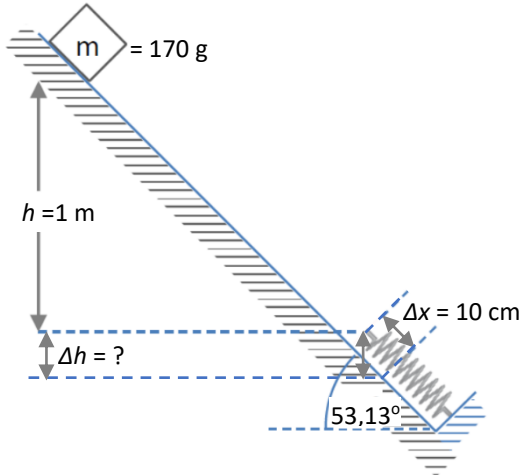


Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα και αξίας 2 μονάδων. $g = 10,0 \text{ N/kg}$

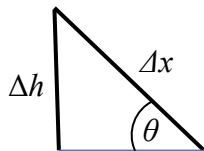


ΘΕΜΑ 1.

Το σώμα αφήνεται από την ηρεμία, από ύψος 1 m πάνω από την άκρη του ελατηρίου, ολισθαίνει χωρίς τριβές στο κεκλιμένο επίπεδο και όταν σταματάει έχει συσπειρώσει το ελατήριο κατά 10 cm.

Πόσο είναι το μικρό ύψος Δh που κατέβηκε παρακάτω από το 1 m. [1,25]

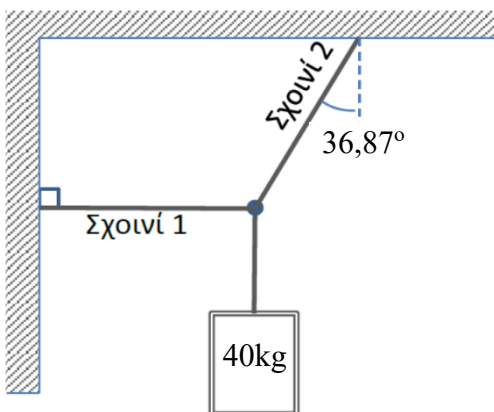
Ποια είναι η σταθερά του ελατηρίου. [1,25]



$$\sin \theta = \frac{\Delta h}{\Delta x} \Rightarrow \Delta h = \Delta x \sin \theta = 10 \cdot \sin 53,13^\circ = 10 \cdot 0,8 = 0,08 \text{ m} = 8 \text{ cm}$$

Αφού δεν υπάρχουν τριβές και το βάρος της μάζας και η δύναμη του ελατηρίου είναι διατηρητικές δυνάμεις η ενέργεια διατηρείται. Αρχικά υπάρχει μόνο δυναμική ενέργεια της βαρύτητας και τελικά μόνο δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

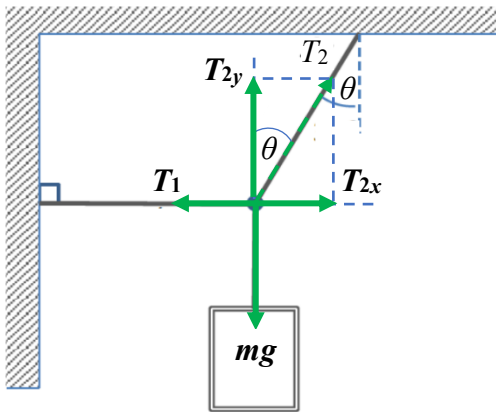
$$E_{\text{αρχ}} = E_{\text{τελ}} \Rightarrow mg(h + \Delta h) = \frac{1}{2} k \Delta x^2 \Rightarrow k = \frac{2mg(h + \Delta h)}{\Delta x^2} = \frac{2 \cdot 0,170 \cdot 10,0 \cdot (1 + 0,08)}{(0,1)^2} = 367,2 \approx 367 \text{ N/m}$$



ΘΕΜΑ 2.

