e}(t) = u_p + u_i + u_d$

$u_p(kT_s + T_s) = k_p e(kT_s + T_s)$

$u_i(kT_s + T_s) = k_i \int_0^{kT_s + T_s} e(\tau) d\tau = k_i \int_0^{kT_s} e(\tau) d\tau + k_i \int_{kT_s}^{kT_s + T_s} e(\tau) d\tau$

$= u_i(kT_s) + \text{εμβαδόν της } e(\tau) \text{ σε μία περίοδο}$

$\approx u_i(kT_s) + k_i \frac{T_s}{2} [e(kT_s + T_s) + e(kT_s)] \quad (I)$

τραπεζοειδής προσέγγιση

$u_i(kT_s + T_s) = u_i(kT_s) + k_i T_s e(kT_s) \text{ ορθογωνική προσέγγιση}$

$u_d(kT_s + T_s) = k_d \dot{e}(kT_s + T_s) \quad (\text{εναλλαγή ρόλων } u \text{ και } e)$

$\frac{T_s}{2} [u_d(kT_s + T_s) + u_d(kT_s)] = k_d [e(kT_s + T_s) - e(kT_s)] \quad (II)$

Διακριτός (discrete) ελεγκτής PID

Με M/s $\mathcal{Z}$ (z τελεστής πρόβ. ή γρ., δηλ. εάν $u(kT_s) \xrightarrow{\mathcal{Z}} U(z)$
 τότε $u(kT_s + T_s) \xrightarrow{\mathcal{Z}} z U(z)$ έχουμε

$$(I) \rightarrow z U_I(z) = U_I(z) + k_I \frac{T_s}{2} [z E(z) + E(z)] \Rightarrow$$

$$U_I(z) = k_I \frac{T_s}{2} \frac{z+1}{z-1} E(z)$$

$$(II) \rightarrow \frac{T_s}{2} [z U_D(z) + U_D(z)] = k_D [z E(z) - E(z)] \Rightarrow$$

$$U_D(z) = k_D \frac{2}{T_s} \frac{z-1}{z+1} E(z)$$

ΑΡΑ ο διακριτός PID $U(z) = \left(k_P + k_I \frac{T_s}{2} \frac{z+1}{z-1} + k_D \frac{2}{T_s} \frac{z-1}{z+1} \right) E(z)$

δηλ. το διακριτό ισοδύναμο του $G_c(s)$ είναι $D \left(\frac{2}{T_s} \frac{z-1}{z+1} \right)$

(πίσθος του Tustin) ή (τραπέζιο ήδος κανόνος)

Διακριτός (discrete) ελεγκτής PID (ορθογωνική προσέγγιση)

Κανόνας ευθείας ορθογωνικής ολοκλήρωσης (forwards rectangular integration)

$$u_I(kT_s + T_s) = u_I(kT_s) + T_s e(kT_s + T_s), \quad U_I(z) = \frac{T_s z}{z - 1} E(z)$$

Κανόνας ανάδρομης διαφοράς (backwards difference rule)

$$u_D(kT_s + T_s) = \left. \frac{de(t)}{dt} \right|_{t=kT_s+T_s} = \frac{1}{T_s} [e(kT_s + T_s) - e(kT_s)], \quad U_D(z) = \frac{z-1}{T_s z} E(z)$$

$$D(z) = K_p + K_I \frac{T_s z}{z - 1} + K_D \frac{z - 1}{T_s z}$$

$$\begin{aligned} u(k+1) &= K_p e(k+1) + K_I [u(k) + T_s e(k+1)] + (K_D / T_s) [e(k+1) - e(k)] \\ &= [K_p + K_I T_s + (K_D / T_s)] e(k+1) - (K_D / T_s) e(k) + K_I u(k) \end{aligned}$$

Παράδειγμα -Δεδομένα

Σύστημα ελέγχου ταχύτητας με ΣΜ ελεγχόμενου

συστήματος $G(s) = \frac{45}{(s+9)(s+5)}$

ελεγκτή PI $G_c(s) = 1.4 \frac{s+6}{s}$

Χρόνος ανόδου 0.2 sec και ποσοστό υπερύψωσης 20%
σε μοναδιαία βηματική απόκριση.

Να βρεθεί ο αντίστοιχος διακριτός (discrete) ελεγκτής και να συγκριθούν οι αντίστοιχες βηματικές αποκρίσεις και τα σήματα ελέγχου.

