

ΤΕΙ ΔΥΤ. ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑΤΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.
ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
Πέμπτη 13 Σεπτεμβρίου 2018

Εισηγητής: Κ. Φιλιππίδης

Όπου απαιτείται στα παρακάτω προβλήματα, θεωρήστε την επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$

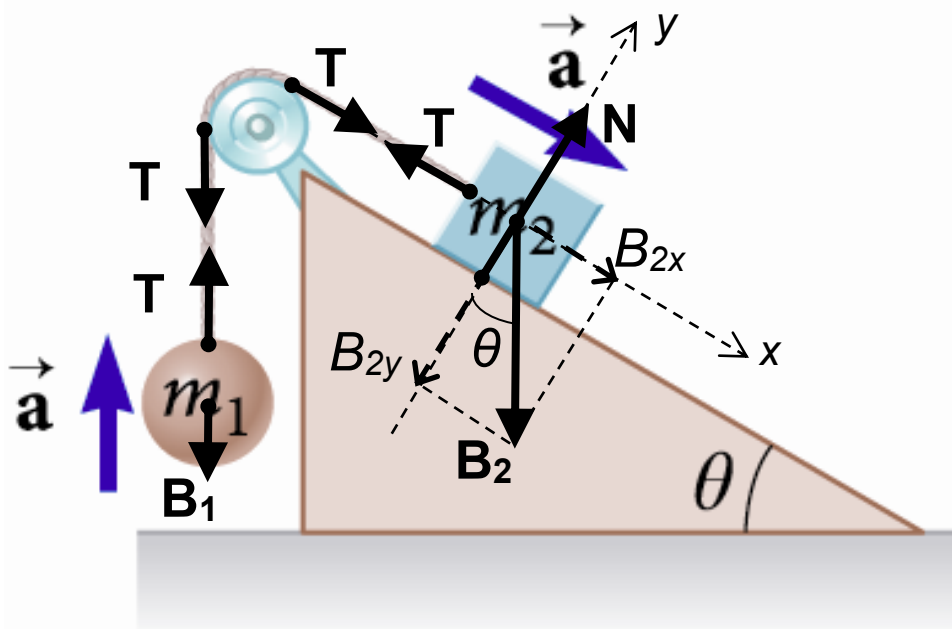
Πρόβλημα 1

Δύο σώματα συνδέονται με αβαρές νήμα το οποίο διέρχεται γύρω από μια αβαρή τροχαλία χωρίς τριβές (Εικόνα 1). Υποθέστε ότι το κεκλιμένο επίπεδο δεν έχει τριβές και ότι $m_1 = 2.00 \text{ kg}$, $m_2 = 6.00 \text{ kg}$ και $\theta = 53,13^\circ$.

- (α) Σχεδιάστε όλες τις δυνάμεις που ενεργούν στα δυο σώματα,
- (β) Αναλύστε το βάρος του σώματος m_2 σε δύο συνιστώσες, η μια παράλληλη και η άλλη κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο και υπολογίστε το μέτρο τους
- (γ) Βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης a των σωμάτων,
- (δ) Βρείτε την τάση του νήματος,
- (ε) Βρείτε το μέτρο της κάθετης αντίδρασης.

Δίνονται: $\eta\mu\theta = 0.8$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = 0.6$

(α) – (β)



Εικόνα 1

[μονάδες 4]

(β) $B_{2x} = B_2 \eta\mu\theta = m_2 g \eta\mu\theta = 6 \cdot 10 \cdot 0,8 = 6 \cdot 8 = 48 \text{ N}$
 $B_{2y} = B_2 \sigma\upsilon\nu\theta = m_2 g \sigma\upsilon\nu\theta = 6 \cdot 10 \cdot 0,6 = 6 \cdot 6 = 36 \text{ N}$

(γ)-(δ)-(ε) Εφαρμόζουμε το 2^ο νόμο του Νεύτωνα στα δύο σώματα και έτσι παίρνουμε τρεις εξισώσεις από τις οποίες βρίσκουμε τους τρεις αγνώστους N , a και T .

