

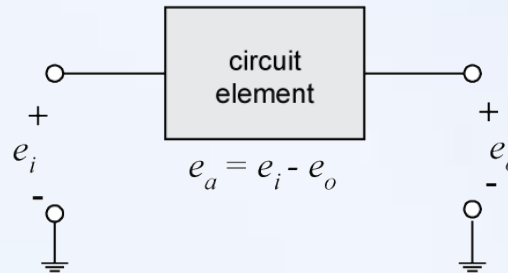
Μοντελοποίηση ηλεκτρολογικών συστημάτων

Καθορίζω τις Δ.Ε. που περιγράφουν την συμπεριφορά ενός ηλεκτρολογικού συστήματος.

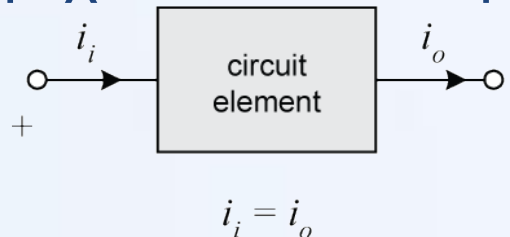
1. Στοιχεία-εξαρτήματα δημιουργούν συστήματα.
2. Νόμοι μοντελοποιούν ηλεκτρικά συστήματα στην περιοχή του χρόνου.
3. Μοντελοποίηση στην περιοχή Laplace (στην συνέχεια).

Μοντελοποίηση ηλεκτρολογικών συστημάτων

- Τάση (e) – είναι ένα μέτρο της δύναμης που εξαναγκάζει τα ηλεκτρόνια να κινηθούν διαμέσου ενός κυκλώματος (ένα δυναμικό μετρούμενο σε σχέση με μια γείωση)



- Ένταση (i) είναι ένα μέτρο του ρυθμού της ροής φορτίου (ηλεκτρόνια) διαμέσου ενός κυκλώματος ($i=dq/dt$), η ένταση έχει κατεύθυνση.

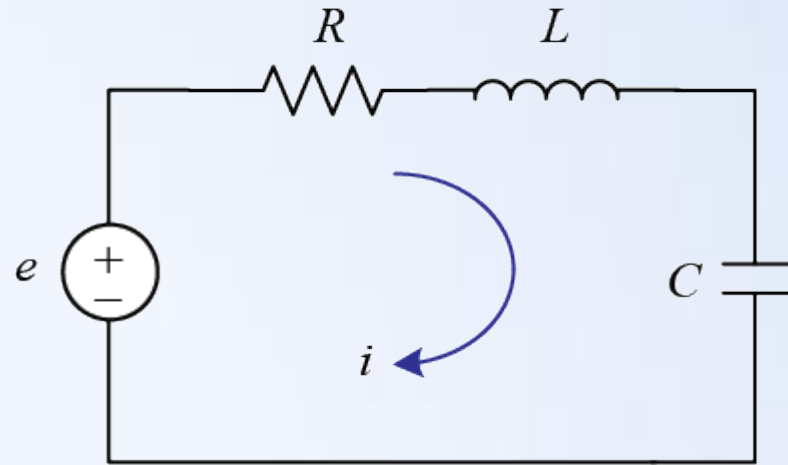


current in = current out

Μοντελοποίηση ηλεκτρολογικών συστημάτων

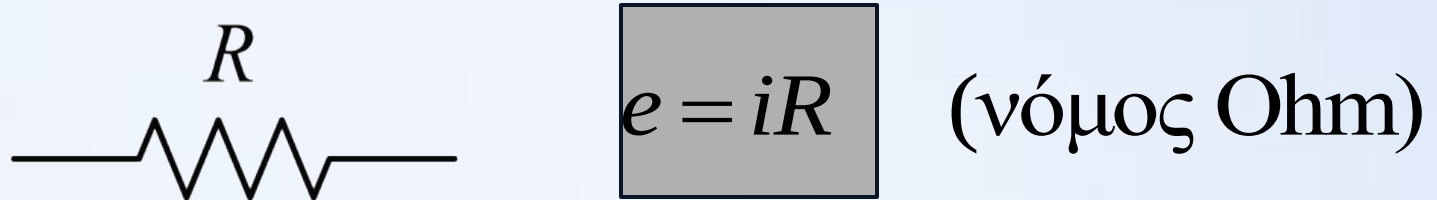
Τα ηλεκτρολογικά
συστήματα αποτελούνται
από τρία βασικά είδη
εξαρτημάτων-στοιχείων

