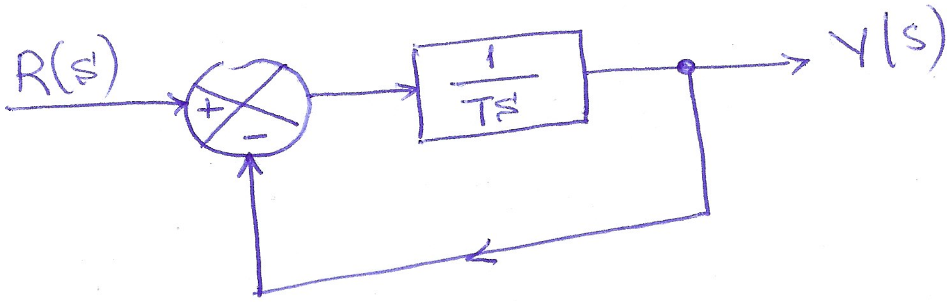
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΗΣ

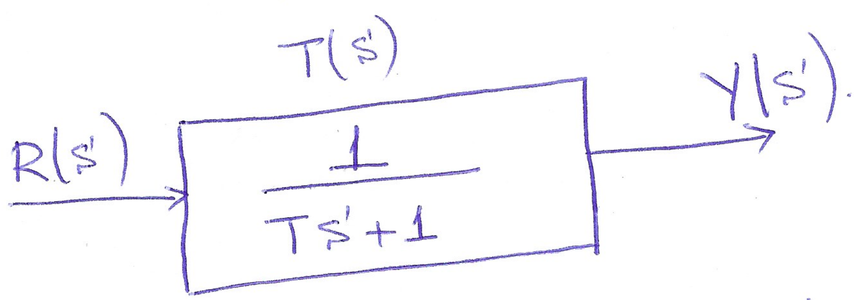


Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ θα είναι της μορφής.

$$T(s) = \frac{\frac{1}{Ts}}{1+\frac{1}{Ts}\cdot 1} = \frac{Y(s)}{R(s)} \Longrightarrow$$

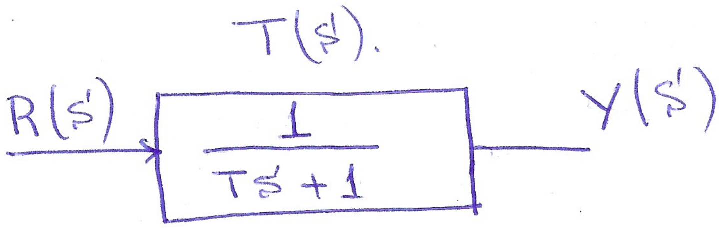
$$\Rightarrow T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{1}{\cancel{Ts}}}{\frac{Ts+1}{\cancel{Ts}}} \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts+1}.$$



όπου T είναι η σταθερά χρόνου του συστήματος.

ΕΥΡΕΣΗ ΔΙΑΦΟΡΙΚΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ.



$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts+1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y(s)(Ts+1) = R(s) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Ts\,Y(s) + Y(s) = R(s) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L^{-1}\{Ts\,Y(s)\} + L^{-1}\{Y(s)\} = L^{-1}\{R(s)\} \Rightarrow$$

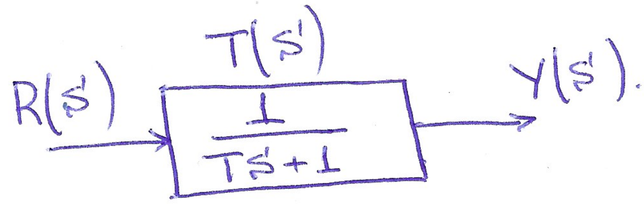
$$\Rightarrow T\,L^{-1}\{s\,Y(s)\} + L^{-1}\{Y(s)\} = L^{-1}\{R(s)\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = r(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dy(t)}{dt} + \frac{1}{T}y(t) = \frac{1}{T}r(t)}$$

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΗΣ ΜΕ ΣΤΑΘΕΡΟΥΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ.

ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΗΣ ΣΕ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΜΟΝΑΔΙΑΙΑΣ ΒΑΘΜΙΔΑΣ $\left[R(s)=\frac{1}{s}\right]$



$$T(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{1}{Ts+1}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y(s)=R(s)\cdot\frac{1}{Ts+1}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y(s)=\frac{1}{s}\cdot\frac{\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{T}}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y(s)=\frac{\frac{1}{T}}{s\left(s+\frac{1}{T}\right)}\equiv\frac{K_1}{s}+\frac{K_2}{s+\frac{1}{T}}$$

$$K_1=\left[\cancel{s}\cdot\frac{\frac{1}{T}}{\cancel{s}\left(s+\frac{1}{T}\right)}\right]_{s=0}=\frac{\frac{1}{T}}{\frac{1}{T}}=\frac{T}{T}=1$$

$$K_2=\left[\cancel{\left(s+\frac{1}{T}\right)}\frac{\frac{1}{T}}{s\cancel{\left(s+\frac{1}{T}\right)}}\right]_{s=-\frac{1}{T}}=\frac{\frac{1}{T}}{-\frac{1}{T}}=-\frac{T}{T}=-1$$

$$Y(s)=\frac{1}{s}+\frac{(-1)}{s+\frac{1}{T}}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y(s)=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\frac{1}{T}}$$