$m_2 \text{ } \gamma: \sum F_{2y} = 0 \Rightarrow N - B_{2y} = 0 \Rightarrow N = B_{2y} \Rightarrow \boxed{N = 36 \text{ N}}$

$m_2 \text{ } x: \sum F_{2x} = m_2 a \Rightarrow B_{2x} - T = m_2 a \quad (1)$

$m_1: \sum F_1 = m_1 a \Rightarrow T - B_1 = m_1 a \quad (2)$

Προσθέτοντας τις (1) και (2) παίρνουμε :

$$B_{2x} - T + T - B_1 = m_2 a + m_1 a \Rightarrow B_{2x} - B_1 = (m_2 + m_1) a \Rightarrow a = \frac{B_{2x} - m_1 g}{m_2 + m_1} = \frac{48 - 2 \cdot 10}{6 + 2} = \frac{28}{8} = \frac{7}{2} \Rightarrow$$

$$a = 3,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Αντικαθιστώντας στην (2) παίρνουμε

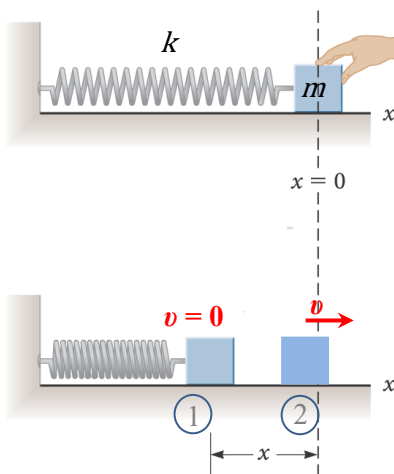
$$T = B_1 + m_1 a = m_1 g + m_1 a = m_1 (g + a) = 2 \cdot (10 + 3,5) \Rightarrow T = 27 \text{ N}$$

Πρόβλημα 2

Ένας κύβος μάζας $m = 2.00 \text{ kg}$ είναι στερεωμένος σε ένα ελατήριο με σταθερά $k = 500 \text{ N/m}$ (Εικόνα 2). Ο κύβος σύρεται στη θέση $x = 5.00 \text{ cm}$, αριστερά από τη θέση ισορροπίας $x = 0$, και αφήνεται ελεύθερος από κατάσταση ηρεμίας. Βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του κύβου τη στιγμή που περνάει από τη θέση ισορροπίας του αν

(α) η οριζόντια επιφάνεια δεν έχει τριβές

(β) ο συντελεστής τριβής μεταξύ του κύβου και της επιφάνειας είναι $\mu_k = 0.350$.



Εικόνα 2

[μονάδες 2]

(α) Σε αυτή την περίπτωση η μηχανική ενέργεια διατηρείται επειδή η μόνη δύναμη που ενεργεί στο σώμα οριζοντίως είναι η δύναμη του ελατηρίου η οποία είναι διατηρητική. Δηλαδή το έργο της εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική θέση του σώματος: $W_{ελ}(1 \rightarrow 2) = -\Delta U = U_1 - U_2$

Όπου U είναι μια συνάρτηση της θέσης που ονομάζεται συνάρτηση δυναμικής ενέργειας: $U = \frac{1}{2} kx^2$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow U_1 = K_2 \Rightarrow \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow v = x \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow$$

$$v = 0,05 \cdot \sqrt{\frac{500}{2}} = 0,05 \cdot \sqrt{250} = 0,05 \cdot 5 \cdot \sqrt{10} \Rightarrow v = 0,791 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(β) Εφόσον υπάρχει τριβή ολίσθησης $f = \mu N \Rightarrow f = \mu mg$, η ενέργεια δεν διατηρείται και έτσι χρησιμοποιούμε το Θεώρημα της Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας.

$$\Delta K = W_{ολ} \Rightarrow K_2 - K_1 = W_{ελ} + W_f \Rightarrow K_2 = U_1 - U_2 - f \cdot x \Rightarrow \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} kx^2 - 0 - \mu N \cdot x \Rightarrow$$

$$mv^2 = kx^2 - 2\mu mg \cdot x \Rightarrow v^2 = \frac{k}{m} x^2 - 2\mu g \cdot x \Rightarrow v = \sqrt{\left(\frac{k}{m} x - 2\mu g\right) \cdot x} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{500}{2} \cdot 0,05 - 2 \cdot 0,350 \cdot 10\right) \cdot 0,05} = \sqrt{(250 \cdot 0,05 - 2 \cdot 3,5) \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 0,1 \sqrt{(25 \cdot 0,5 - 7) \cdot 5}$$

$$v = 0,1 \sqrt{(12,5 - 7) \cdot 5} = 0,1 \sqrt{5 \cdot 5} = 0,1 \sqrt{27,5} \Rightarrow v = 0,524 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Πρόβλημα 3

Δύο υλικά σημεία συγκρούονται κεντρικά και **ελαστικά** με αντίθετες ορμές. Να δείξετε ότι οι ταχύτητές τους μετά την κρούση απλά αναστρέφονται. Δηλαδή $v_1' = -v_1$ και $v_2' = -v_2$.