1. Στοιχεία αντίστασης
2. Στοιχεία χωρητικότητας
3. Στοιχεία αυτεπαγωγής



Μοντελοποίηση ηλεκτρολογικών συστημάτων

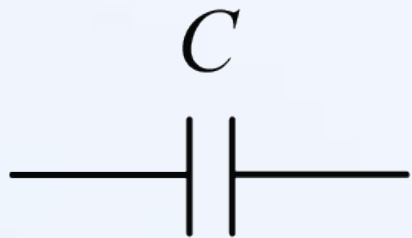
- Στοιχεία αντίστασης



- Καταναλώνει ενέργεια (όπως το στοιχείο απόσβεσης)
- Αντίσταση έχει μονάδες Ohm (Ω)

Μοντελοποίηση ηλεκτρολογικών συστημάτων

- Στοιχεία χωρητικότητας



$$C = \frac{q}{e}$$

$$\Rightarrow e = \frac{1}{C} q = \frac{1}{C} \int i dt$$

- Χωρητικότητα μετρείται ως φορτίο αποθηκευμένο στην μονάδα της τάσης.
- Εάν εφαρμοσθεί μια τάση στα άκρα ενός πυκνωτή αναπτύσσεται ένα δυναμικό, που απελευθερώνεται στην συνέχεια εάν απομακρυνθεί η τάση... με άλλα λόγια οι πυκνωτές αποθηκεύουν δυναμική ενέργεια (όπως το ελατήριο).
- Χωρητικότητα έχει μονάδες Farad (F)

Μοντελοποίηση ηλεκτρολογικών συστημάτων

- Στοιχεία αυτεπαγωγής

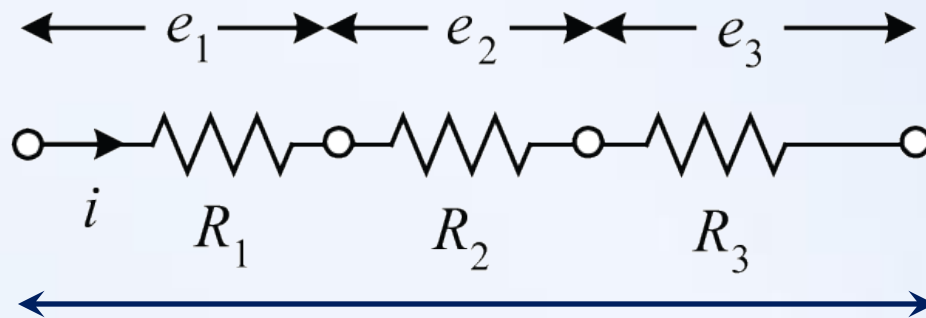


$$e = L \frac{di}{dt}$$

- Ένας επαγωγέας είναι ένα συρμάτινο πηνίο, έτσι ώστε το ένταση που διαρρέει το πηνίο παράγει ένα μαγνητικό πεδίο, το οποίο επάγει μια τάση ανάλογη του πόσο γρήγορα μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος.
- Εάν η ισχύς αποσυνδεθεί, η επαγόμενη τάση θα κάνει το ρεύμα να συνεχίσει να ρέει (σαν μια αδράνεια).
- Στοιχεία αυτεπαγωγής αποθηκεύουν κινητική ενέργεια.
- Αυτεπαγωγή έχει μονάδα Henry (H).

