

ΠΕΔΙΟ S

ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΛΓΕΒΡΙΚΗΣ ΕΞΙΣΟΤΗΣΗΣ
ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΕ ΜΕΡΙΚΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ.

$$Y(s) = \frac{-s^2 - 4s + 10}{s(s^2 + 5s + 4)} = \frac{-s^2 - 4s + 10}{s(s+1)(s+4)} \equiv \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s+1} + \frac{K_3}{s+4}$$

ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ προσδιορισμού των αγνώστων K_1, K_2, K_3

$$Y(s) = \frac{-s^2 - 4s + 10}{s(s+1)(s+4)} \equiv \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s+1} + \frac{K_3}{s+4} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow -s^2 - 4s + 10 &\equiv K_1(s+1)(s+4) + K_2s(s+4) + K_3s(s+1) \Rightarrow \\ \Rightarrow -s^2 - 4s + 10 &\equiv K_1(s^2 + 5s + 4) + K_2s^2 + 4K_2s + K_3s^2 + K_3s \Rightarrow \\ \Rightarrow -s^2 - 4s + 10 &\equiv K_1s^2 + 5K_1s + 4K_1 + K_2s^2 + 4K_2s + K_3s^2 + K_3s \Rightarrow \\ \Rightarrow -s^2 - 4s + 10 &\equiv (K_1 + K_2 + K_3)s^2 + (5K_1 + 4K_2 + K_3)s + 4K_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow -s^2 - 4s + 10 &\equiv (K_1 + K_2 + K_3)s^2 + (5K_1 + 4K_2 + K_3)s + 4K_1 \end{aligned}$$

ΕΞΙΣΩΝΟΥΜΕ ΤΟΥΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΤΩΝ ΟΜΟΙΩΝ ΟΡΩΝ.

$$\left. \begin{aligned} K_1 + K_2 + K_3 &= -1 \quad (1) \\ 5K_1 + 4K_2 + K_3 &= -4 \quad (2) \\ 4K_1 &= 10 \quad (3) \end{aligned} \right\} \Rightarrow K_1 = \frac{10}{4} \Rightarrow \boxed{K_1 = 2,5}$$

$$\left. \begin{aligned} (1) \rightarrow 2,5 + K_2 + K_3 &= -1 \\ (2) \rightarrow 5(2,5) + 4K_2 + K_3 &= -4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 2,5 + K_2 + K_3 &= -1 \\ 12,5 + 4K_2 + K_3 &= -4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} K_2 + K_3 &= -3,5 \\ 4K_2 + K_3 &= -16,5 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{αφαιρώ με } (-1)} \left. \begin{aligned} -K_2 - K_3 &= +3,5 \\ 4K_2 + K_3 &= -16,5 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{προσέτω} \\ \text{κατά μέλη} \end{array}$$

$$3K_2 = -13 \Rightarrow \boxed{K_2 = -4,34}$$

Επομένως από την (1)

$$2,5 - 4,34 + K_3 = -1 \Rightarrow \boxed{K_3 = 0,84}$$

ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΥΠΟΛΟΙΠΩΝ για τον προσδιορισμό των ⁻²⁻
αχρώνων K_1, K_2, K_3

$$K_1 = \left[\cancel{s} \cdot \frac{(-s^2 - 4s + 10)}{\cancel{s}(s^2 + 5s + 4)} \right]_{s=0} = \frac{10}{4} = 2,5$$

$$K_2 = \left[(\cancel{s+1}) \frac{(-s^2 - 4s + 10)}{\cancel{s}(s+1)(s+4)} \right]_{s=-1} = \frac{-(-1)^2 - 4(-1) + 10}{(-1)(-1+4)} = \frac{-1+4+10}{(-1)(3)} =$$

$$= \frac{13}{(-3)} = -\frac{13}{3} = -4,34.$$

$$K_3 = \left[(\cancel{s+4}) \frac{(-s^2 - 4s + 10)}{\cancel{s}(s+1)(s+4)} \right]_{s=-4} = \frac{-(-4)^2 - 4(-4) + 10}{(-4)(-4+1)} = \frac{-16+16+10}{(-4)(-3)} =$$
$$= \frac{10}{12} = 0,84$$

Αντικαθιστούμε τις τιμές των K_1, K_2, K_3 στην $Y(s)$

$$Y(s) = \frac{2,5}{s} + \frac{(-4,34)}{s+1} + \frac{0,84}{s+4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{Y(s) = 2,5 \cdot \frac{1}{s} - 4,34 \cdot \frac{1}{s+1} + 0,84 \cdot \frac{1}{s+4}}$$

ΛΥΣΗ ΤΗΣ ΑΝΕΒΡΙΚΗΣ ΕΞΙΣΟΣΗΣ

ΕΦΑΡΜΟΖΟΥΜΕ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟ LAPLACE -3-
6την ΛΥΣΗ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΙΚΗΣ ΕΞΙΣΟΣΗΣ

$$Y(s) = 2,5 \cdot \frac{1}{s} - 4,34 \cdot \frac{1}{s+1} + 0,84 \cdot \frac{1}{s+4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L^{-1}\{Y(s)\} = L^{-1}\left\{2,5 \cdot \frac{1}{s}\right\} + L^{-1}\left\{-4,34 \cdot \frac{1}{s+1}\right\} + L^{-1}\left\{0,84 \cdot \frac{1}{s+4}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L^{-1}\{Y(s)\} = 2,5 L^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} - 4,34 L^{-1}\left\{\frac{1}{s+1}\right\} + 0,84 L^{-1}\left\{\frac{1}{s+4}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y(t) = 2,5 u(t) - 4,34 e^{-t} + 0,84 e^{-4t}} \quad \begin{array}{l} \text{ΠΕΔΙΟ } t \\ \text{ΛΥΣΗ ΤΗΣ Δ.Ε.} \end{array}$$

ή $u(t) = 1$

$$\boxed{y(t) = 2,5 - 4,34 e^{-t} + 0,84 e^{-4t}}$$

ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ.

$$\begin{aligned} \text{για } t=0 &\rightarrow y(0) = 2,5 - 4,34 e^{-(0)} + 0,84 e^{(-4)(0)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow y(0) = 2,5 - 4,34 + 0,84 \Rightarrow \boxed{y(0) = -1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{για } t=\infty &\rightarrow y(\infty) \cong 2,5 - 4,34 e^{-(\infty)} + 0,84 e^{(-4)(\infty)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \boxed{y(\infty) \cong 2,5} \end{aligned}$$

