

ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑ Ι

Κεφάλαιο 2

Νόμοι στα ηλεκτρικά κυκλώματα

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Τοπολογία ηλεκτρικών κυκλωμάτων: Κόμβοι, κλάδοι, βρόχοι.
- Κανόνες του Kirchhoff

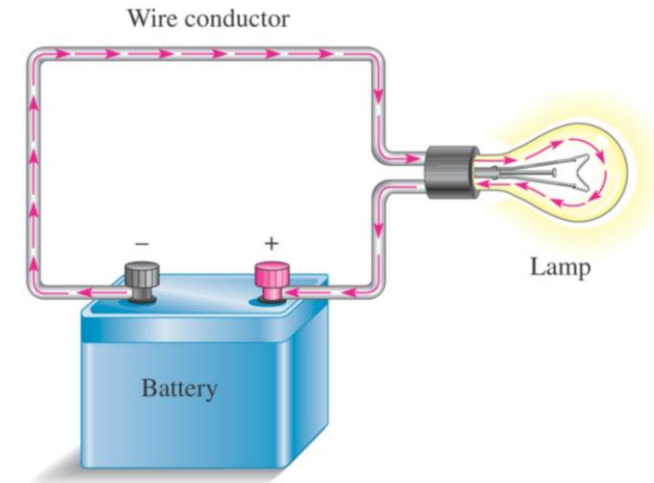
Το Ηλεκτρικό Κύκλωμα

(Electric Circuit)

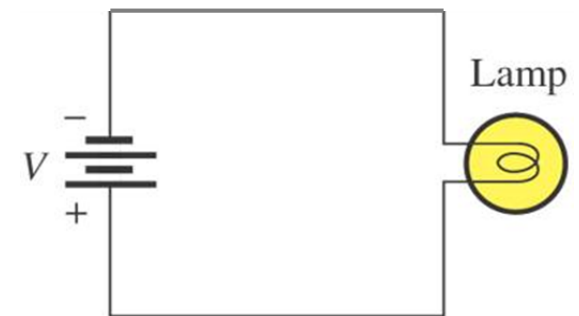
- Το βασικό ηλεκτρικό κύκλωμα αποτελείται από
 - μια πηγή τάσης (battery),
 - ένα φορτίο (lamp) και
 - συρμάτινους αγωγούς (wire conductors)
- **Φορτίο (load)** είναι κάθε συσκευή πάνω στην οποία γίνεται έργο* (W), δηλαδή καταναλώνεται η ενέργεια, που παράγει η πηγή τάσης.

* Έργο: Κίνηση, φως, θερμότητα ή συνδυασμός τους.

Παράδειγμα: το έργο που γίνεται στον λαμπτήρα (lamp) του διπλανού κυκλώματος είναι συνδυασμός φωτός και θερμότητας.



Ηλεκτρικό κύκλωμα

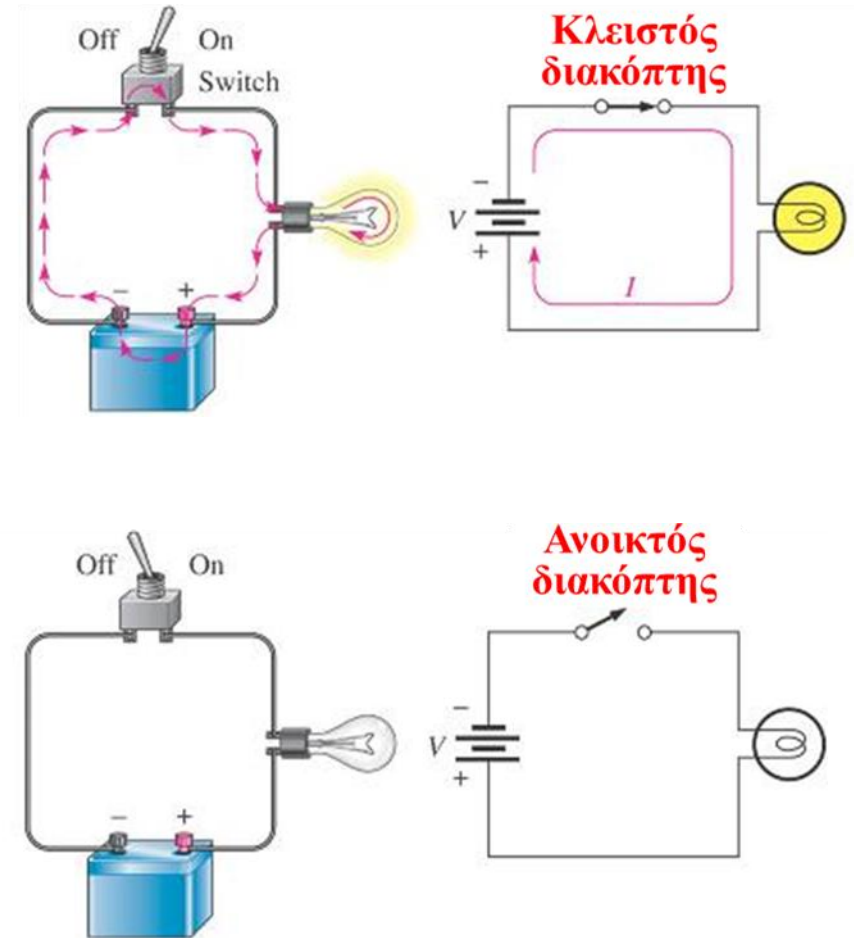


Σχηματικό διάγραμμα (schematics)
ηλεκτρικού κυκλώματος

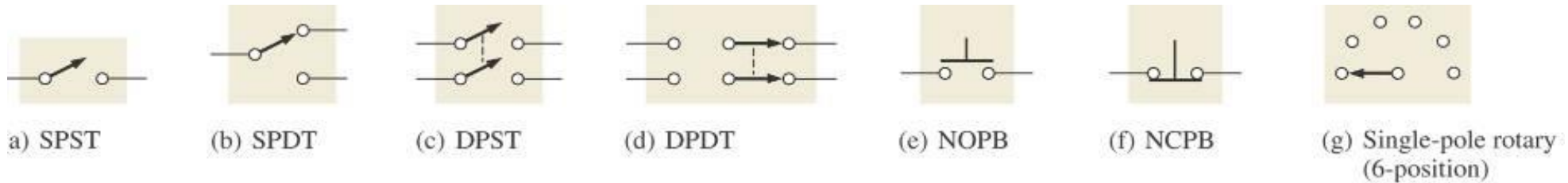
Κλειστά και Ανοικτά Κυκλώματα

(Closed and Open Circuits)

- **Κλειστό κύκλωμα** λέγεται εκείνο στο οποίο το ρεύμα έχει μια πλήρη διαδρομή.
- **Ανοικτό κύκλωμα** είναι ένα κύκλωμα στο οποίο η διαδρομή του ρεύματος διακόπτεται (δεν υπάρχει ρεύμα).