$$L^{-1}\{Y(s)\}=L^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\}-L^{-1}\left\{\frac{1}{s+\frac{1}{T}}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow y(t)=u(t)-e^{-\frac{t}{T}}\Rightarrow\boxed{y(t)=1-e^{-\frac{t}{T}}}$$

$$1-e^{-t_1/T}=0,1 \Rightarrow -e^{-\frac{t_1}{T}}=0,1-1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -e^{-\frac{t_1}{T}}=-0,9 \Rightarrow e^{-t_1/T}=0,9 \Rightarrow \ln e^{-\frac{t_1}{T}}=\ln 0,9 \Rightarrow$$

$$-\frac{t_1}{T}=-0,1 \Rightarrow \boxed{t_1 \simeq 0,1T}$$

$$1-e^{-t_2/T}=0,9 \Rightarrow -e^{-\frac{t_2}{T}}=-0,1 \Rightarrow e^{-\frac{t_2}{T}}=0,1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln e^{-\frac{t_2}{T}}=\ln 0,1 \Rightarrow -\frac{t_2}{T}\cong -2,3 \Rightarrow \boxed{t_2 \cong 2,3T}$$

ΑΡΑ $T_r=t_2-t_1 \Rightarrow T_r=2,3T-0,1T \Rightarrow$

ΧΡΟΝΟΣ ΑΝΟΔΟΥ

$$\Rightarrow \boxed{T_r \cong 2,2T}$$

ΧΡΟΝΟΣ ΑΝΟΔΟΥ T_r

ΧΡΟΝΟΣ ΑΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ T_s 2%

$$1-e^{-t_s/T}=1-0,02 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -e^{-t_s/T}=1-0,02-1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -e^{-\frac{t_s}{T}}=-0,02 \Rightarrow$$

$$\ln e^{-\frac{t_s}{T}}=\ln 0,02 \Rightarrow -\frac{t_s}{T}=\ln 0,02 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_s=-T\ln 0,02 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_s=-T(-3,912) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{t_s \cong 4T}$$

ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΗΣ ΣΕ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΜΟΝΑΔΙΑΙΑΣ ΑΝΑΡΡΙΧΗΣΗΣ $\left[R(s)=\frac{1}{s^2}\right]$

$$R(s) \longrightarrow \overset{T(s)}{\boxed{\frac{1}{Ts+1}}} \longrightarrow Y(s)$$

$$Y(s)=R(s)\,\frac{\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{T}} \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow Y(s)=\frac{1}{s^2}\cdot\frac{\frac{1}{T}}{\left(s+\frac{1}{T}\right)} \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow Y(s)=\frac{\frac{1}{T}}{s^2\left(s+\frac{1}{T}\right)} \equiv \frac{K_1}{s+\frac{1}{T}}+\frac{K_2 s+K_3}{s^2}$$

$$K_1=\left[\cancel{\left(s+\frac{1}{T}\right)}\cdot\frac{\frac{1}{T}}{s^2\cancel{\left(s+\frac{1}{T}\right)}}\right]_{s=-\frac{1}{T}}=\frac{\frac{1}{T}}{\left(-\frac{1}{T}\right)^2}=\frac{\frac{1}{T}}{\frac{1}{T^2}}=\frac{T^2}{T}=T$$

ΑΡΑ

$$Y(s)=\frac{\overset{1}{\frac{1}{T}}}{s^2\left(s+\frac{1}{T}\right)}\equiv\frac{\overset{s^2}{T}}{s+\frac{1}{T}}+\frac{\overset{s+\frac{1}{T}}{K_2 s+K_3}}{s^2} \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T}\equiv Ts^2+\left(s+\frac{1}{T}\right)\left(K_2 s+K_3\right) \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T}\equiv Ts^2+K_2 s^2+K_3 s+\frac{K_2}{T}s+\frac{K_3}{T} \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T}\equiv\left(K_2+T\right)s^2+\left(K_3+\frac{K_2}{T}\right)s+\frac{K_3}{T}$$

Επομένως εξισώνουμε τους συντελεστές των ομοίων όρων:

$$\left.\begin{aligned} &K_2 + T = 0. \quad (1) \\ &K_3 + \frac{K_2}{T} = 0 \quad (2) \\ &\frac{K_3}{T} = \frac{1}{T} \quad (3) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} &\boxed{K_2 = -T.} \\ &1 + \left(\frac{-T}{T}\right) = 1 - 1 = 0 \\ &\boxed{K_3 = 1} \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των K_2 και K_3 έχουμε.

$$Y(s') = \frac{T}{s' + \frac{1}{T}} + \frac{(-Ts' + 1)}{s'^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y(s') = T \cdot \frac{1}{s' + \frac{1}{T}} - \frac{T\cancel{s'}}{s'^{\cancel{2}}} + \frac{1}{s'^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y(s') = T \cdot \frac{1}{s' + \frac{1}{T}} - T \cdot \frac{1}{s'} + \frac{1}{s'^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L^{-1}\{Y(s')\} = L^{-1}\left\{T \cdot \frac{1}{s' + \frac{1}{T}}\right\} - L^{-1}\left\{T \cdot \frac{1}{s'}\right\} + L^{-1}\left\{\frac{1}{s'^2}\right\}$$

$$\Rightarrow y(t) = Te^{-\frac{t}{T}} - Tu(t) + t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y(t) = t - T + Te^{-\frac{t}{T}}}$$