Υπολογίστε την τάση του σχοινιού 1 [1,25]

και την τάση του σχοινιού 2 [1,25].



$$T_{2x} = T_2 \sin \theta$$

$$T_{2y} = T_2 \cos \theta$$

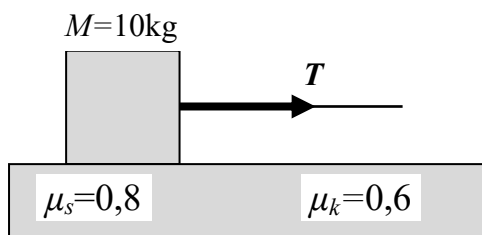
Οι τρεις δυνάμεις πρέπει να εξουδετερώνονται (ισορροπούν)

$$\sum \vec{F} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + m\vec{g} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_{2x} - T_1 = 0 \\ T_{2y} - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_2 \sin \theta = T_1 & (1) \\ T_2 \cos \theta = mg & (2) \end{cases}$$

Από την (2) βρίσκουμε την T_2 και αντικαθιστώντας στην (1) βρίσκουμε την T_1 .

$$T_2 = \frac{mg}{\cos \theta} = \frac{40 \cdot 10,0}{\cos 36,9^\circ} = \frac{400}{0,8} = 500 \text{ N}$$

$$T_1 = T_2 \sin \theta = 500 \cdot \sin 36,87^\circ = 500 \cdot 0,6 = 300 \text{ N}$$



ΘΕΜΑ 3.

Ατσάλινο σώμα πάνω σε ατσάλινο δάπεδο τραβιέται από οριζόντιο σχοινί.

Ποια είναι η ελάχιστη απαιτούμενη τάση T του σχοινιού ώστε το σώμα να μετακινηθεί; [0,5]

Αν η τάση είναι 80 N τι επιτάχυνση θα αποκτήσει το σώμα; [1]

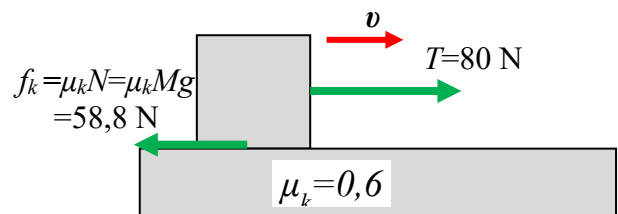
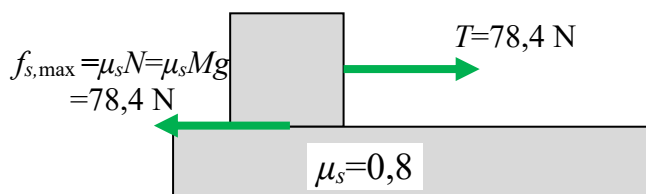
Τι ταχύτητα θα έχει το σώμα όταν θα έχει μετακινηθεί κατά 95 cm; [1]

Το σώμα ισορροπεί στον κατακόρυφο άξονα άρα η κάθετη αντίδραση από το οριζόντιο δάπεδο είναι ίση με το βάρος του : $N = Mg = 10 \cdot 10 = 100 \text{ N}$

Για να ξεκουνησουμε με το σχοινί το σώμα, πρέπει να του ασκήσουμε δύναμη τουλάχιστον ίση με τη μέγιστη στατική τριβή που μπορεί να του ασκήσει το δάπεδο.

$$T \geq f_{s,\max} \Rightarrow T \geq \mu_s N \Rightarrow T_{\min} = \mu_s Mg = 0,8 \cdot 10 \cdot 10 = 80,0 \text{ N}$$

Στα πρόθυρα της κίνησης



Αφού η τάση των 80 N που ασκούμε με το σχοινί είναι ίση με τη μέγιστη στατική τριβή το σώμα δεν θα κινηθεί.

$$\sum F = Ma \Rightarrow T - f_{s,\max} = Ma \Rightarrow a = \frac{T - f_{s,\max}}{M} = \frac{80 - 80}{M} = 0 \text{ m/s}^2$$