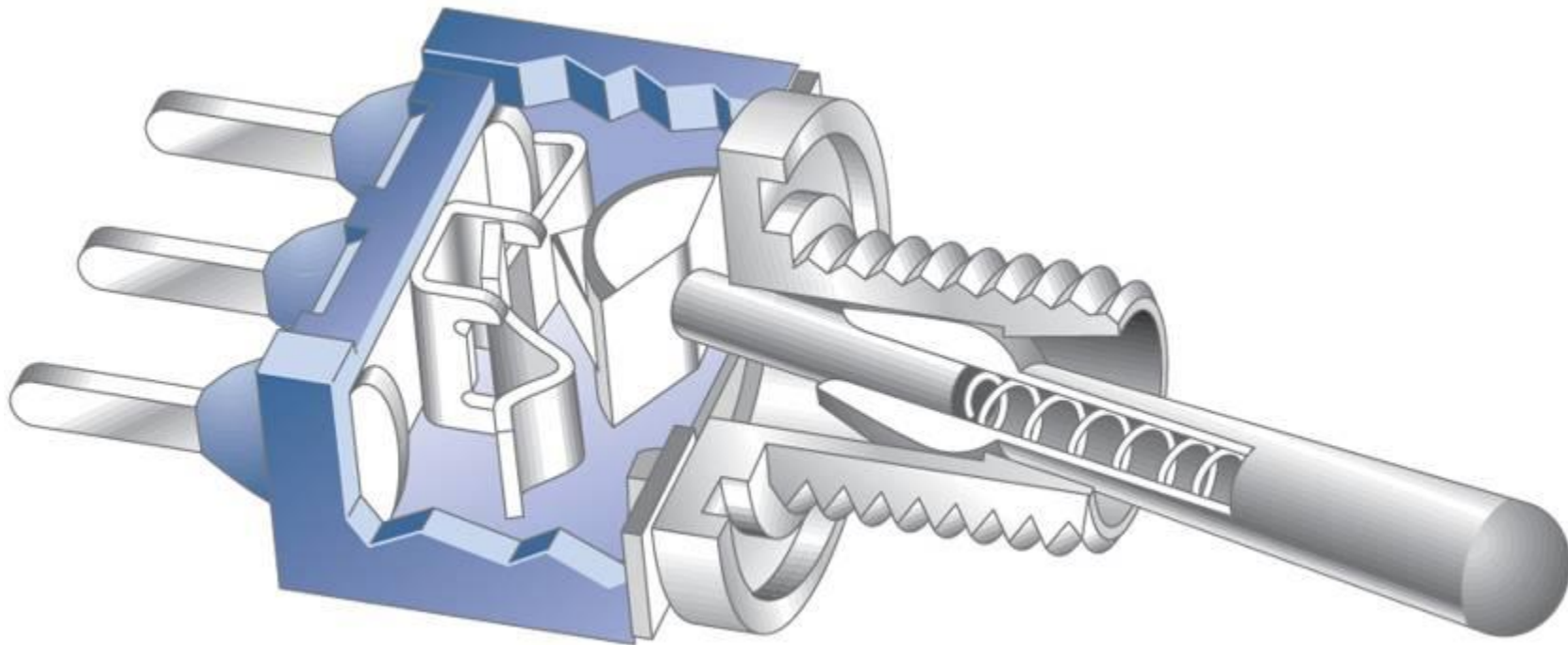


Διακόπτες (switches): Τύποι και Σύμβολα



- a) **Απλού πόλου - απλής επαφής (Single-Pole-Single-Throw, SPST):** επιτρέπει τον έλεγχο του ρεύματος σε ένα απλό κύκλωμα.
- b) **Απλού πόλου-διπλής επαφής (Single-Pole-Double-Throw, SPDT):** επιτρέπει τον έλεγχο του ρεύματος σε δύο διαφορετικά κυκλώματα.
- c) **Διπλού πόλου-απλής επαφής (Double-Pole-Single-Throw, DPST):** επιτρέπει ταυτόχρονο άνοιγμα ή κλείσιμο δύο ομάδων επαφών.
- d) **Διπλού πόλου- διπλής επαφής (Double-Pole-Double-Throw, DPDT):** εξασφαλίζει τη μεταγωγή μεταξύ δυο ομάδων επαφών.
- e) **Μπουτόν κανονικά ανοικτό (Normally Open Push Button, NOPB):** η σύνδεση μεταξύ των δύο επαφών γίνεται όταν το μπουτόν είναι πιεσμένο.
- f) **Μπουτόν κανονικά κλειστό (Normally Closed Push Button, NCPB):** η σύνδεση μεταξύ των δύο επαφών διακόπτεται όταν το μπουτόν είναι πιεσμένο.
- g) **Περιστροφικός διακόπτης (rotary).** Επιτρέπει τη σύνδεση μεταξύ μιας κεντρικής επαφής και μιας από μια από μια ομάδα περιφερειακών επαφών.

Άποψη της δομής ενός συνηθισμένου διακόπτη με ελατήριο (toggle switch).



Τοπολογία ηλεκτρικών κυκλωμάτων

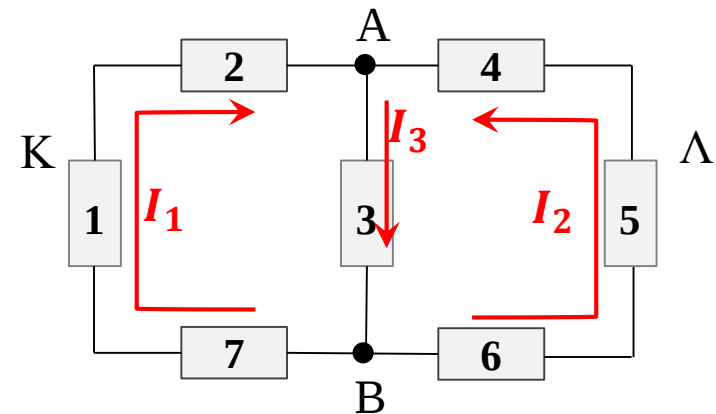
Τα ρεύματα και οι τάσεις στα διάφορα στοιχεία (πηγές και φορτία) ενός κυκλώματος καθορίζονται από

- τις τιμές των στοιχείων του (π.χ., τιμές πηγών τάσης σε V, τιμές αντιστάσεων σε Ω)
- την **τοπολογία** του κυκλώματος, δηλαδή το τρόπο σύνδεσης των στοιχείων μεταξύ τους.

Κλάδος (branch) ονομάζεται ένα τμήμα του κυκλώματος που διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα. Ένας κλάδος περιλαμβάνει ένα ή περισσότερα στοιχεία του κυκλώματος.

Παράδειγμα: στο διπλανό κύκλωμα, αποτελούμενο από 7 στοιχεία (πηγές ή αντιστάσεις), υπάρχουν 3 κλάδοι,

- ο κλάδος **AKB** που περιλαμβάνει τα στοιχεία 1, 2 και 7 και διαρρέεται από το ρεύμα I_1 ,
- ο κλάδος **AΛB** που περιλαμβάνει τα στοιχεία 4, 5 και 6 και διαρρέεται από το ρεύμα I_2 , και
- ο κλάδος **AB** που με το στοιχείο 3 και διαρρέεται από το ρεύμα I_3 .

