

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2^ο

ΠΕΔΙΟ t

Να λυθεί η Δ.Ε.

Αρχικές συνθήκες

$$y(0) = -1 \text{ ή } \dot{y}(0) = 1$$

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5 \frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = 10u(t),$$

ΛΥΣΗ.

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d^2 y(t)}{dt^2}\right\} + \mathcal{L}\left\{5 \frac{dy(t)}{dt}\right\} + \mathcal{L}\{4y(t)\} = \mathcal{L}\{10u(t)\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}\left\{\frac{d^2 y(t)}{dt^2}\right\} + 5\mathcal{L}\left\{\frac{dy(t)}{dt}\right\} + 4\mathcal{L}\{y(t)\} = 10\mathcal{L}\{u(t)\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{s^2 Y(s) - sy(0) - \dot{y}(0)\right\} + 5\left\{sY(s) - y(0)\right\} + 4Y(s) = 10 \frac{1}{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{s^2 Y(s) - s(-1) - 1\right\} + 5\left\{sY(s) - (-1)\right\} + 4Y(s) = \frac{10}{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{s^2 Y(s) + s - 1\right\} + 5\left\{sY(s) + 1\right\} + 4Y(s) = \frac{10}{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s^2 Y(s) + s - 1 + 5sY(s) + 5 + 4Y(s) = \frac{10}{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s^2 Y(s) + 5sY(s) + 4Y(s) = \frac{10}{s} - s - 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y(s)(s^2 + 5s + 4) = \frac{10 - s^2 - 4s}{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y(s) = \frac{-s^2 - 4s + 10}{s(s^2 + 5s + 4)} \xrightarrow{\text{ΠΕΔΙΟ } s} \text{ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΕΞΙΣΟΣΗ.}$$

ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΟΣΗ

$$Y(s) = \frac{\text{πολυώνυμο } 2^{\circ} \text{ βαθμού (m)}}{\text{πολυώνυμο } 3^{\circ} \text{ βαθμού (n)}}.$$

- μηδενίζοντας το πολυώνυμο του αριθμητή βρίσκουμε τις ρίζες του αριθμητή [τα μηδενικά m]
- μηδενίζοντας το πολυώνυμο του παρονομαστή βρίσκουμε τις ρίζες του παρονομαστή [του πόλους n]

Εύρεση μηδενικών (m)

$$-s^2 - 4s + 10 = 0$$

$$s_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha} \Rightarrow s_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(10)(-1)}}{2(-1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 40}}{(-2)} \Rightarrow s_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{56}}{(-2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s_{1,2} = \frac{4 \pm 7,48}{(-2)} \Rightarrow s_{1,2} = \frac{4}{(-2)} \pm \frac{7,48}{(-2)} \Rightarrow$$

$$s_1 = -2 - 3,74 \Rightarrow \boxed{s_1 = -5,74} \quad \text{όρα } m=2$$

$$s_2 = -2 + 3,74 \Rightarrow \boxed{s_2 = 1,74}$$

Εύρεση πόλων (η).

$$\eta \quad \boxed{s=0}$$

$$\eta \quad s^2 + 5s + 4 = 0$$

$$s_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4(4)}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-5 \pm 3}{2} = -\frac{5}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$s_1 = \frac{-5+3}{2} = \frac{-2}{2} \Rightarrow \boxed{s_1 = -1}$$

$$s_2 = \frac{-5-3}{2} = \frac{-8}{2} \Rightarrow \boxed{s_2 = -4}$$

όρα $\eta=3$