Παράδειγμα -Επίλυση

Χρησιμοποιώντας τον τύπο Tustin για $T_s=0,07$
(T_r περίπου $3 \cdot T_s$):

$$D(z) = 1,4 \frac{\frac{2}{0,07} \frac{z-1}{z+1} + 6}{\frac{2}{0,07} \frac{z-1}{z+1}} = 1,4 \frac{1,21z - 0,79}{z-1}$$

$$u(k+1) = u(k) + 1.4[1.21e(k+1) - 0.79e(k)]$$

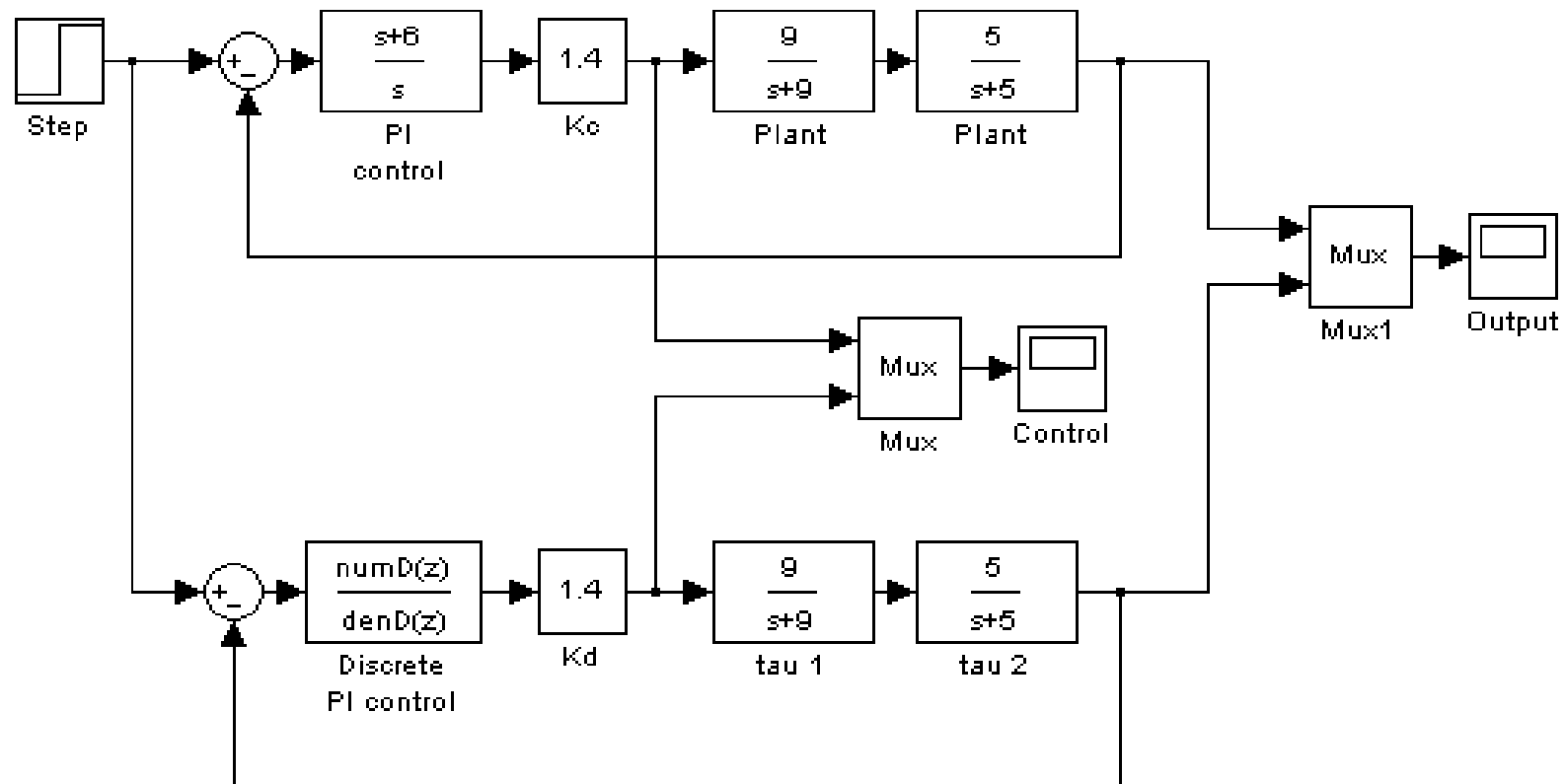
για $T_s=0,035$ έχουμε όμοια (T_r περίπου $6 \cdot T_s$):

$$D(z) = 1,4 \frac{\frac{2}{0,035} \frac{z-1}{z+1} + 6}{\frac{2}{0,035} \frac{z-1}{z+1}} = 1,4 \frac{1,105z - 0,895}{z-1}$$