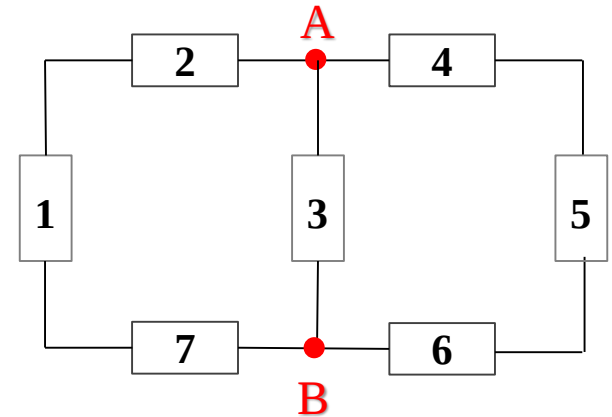


Τοπολογία ηλεκτρικών κυκλωμάτων (. . . Συνέχεια)

Κόμβος (node) ονομάζεται το σημείο στο οποίο ενώνονται (συντρέχουν) τρεις ή περισσότεροι κλάδοι.

Παράδειγμα: στο διπλανό κύκλωμα υπάρχουν 2 κόμβοι,

- ο κόμβος **A**
- και ο κόμβος **B**.

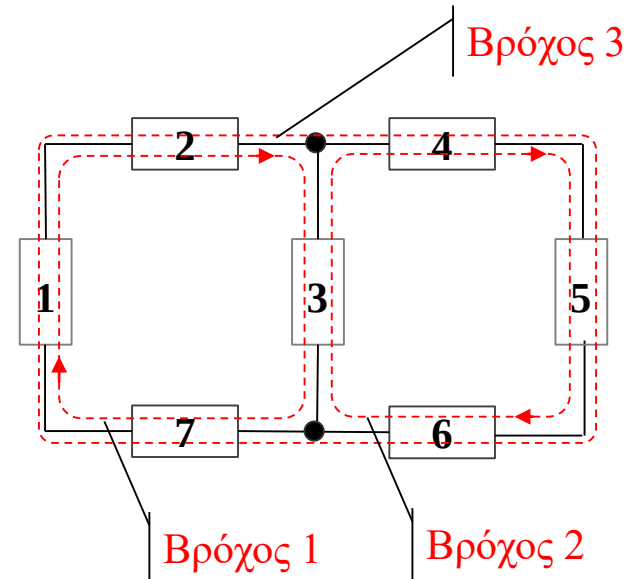


Βρόχος (mesh) ονομάζεται μια κλειστή διαδρομή του κυκλώματος.

Ελάχιστος ένας βρόχος που δεν περικλείει άλλους βρόχους.

Παράδειγμα: το διπλανό κύκλωμα έχει 3 βρόχους,

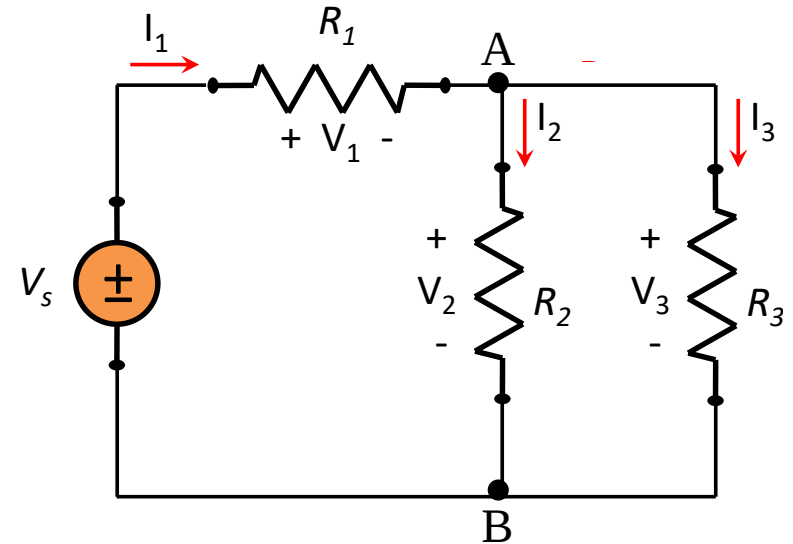
- τον ελάχιστο βρόχο 1 που διατρέχει τα στοιχεία 1, 2, 3 και 7
- τον ελάχιστο βρόχο 2 που διατρέχει τα στοιχεία 3, 4, 5 και 6
- Και τον (μη-) ελάχιστο βρόχο 3 που διατρέχει τα στοιχεία 1, 2, 4, 5, 6 και 7



Τοπολογία ηλεκτρικών κυκλωμάτων (. . . Συνέχεια)

Παράδειγμα: το κύκλωμα της εικόνας δίπλα έχει:

- 2 κόμβους (A και B),
- 3 κλάδους (τον κλάδο που περιλαμβάνει την πηγή V_s και την αντίσταση R_1 , τον κλάδο με την αντίσταση R_2 και τον κλάδο της αντίστασης R_3)
- 3 βρόχους, δύο ελάχιστους και ένα μη ελάχιστο.



Η πηγή V_s και η αντίσταση R_1 συνδέονται με τρόπο που να διαρρέονται πάντα από το ίδιο ρεύμα. Λέμε ότι είναι συνδεδεμένες **σε σειρά**.

Οι αντιστάσεις R_2 και R_3 συνδέονται με τρόπο που να έχουν πάντα στα άκρα τους την ίδια τάση. Λέμε ότι συνδέονται **παράλληλα**.

Η σύνδεση στοιχείων σε σειρά ή παράλληλα είναι δύο ειδικές συνδεσμολογίες.

Ο Νόμος των Ρευμάτων του Kirchhoff

(Kirchhoff's Current Law)

Σε κάθε **κόμβο** οποιουδήποτε κυκλώματος ισχύει ο **νόμος ρευμάτων του Kirchhoff**:

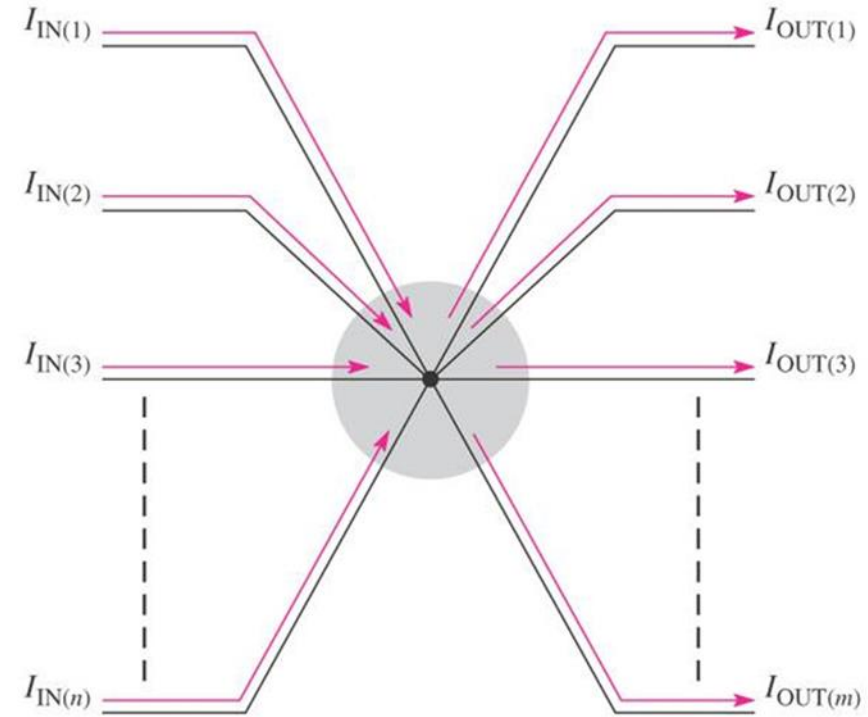
το αλγεβρικό άθροισμα όλων των ρευμάτων σε έναν κόμβο ισούται με το μηδέν

$$I_{IN(1)} + I_{IN(2)} + \dots + I_{IN(n)} - I_{OUT(1)} - I_{OUT(2)} - \dots - I_{OUT(m)} = 0$$