Ηλεκτρικά κυκλώματα

- Αντιστάσεις σε σειρά



$$\begin{aligned} e &= e_1 + e_2 + e_3 = iR_1 + iR_2 + iR_3 \\ &= i(R_1 + R_2 + R_3) \end{aligned}$$

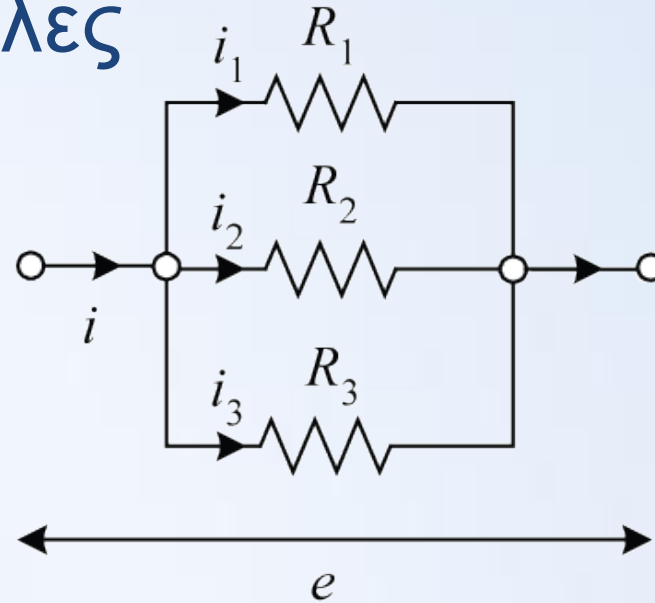


$$R_{equiv} = \frac{e}{i} = R_1 + R_2 + R_3$$

Ηλεκτρικά κυκλώματα

- Αντιστάσεις παράλληλες

$$\begin{aligned} &= \frac{e}{R_1} + \frac{e}{R_2} + \frac{e}{R_3} \\ &= e \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right] \end{aligned}$$

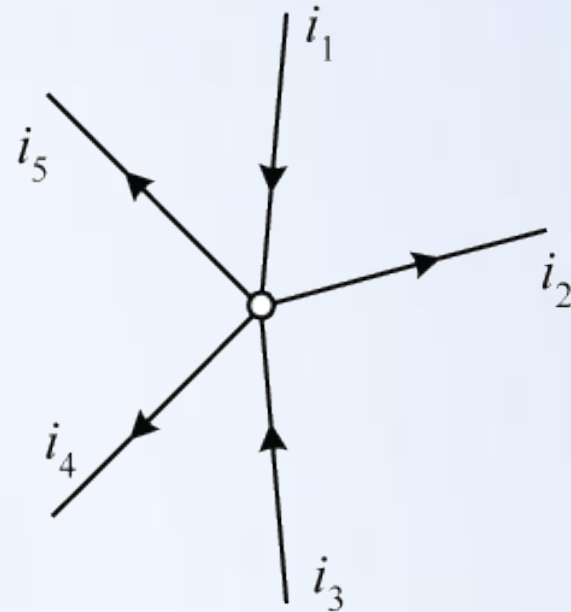


$$R_{equiv} = \frac{e}{i} = \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right]^{-1}$$