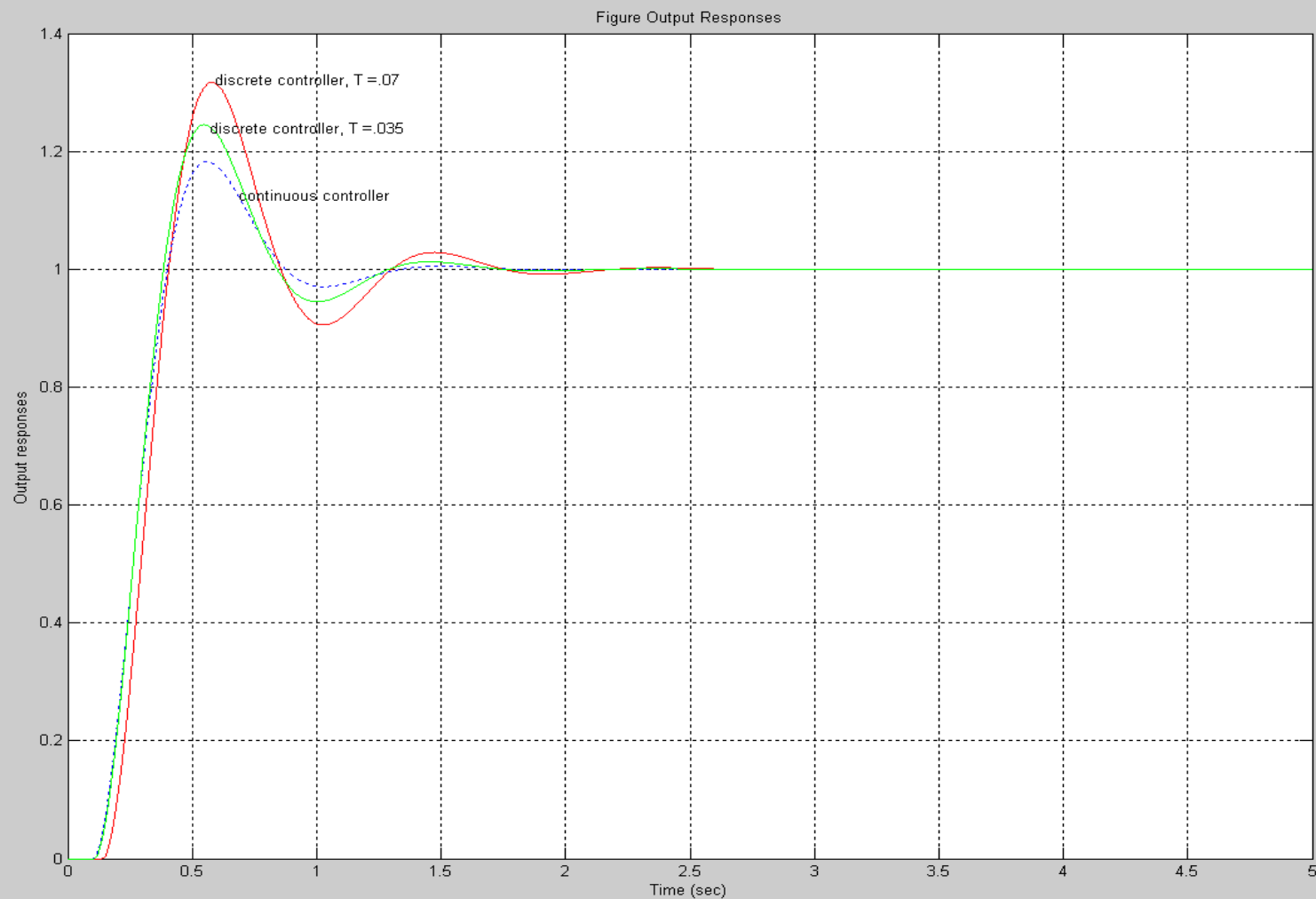
$$u(k+1) = u(k) + 1.4[1.105e(k+1) - 0.895e(k)]$$

Παράδειγμα -Προσομοίωση

SIMULINK diagram to compare continuous with discrete control.



Παράδειγμα-Αποτελέσματα



Παράδειγμα-Αποτελέσματα