ή, αλλιώς,

το άθροισμα των ρευμάτων που εισέρχονται σε έναν κόμβο είναι ίσο με το άθροισμα των ρευμάτων που εξέρχονται από τον κόμβο

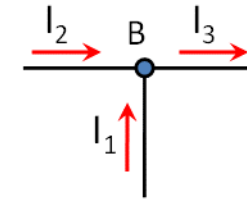
$$I_{IN(1)} + I_{IN(2)} + \dots + I_{IN(n)} = I_{OUT(1)} + I_{OUT(2)} + \dots + I_{OUT(m)}$$



Ο Νόμος των Ρευμάτων του Kirchhoff : Παραδείγματα

Στον κόμβο B του σχήματος και δεδομένης της φοράς με την οποία έχουν οριστεί τα ρεύματα έχουμε:

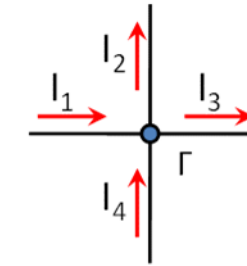
$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad \text{ή} \quad I_1 + I_2 = I_3$$



Κόμβος που σχηματίζεται από την ένωση τριών κλάδων

Στον κόμβο Γ του σχήματος δίπλα και δεδομένης της φοράς με την οποία έχουν οριστεί τα ρεύματα έχουμε:

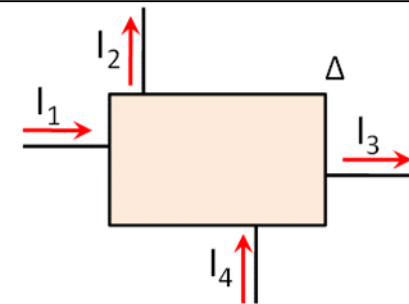
$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 = 0 \quad \text{ή} \quad I_1 + I_4 = I_2 + I_3$$



Κόμβος που σχηματίζεται από την ένωση τεσσάρων

Στον κόμβο που σχηματίζει το κύκλωμα Δ του σχήματος δίπλα, έχουμε:

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 = 0 \quad \text{ή} \quad I_1 + I_4 = I_2 + I_3$$



Τέσσερις κλάδοι συνδέονται σε ένα κύκλωμα

Εικονογραφημένο παράδειγμα του νόμου των ρευμάτων του Kirchhoff

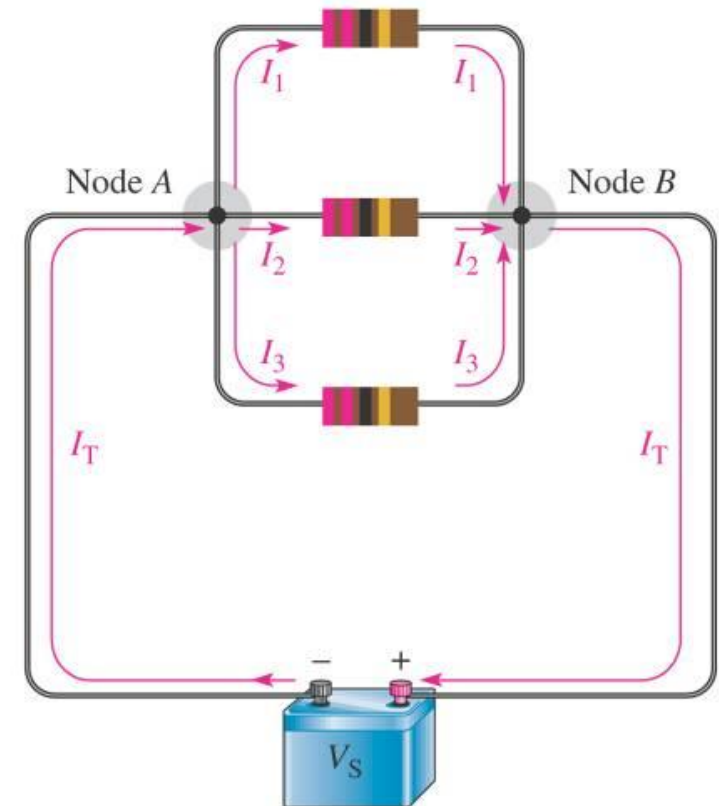
Στον κόμβο A: $I_T = I_1 + I_2 + I_3$

Στον κόμβο B: $I_1 + I_2 + I_3 = I_T$

Η δεύτερη εξίσωση είναι ίδια με την πρώτη, άρα, στο κύκλωμα δίπλα των 2 κόμβων, τα άγνωστα ρεύματα συνδέονται μόνο με 1 εξίσωση.

Γενικά, σε ένα κύκλωμα με N κόμβους μπορούμε να γράψουμε $N-1$ ανεξάρτητες* εξισώσεις εφαρμόζοντας τον νόμο των ρευμάτων του Kirchhoff.

*Εννοούμε ότι η N -οστή εξίσωση είναι ίδια με (προκύπτει από) τις υπόλοιπες $N-1$.



Παράδειγμα 2-1 (Σελ. 45, Κ. Παπαδόπουλου ‘Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων’)

Υπολογίστε την ισχύ που παρέχει ή καταναλώνει κάθε πηγή ρεύματος, την ισχύ που καταναλώνει κάθε αντίσταση του κυκλώματος και τα ρεύματα στις αντιστάσεις.

Λύση

Το κύκλωμα περιλαμβάνει 2 κόμβους, τους A και B (μπορεί να φανεί καλύτερα στην ισοδύναμη παράσταση από κάτω).

Εφαρμόζοντας το νόμο ρευμάτων του Kirchhoff παίρνουμε 1 εξίσωση (π.χ., από τον κόμβο A):

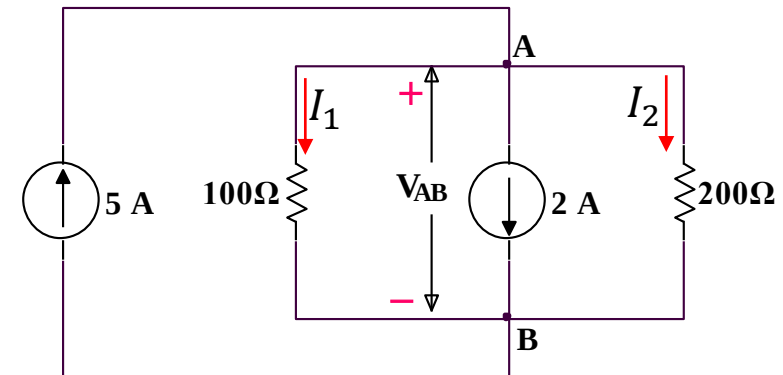
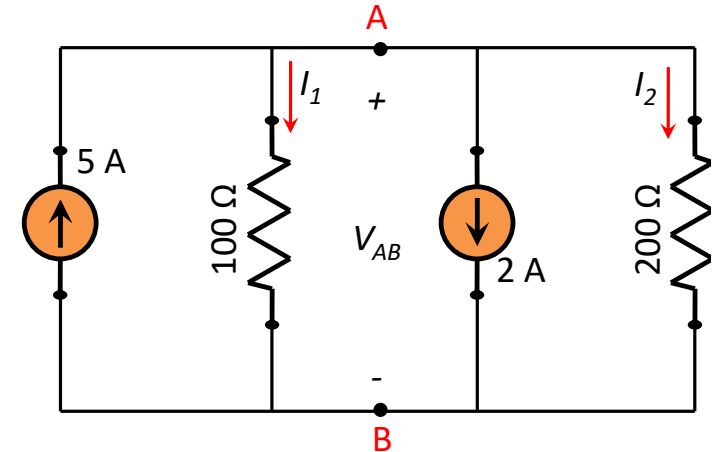
$$-5 + I_1 + 2 + I_2 = 0$$