Η ταχύτητα με το διάστημα συνδέονται από την παρακάτω σχέση της κινηματικής που ισχύει για την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

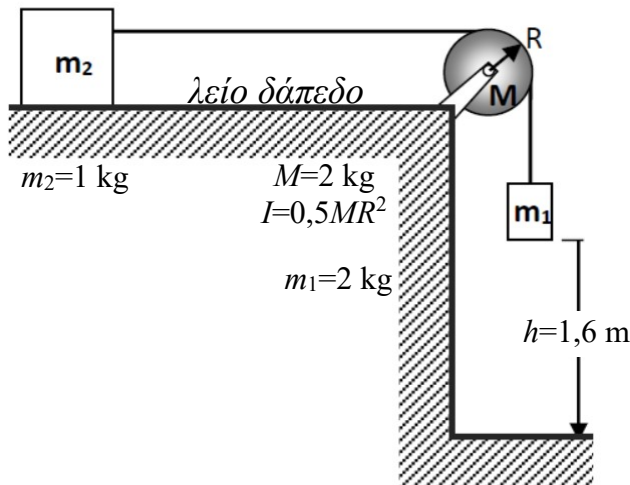
$$v^2 = 2a\Delta x = 2 \cdot 0 \cdot 0,95 = 0 \Rightarrow v = 0 \text{ m/s}$$

Έστω όμως ότι δεχόμαστε ότι στα 80 N η στατική τριβή καταργείται και η τριβή γίνεται κινητική. Τότε

$$\sum F = Ma \Rightarrow T - f_k = Ma \Rightarrow a = \frac{T - \mu_k N}{M} = \frac{80 - 0,6 \cdot 100}{10} = \frac{80 - 60}{10} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$v^2 = 2a\Delta x = 2 \cdot 2 \cdot 0,95 = 3,8 \Rightarrow v = 1,96 \text{ m/s}$$

Τα παίρνω και τα δύο σωστά. Έπρεπε να βάλω τάση μεγαλύτερη από 80 N.

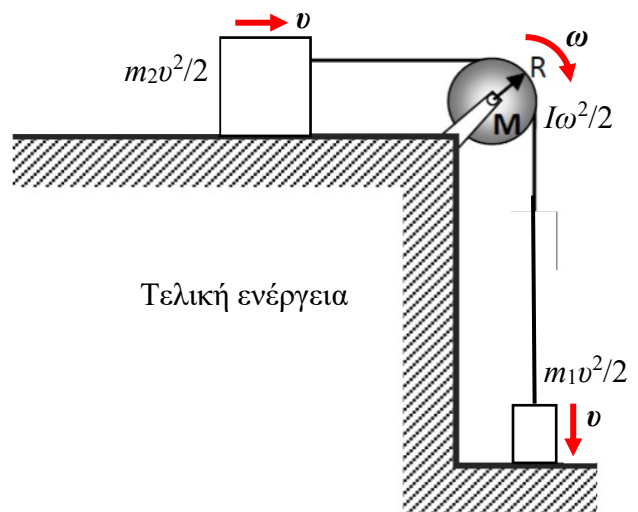
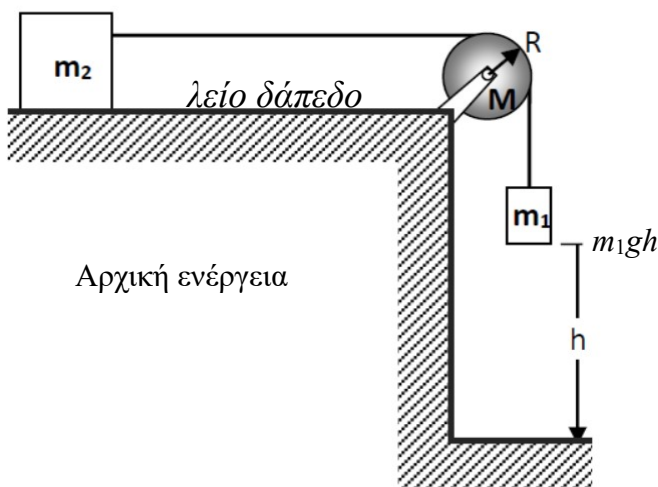


ΘΕΜΑ 4.