Ηλεκτρικά κυκλώματα

- Νόμος Kirchhoff ρεύματος (νόμος κόμβου)
- Το ρεύμα σ' ένα κόμβο διατηρείται

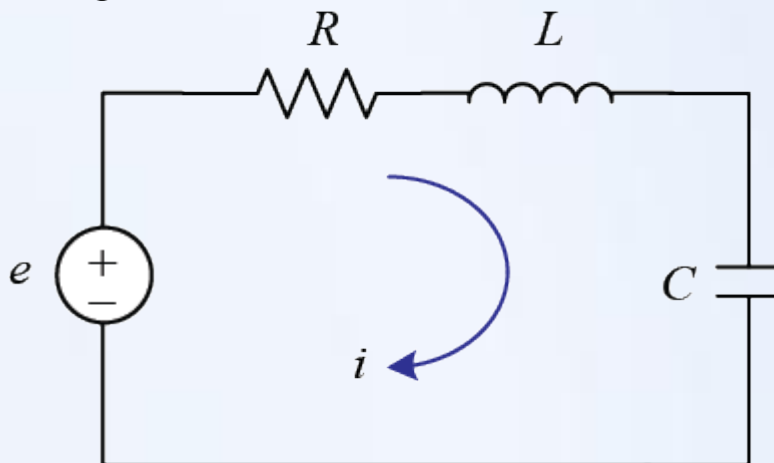
$$i_1 + i_3 = i_2 + i_4 + i_5$$



Ηλεκτρικά κυκλώματα

- Νόμος Kirchhoff τάσεως (νόμος βρόχου)
 - Το άθροισμα των τάσεων σ' ένα βρόχο είναι μηδέν.

$$e - iR - L \frac{di}{dt} - \frac{1}{C} \int (i) dt = 0$$

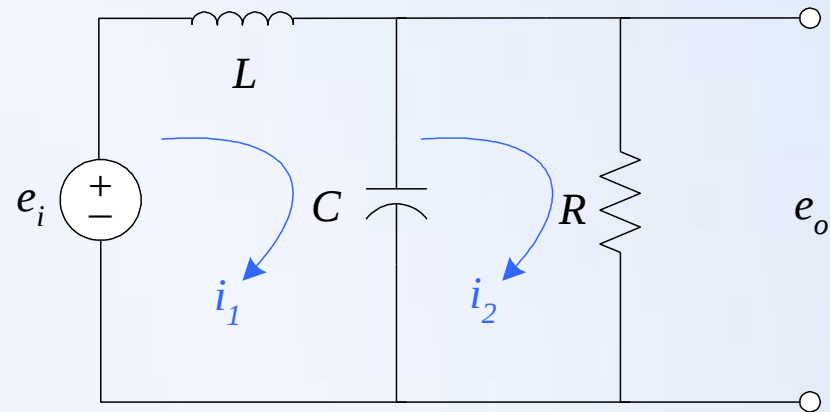


Ηλεκτρικά κυκλώματα

- Χρήση μιας εξίσωσης για κάθε βρόχο.
- Θεωρώντας μια φορά για το ρεύμα, εάν η λύση είναι αρνητική τότε γνωρίζουμε ότι η φορά είναι αντίθετη.

$$\text{loop 1: } e_i - L \frac{di_1}{dt} - \frac{1}{C} \int (i_1 - i_2) dt = 0$$

$$\text{loop 2: } -i_2 R - \frac{1}{C} \int (i_2 - i_1) dt = 0$$



Ηλεκτρικά κυκλώματα

- Μπορούν να γραφούν οι εξισώσεις συναρτήσει του φορτίου q .
loop 1: $e_i - L\ddot{q}_1 - \frac{1}{C}(q_1 - q_2) = 0$
loop 2: $-\dot{q}_2 R - \frac{1}{C}(q_2 - q_1) = 0$
- Υπάρχει ένα μηχανικό ανάλογο για κάθε κύκλωμα
- Ποιες είναι οι μεταβλητές κατάστασης?

στοιχεία αποθήκευσης ενέργειας

πυκνωτής

πηνίο

μεταβλητές κατάστασης

$$q_1 - q_2 \begin{cases} x_1 = q_1 \\ x_2 = q_2 \\ x_3 = \dot{q}_1 \end{cases}$$

Ηλεκτρικά κυκλώματα

- Θέτοντας σε μορφή στο χώρο κατάστασης όπου e_i είναι η είσοδος και i_1 είναι η έξοδος:

$$\dot{x}_1 = x_3$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{CR}x_2 + \frac{1}{CR}x_1$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{1}{CL}x_1 + \frac{1}{CL}x_2 + \frac{1}{L}e_i$$

$$y = x_3$$

Ηλεκτρικά κυκλώματα

- Θέτοντας σε μορφή πινάκων:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{CR} & -\frac{1}{CR} & 0 \\ -\frac{1}{CL} & \frac{1}{CL} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$