Χρησιμοποιώντας το νόμο του Ohm, εκφράζουμε τα ρεύματα των αντιστάσεων I_1, I_2 συναρτήσει της (άγνωστης) τάσης V_{AB} του κυκλώματος:

$$-5 + \frac{V_{AB}}{100} + 2 + \frac{V_{AB}}{200} = 0$$

Λύνοντας, υπολογίζουμε την άγνωστη τάση

$$-3 + \frac{3 \cdot V_{AB}}{200} = 0 \Rightarrow \frac{3 \cdot V_{AB}}{200} = 3 \Rightarrow \frac{V_{AB}}{200} = 1 \Rightarrow V_{AB} = 200 \text{ V} \quad (\text{συνεχίζεται} \dots)$$



Λύση (... συνέχεια)

Υπολογίζουμε τις ζητούμενες ισχύς των στοιχείων (πηγών-αντιστάσεων):

- Η πηγή ρεύματος των 5A παράγει ισχύ (γιατί;)

$$P_{5A} = V_{AB} \cdot (5A) = (200\text{ V})(5A) = 1000\text{ W} \\ = 1\text{ kW}$$

- Η δεύτερη πηγή ρεύματος των 2A καταναλώνει ισχύ (γιατί;)

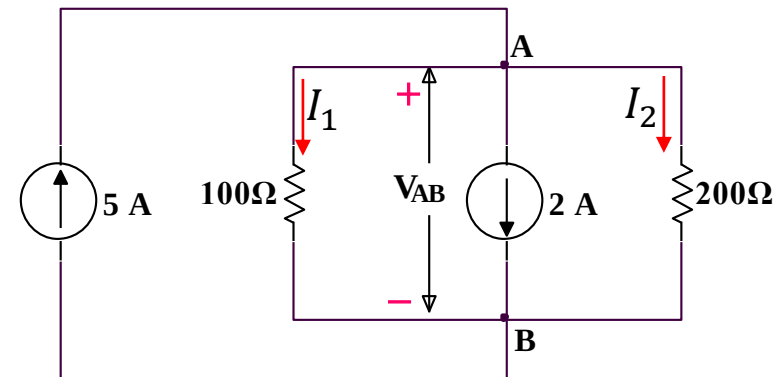
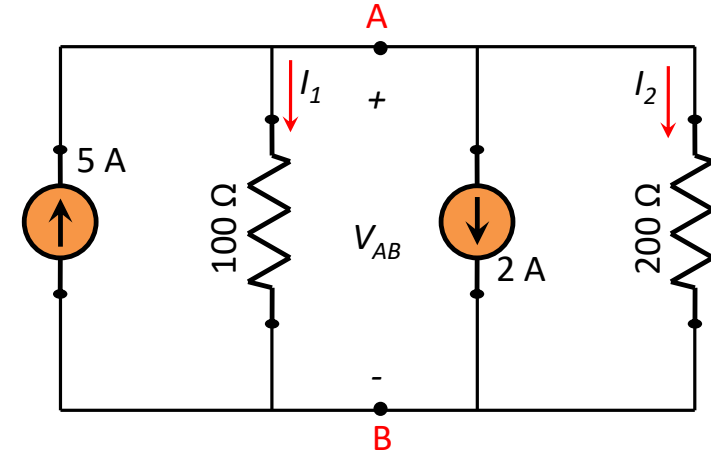
$$P_{2A} = V_{AB} \cdot (2A) = (200\text{ V})(2A) = 400\text{ W}$$

- Η ισχύς που καταναλώνει κάθε αντίσταση είναι:

$$P_{100\Omega} = \frac{V_{AB}^2}{100} = \frac{200^2}{100} = 400\text{ W}$$

και

$$P_{200\Omega} = \frac{V_{AB}^2}{200} = \frac{200^2}{200} = 200\text{ W}$$



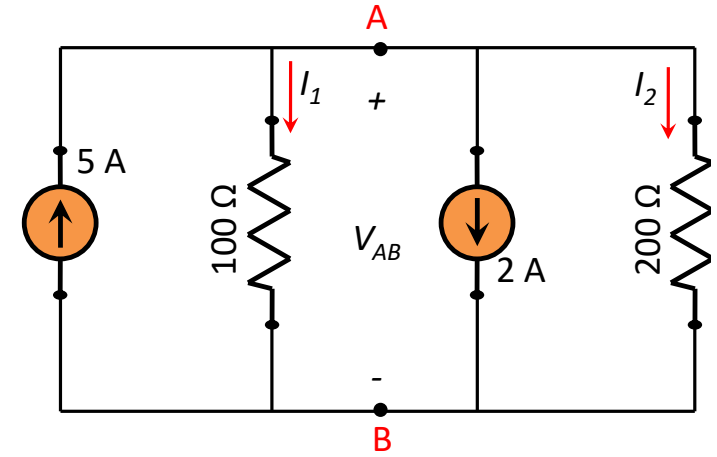
Λύση (... συνέχεια)

Τα ρεύματα που διαρρέουν τις δύο αντιστάσεις δίνονται από το νόμο του Ohm:

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{100} = \frac{200}{100} = 2 \text{ A}$$

και

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{200} = \frac{200}{200} = 1 \text{ A}$$



Παράδειγμα 2-2 (Σελ. 46, Κ. Παπαδόπουλου ‘Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων’)

Υπολογίστε την ισχύ που παρέχει ή καταναλώνει κάθε πηγή ρεύματος και την ισχύ που καταναλώνει κάθε αντίσταση του κυκλώματος.

Λύση

Το κύκλωμα είναι όμοιο με του Παραδείγματος 2-1. Διαφέρουν, μόνον, στον τύπο της δεύτερης πηγής ρεύματος (πηγή ρεύματος ελεγχόμενη από ρεύμα, $I = 5 \cdot I_2$).