[μονάδες 2]

Αντίθετες ορμές αρχικά σημαίνει : $p_1 = -p_2 \Rightarrow m_1 v_1 = -m_2 v_2 \Rightarrow v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1$ (1)

Οι τελικές ταχύτητες δίνονται από τους γνωστούς τύπους της κεντρικής ελαστικής κρούσης

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \quad \text{και} \quad v_2' = v_1' (\text{με } 1 \leftrightarrow 2) \quad (2)$$

Οπότε αντικαθιστώντας την (1) στην (2) παίρνουμε απευθείας :

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 - \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{m_1}{m_2} v_1 = \frac{m_1 - m_2 - 2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = -v_1$$

Παρόμοια με τον αντίστοιχο τύπο και για την v_2'

$$\text{Ή από τη σχέση } v_2' + v_2 = v_1' + v_1 \Rightarrow v_2' + v_2 = 0 \Rightarrow v_2' = -v_2$$

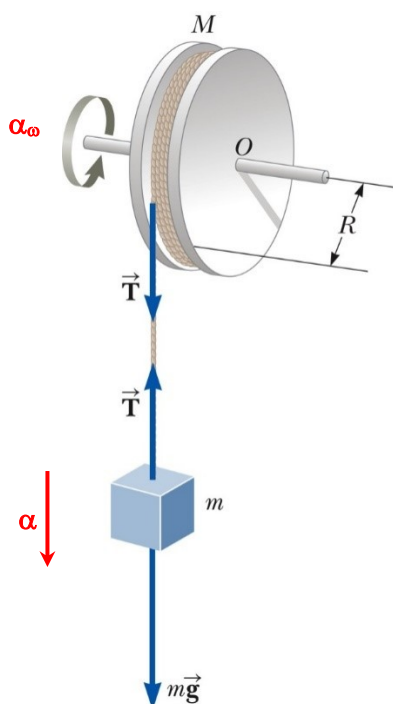
Πρόβλημα 4

Ένα σώμα μάζας $m = 5.10 \text{ kg}$ κρέμεται από το ελεύθερο άκρο ενός αβαρούς σχοινιού, το οποίο είναι τυλιγμένο γύρω από ένα καρούλι με ακτίνα $R = 0.250 \text{ m}$ και μάζα $M = 3.00 \text{ kg}$. Το καρούλι είναι ένας συμπαγής δίσκος, ο οποίος περιστρέφεται ελεύθερα στον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του Ο (Εικόνα 3). Το αναρτημένο σώμα αφήνεται να κατέβει προς το έδαφος. Βρείτε:

(α) την επιτάχυνση του σώματος

(β) την τάση T του σχοινιού.

Ροπή αδράνειας δίσκου ως προς το κέντρο του $I = \frac{1}{2} MR^2$.



Εικόνα 3

[μονάδες 2]

Θεωρούμε ότι το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει οπότε η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου συνδέεται με τη γραμμική επιτάχυνση του αναρτημένου σώματος με τη σχέση

$$a = \alpha_{\omega} R \Rightarrow \alpha_{\omega} = \frac{a}{R}$$

Γράφουμε το 2ο νόμο του Νεύτωνα (θεμελιώδης νόμος μηχανικής) στην κατάλληλη μορφή για τα δύο σώματα

$$\text{Μεταφορική κίνηση σώματος: } \sum F = ma \Rightarrow B - T = ma \quad (1)$$

$$\text{Στροφική κίνηση καρουλιού (δίσκου): } \sum \tau = I\alpha_{\omega} \Rightarrow TR = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \frac{a}{R} \Rightarrow T = \frac{1}{2}Ma \quad (2)$$

Προσθέτοντας τις (1) και (2) βρίσκουμε την a και αντικαθιστώντας στην (2) βρίσκουμε την T .

$$(1)+(2): B - T + T = ma + \frac{1}{2}Ma \Rightarrow mg = a \cdot \left(m + \frac{M}{2}\right) \Rightarrow a = \frac{mg}{m + \frac{M}{2}} \Rightarrow$$

$$a = \frac{5,1 \cdot 10}{5,1 + \frac{3}{2}} = \frac{51}{5,1 + 1,5} = \frac{51}{6,6} = \frac{3 \cdot 17}{3 \cdot 2,2} = \frac{17}{2,2} = \frac{170}{22} = \frac{85}{11} \Rightarrow \boxed{a = 7,73 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$T = \frac{1}{2}Ma = \frac{3 \cdot 7,73}{2} \Rightarrow \boxed{T = 11,6 \text{ N}}$$