Το σύστημα αφήνεται από την ηρεμία. Το νήμα γυρίζει μαζί με την τροχαλία χωρίς να γλιστράει πάνω της.

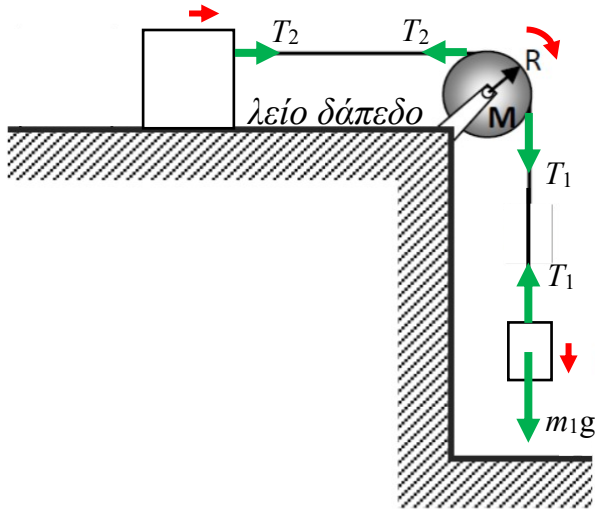
Με τι ταχύτητα φτάνει η μάζα m_1 στο έδαφος; [1,25]
Ποια είναι η επιτάχυνση των μαζών m_1 και m_2 ; [1,25]

Θεωρούμε το νήμα άμαζο και μη εκτατό. Οι δύο μάζες θα κινούνται με την ίδια επιτάχυνση και ταχύτητα. Αφού το νήμα δεν γλιστράει, τότε $v = \omega R$ και $a = \alpha R$, ώστε τα σημεία της περιμέτρου της τροχαλίας να κινούνται με την ίδια ταχύτητα με το νήμα που έχει ίδια ταχύτητα με τις δυο μάζες. Εφόσον δεν υπάρχουν τριβές, η ενέργεια διατηρείται.



$$E_{\text{αρχ}} = E_{\text{τελ}} \Rightarrow m_1 gh = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \Rightarrow 2m_1 gh = (m_1 + m_2) v^2 + 0,5MR^2 \frac{v^2}{R^2} \Rightarrow$$

$$v^2 = \frac{2m_1gh}{m_1 + m_2 + 0,5M} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 1,6}{2+1+0,5 \cdot 2}} = \sqrt{10 \cdot 1,6} \Rightarrow v = 4,0 \text{ m/s}$$



Τα μέτρα και οι κατευθύνσεις των δυνάμεων που προκαλούν την κίνηση φαίνονται στο διπλανό σχήμα

Για να βρούμε την επιτάχυνση εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής (2^{ος} νόμος Νεύτωνα) για την μεταφορική κίνηση των μαζών και την περιστροφική κίνηση της τροχαλίας.

Μεταφορική κίνηση m_1 : $\sum_{m_1} F = m_1 a \Rightarrow m_1 g - T_1 = m_1 a \quad (1)$

Μεταφορική κίνηση m_2 : $\sum_{m_2} F = m_2 a \Rightarrow T_2 = m_2 a \quad (2)$

Περιστροφική κίνηση M : $\sum_M \tau = I \alpha \Rightarrow T_1 R - T_2 R = 0,5 M R^2 \frac{a}{R} \Rightarrow T_1 - T_2 = 0,5 M a \quad (3)$

Αθροίζοντας τις τρεις εξισώσεις οι τάσεις απαλείφονται και βρίσκουμε την επιτάχυνση

$$(1)+(2)+(3) : m_1 g - T_1 + T_2 + T_1 - T_2 = m_1 a + m_2 a + 0,5 M a \Rightarrow a = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2 + 0,5 M} = \frac{2 \cdot 10,0}{2+1+0,5 \cdot 2} = 5,0 \text{ m/s}^2$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