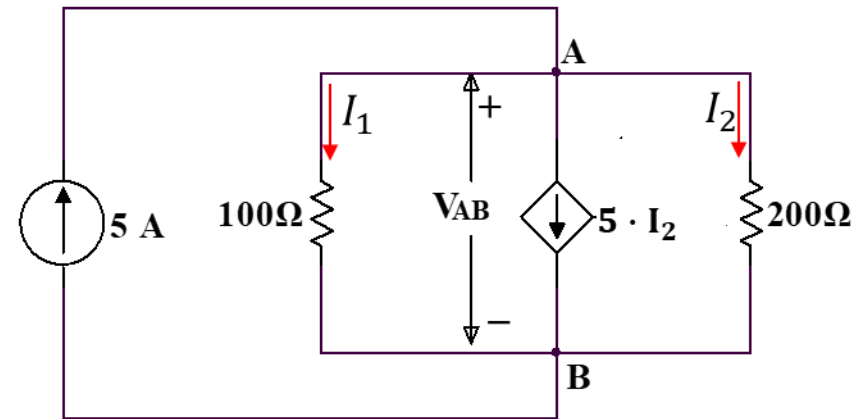
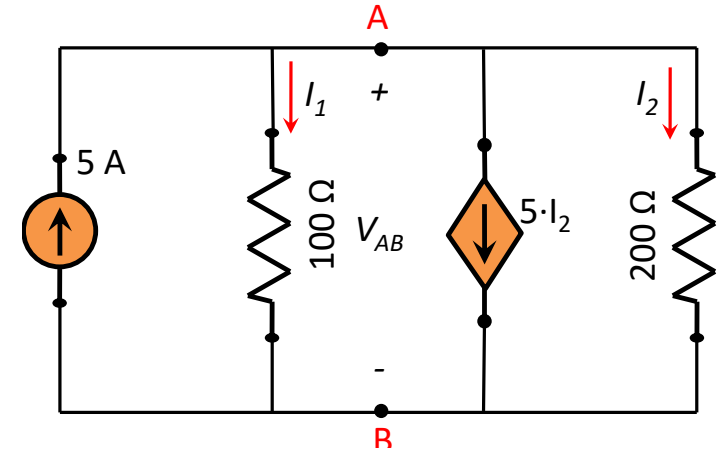
Εφαρμόζοντας το νόμο ρευμάτων του Kirchhoff παίρνουμε την εξίσωση (π.χ., από τον κόμβο Α):

$$-5 + I_1 + 5 \cdot I_2 + I_2 = 0$$

$$-5 + I_1 + 6 \cdot I_2 = 0$$

$$-5 + \frac{V_{AB}}{100} + 6 \frac{V_{AB}}{200} = 0$$

$$-5 + \frac{8 \cdot V_{AB}}{200} = 0 \Rightarrow \frac{8 \cdot V_{AB}}{200} = 5 \Rightarrow 8 \cdot V_{AB} = 1000 \Rightarrow V_{AB} = 125 \text{ V} \quad (\text{συνεχίζεται} \dots)$$



Λύση (. . . συνέχεια)

Από το νόμο του Ohm στην αντίσταση $200\ \Omega$, βρίσκουμε το ρεύμα I_2 , που ελέγχει την εξαρτημένη πηγή ρεύματος.

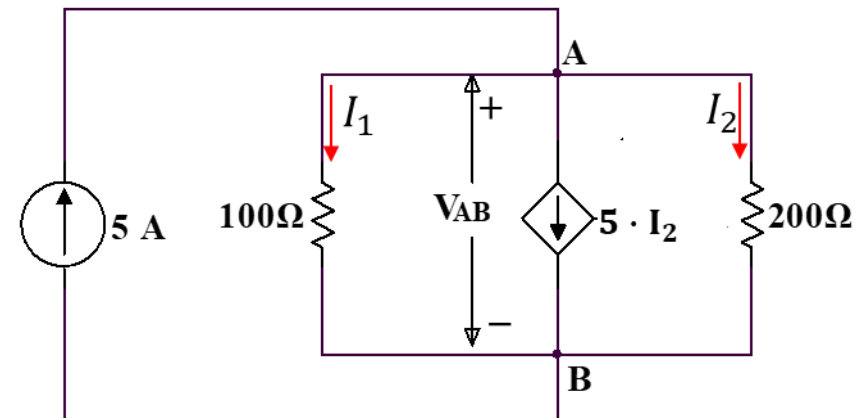
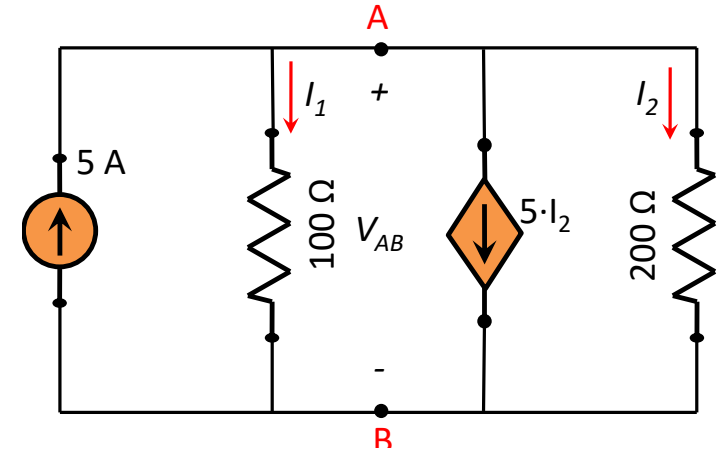
$$I_2 = \frac{V_{AB}}{200\ \Omega} = \frac{125\text{ V}}{200\ \Omega} = 0.625\text{ A}$$

Οι ζητούμενες ισχύς των στοιχείων είναι:

- Η πηγή ρεύματος των 5 A παράγει ισχύ
 $P_{5A} = V_{AB} \cdot (5\text{ A}) = (125\text{ V})(5\text{ A}) = 625\text{ W}$
- Η εξαρτημένη πηγή ρεύματος καταναλώνει ισχύ
 $P_{5I_2} = V_{AB} \cdot 5I_2 = (125\text{ V})(5 \cdot 0.625\text{ A}) \approx 391\text{ W}$
- Η ισχύς που καταναλώνει κάθε αντίσταση είναι:

$$P_{100\Omega} = \frac{V_{AB}^2}{100} = \frac{125^2}{100} \approx 156\text{ W}$$

$$P_{200\Omega} = \frac{125^2}{200} \approx 78\text{ W}$$



(συνεχίζεται . . .)

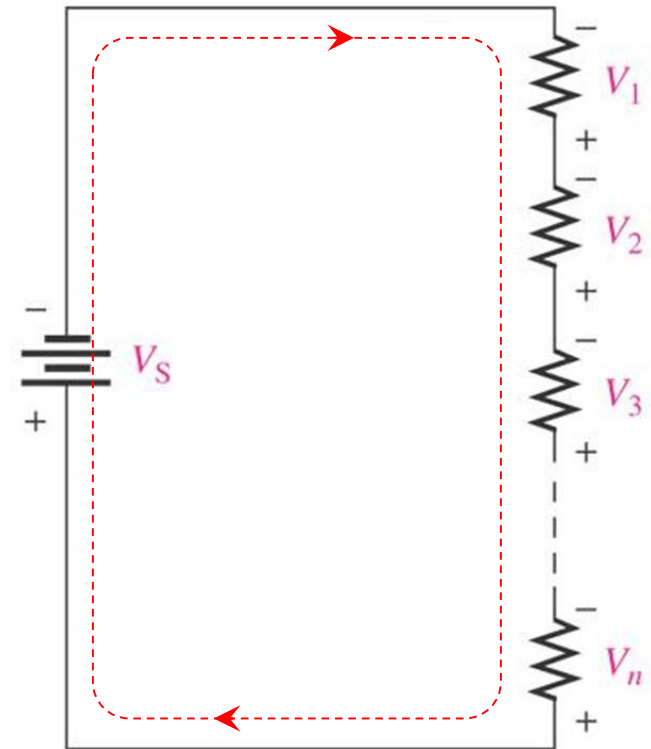
Ο Νόμος των Τάσεων του Kirchhoff

(Kirchhoff's Voltage Law)

Σε κάθε βρόχο (κλειστή διαδρομή) οποιουδήποτε κυκλώματος ισχύει ο **νόμος τάσεων του Kirchhoff**:

Το αλγεβρικό άθροισμα όλων των τάσεων κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής ισούται με το μηδέν

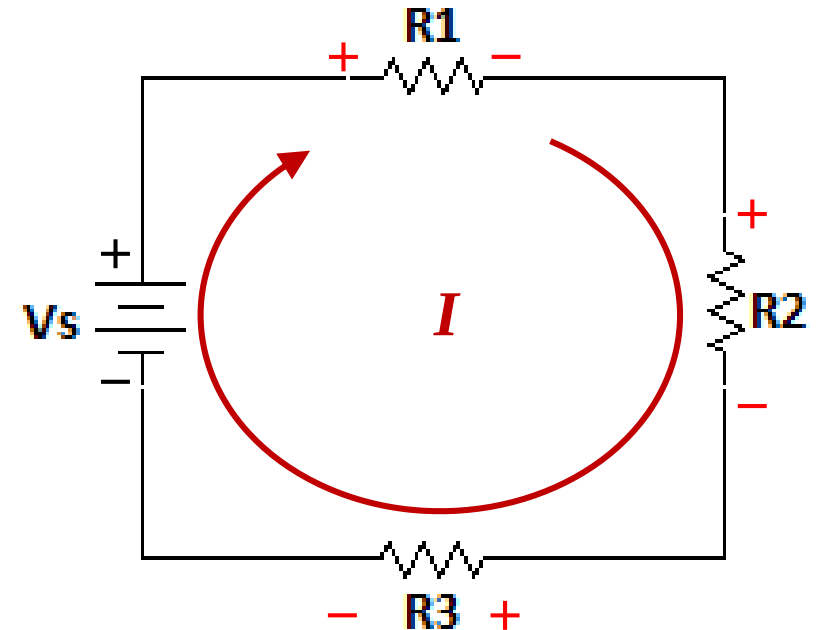
$$-V_S + V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n = 0$$



Εφαρμογή του νόμου των τάσεων του Kirchhoff

Βήμα 1° Σχεδιάζουμε το ρεύμα του βρόχου επιλέγοντας αυθαίρετα τη φορά.

Βήμα 2° Σημειώνουμε τις πτώσεις τάσης ($V = I \cdot R$) στις αντιστάσεις του βρόχου σύμφωνα με τη φορά του ρεύματος του βήματος 1. Η πολικότητα της πτώσης τάσης στην αντίσταση πέφτει στη φορά του ρεύματος

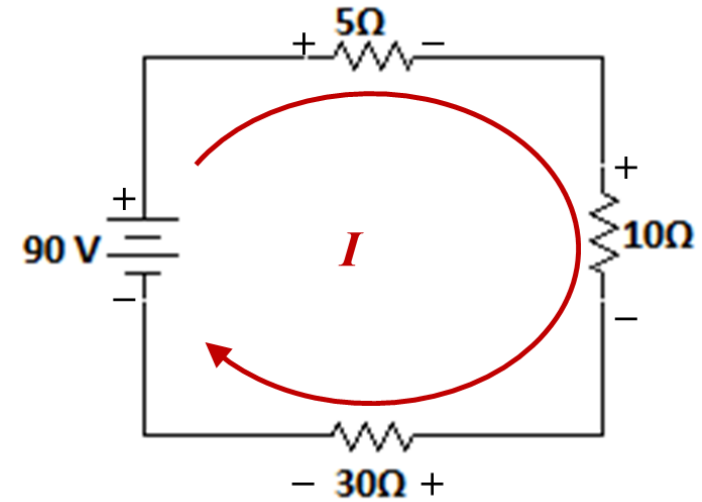


Βήμα 3° Γράφουμε το νόμο των τάσεων του Kirchhoff διατρέχοντας το βρόχο είτε δεξιόστροφα (CW) είτε αριστερόστροφα (CCW)

Παράδειγμα: (δεξιόστροφα) $V_S - I \cdot R_1 - I \cdot R_2 - I \cdot R_3 = 0$

Νόμος των τάσεων του Kirchhoff: Παραδείγματα

1. Γράψτε το νόμο τάσεων του Kirchhoff διατρέχοντας το βρόχο δεξιόστροφα και υπολογίστε το ρεύμα I του διπλανού κυκλώματος.



Δεξιόστροφα, ο νόμος γράφεται

$$90\text{ V} - I(5\Omega) - I(10\Omega) - I(30\Omega) = 0$$

Απ' αυτήν την εξίσωση, υπολογίζεται το ρεύμα

$$90\text{ V} - I(45\Omega) = 0 \Rightarrow 90\text{ V} = I(45\Omega) \Rightarrow I = \frac{90\text{ V}}{45\Omega} = 2\text{ A}$$

2. Γράψτε το νόμο τάσεων του Kirchhoff στο βρόχο του παραπάνω σχήματος διατρέχοντάς τον αριστερόστροφα. Υπολογίστε το ρεύμα I . Βρίσκεται διαφορά;

Αριστερόστροφα, ο νόμος γράφεται

$$-90\text{ V} + I(30\Omega) + I(10\Omega) + I(5\Omega) = 0$$

Η εξίσωση αυτή είναι ίδια με την παραπάνω. Λύνοντας, βρίσκουμε την ίδια τιμή ρεύματος

$$-90\text{ V} + I(45\Omega) = 0 \Rightarrow I(45\Omega) = 90\text{ V} \Rightarrow I = \frac{90\text{ V}}{45\Omega} = 2\text{ A}$$

Ο Νόμος των Τάσεων του Kirchhoff : Παραδείγματα

3. Γράψτε το νόμο τάσεων του Kirchhoff για τον ελάχιστο βρόχο ABEZA του διπλανού σχήματος.

Διατρέχοντας, π.χ., δεξιόστροφα, ο νόμος γράφεται

$$V_1 - V_2 - V_6 + V_7 = 0$$

4. Γράψτε το νόμο τάσεων του Kirchhoff για τον ελάχιστο βρόχο BΓΔΕΒ του διπλανού σχήματος.

Έχουμε (δεξιόστροφα)

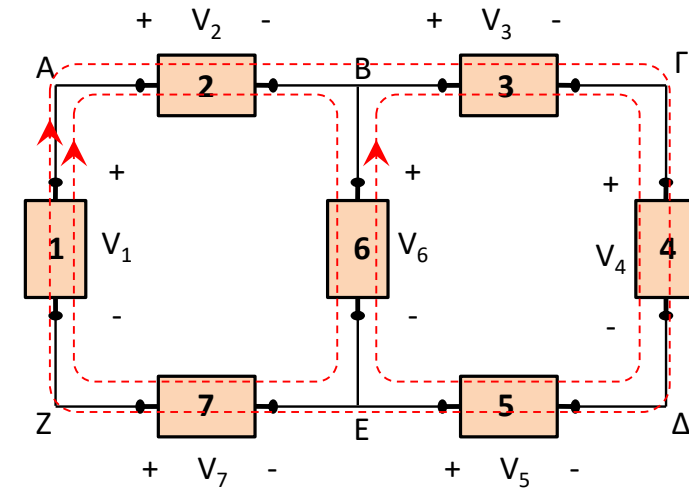
$$-V_3 - V_4 + V_5 + V_6 = 0$$

4. Γράψτε το νόμο τάσεων του Kirchhoff για τον μη-ελάχιστο βρόχο ΑΒΓΔΕΑ.

$$V_1 - V_2 - V_3 - V_4 + V_5 + V_7 = 0$$

Η τρίτη εξίσωση προκύπτει αν αθροίσουμε κατά μέρη τις άλλες δύο.

Γενικά, *σε ένα κύκλωμα μπορούμε να πάρουμε (από την εφαρμογή του νόμου τάσεων) τόσες ανεξάρτητες εξισώσεις όσοι είναι οι ελάχιστοι βρόχοι.*



Παράδειγμα 2-3 (Σελ. 50, Κ. Παπαδόπουλου ‘Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων’)

Υπολογίστε την ισχύ που παρέχει ή καταναλώνει κάθε πηγή τάσης και την ισχύ που καταναλώνει κάθε αντίσταση του κυκλώματος.

Λύση

Επιλέγουμε τη φορά του ρεύματος I αυθαίρετα και σημειώνουμε την πολικότητα της πτώσης τάσης σε κάθε αντίσταση.

Γράφουμε το νόμο των τάσεων του Kirchhoff (δεξιόστροφα)

$$100V - (100\Omega) \cdot I - 40V - (200\Omega) \cdot I = 0$$

$$60 - 300 \cdot I = 0 \Rightarrow I = \frac{60}{300} = 0.2 \text{ A}$$

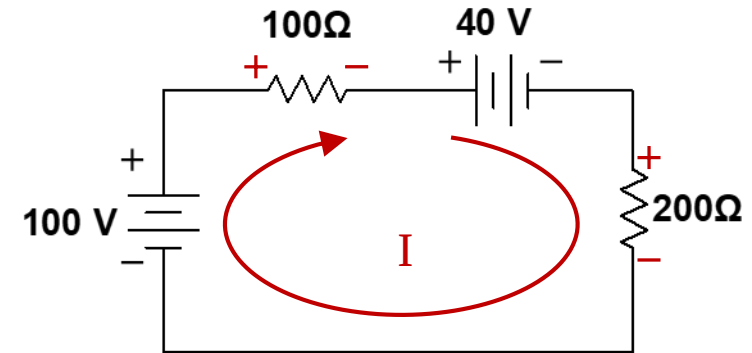
Γνωρίζοντας το ρεύμα, οι ισχύς των στοιχείων υπολογίζεται εύκολα

Η πηγή 100V παράγει ισχύ $P_{100V} = V \cdot I = (100 \text{ V})(0.2 \text{ A}) = 20 \text{ W}$

Η πηγή 40V καταναλώνει ισχύ $P_{40V} = (40 \text{ V})(0.2 \text{ A}) = 8 \text{ W}$

Η ισχύς που καταναλώνει κάθε αντίσταση είναι: $P_{100\Omega} = I^2 \cdot R = (0.2)^2(100) = 4 \text{ W}$

και $P_{200\Omega} = (0.2)^2 \cdot (200) = 8 \text{ W}$



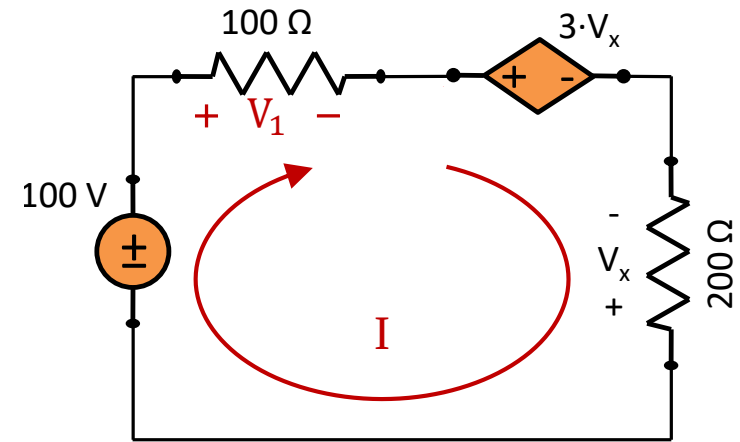
Παράδειγμα 2-4 (Σελ. 51, Κ. Παπαδόπουλου ‘Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων’)

Υπολογίστε την ισχύ που παρέχει ή καταναλώνει κάθε πηγή τάσης και την ισχύ που καταναλώνει κάθε αντίσταση του κυκλώματος.

Λύση

Το κύκλωμα, εκτός από τις δύο αντιστάσεις, περιλαμβάνει και δύο πηγές τάσης:

- μία ανεξάρτητη τιμής 100 V
- και μια εξαρτημένη της οποίας η τιμή ($3 \cdot V_x$) εξαρτάται από την τιμή της τάσης V_x στα άκρα της αντίστασης 200Ω με την πολικότητα που φαίνεται στο σχήμα.



Επιλέγουμε τη φορά του ρεύματος I αυθαίρετα και σημειώνουμε την πολικότητα της πτώσης τάσης στην αντίσταση 100Ω .

Γράφουμε το νόμο των τάσεων του Kirchhoff (δεξιόστροφα)

$$100V - V_1 - 3 \cdot V_x + V_x = 0$$

$$100V - V_1 - 2 \cdot V_x = 0$$

Από τον νόμο του Ohm, η πτώση τάσης στην αντίσταση 100Ω είναι $V_1 = I \cdot R = I(100\Omega)$ ενώ, στην αντίσταση 200Ω η πτώση τάση είναι $-V_x$ (γιατί;), δηλαδή, $-V_x = I \cdot R = I(200\Omega) \Rightarrow V_x = -I(200\Omega)$

(συνεχίζεται...)

Λύση (. . . συνέχεια)

Αντικαθιστούμε τις πτώσεις τάσης

$$V_1 = I(100 \Omega) \quad \text{και} \quad V_x = -I(200 \Omega)$$

στην εξίσωση του Kirchhoff $100V - V_1 - 2 \cdot V_x = 0$

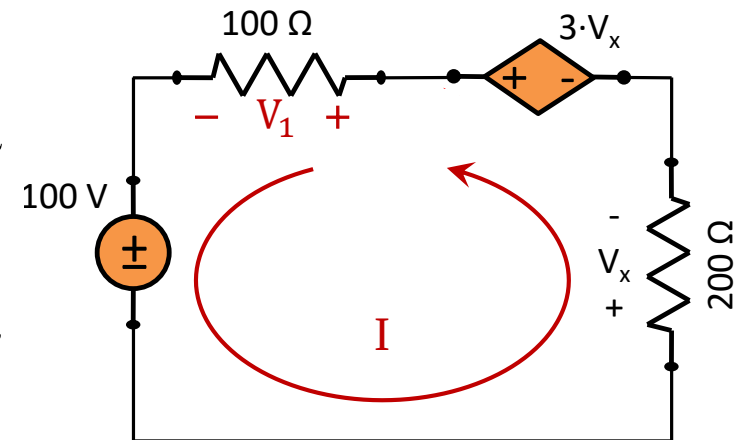
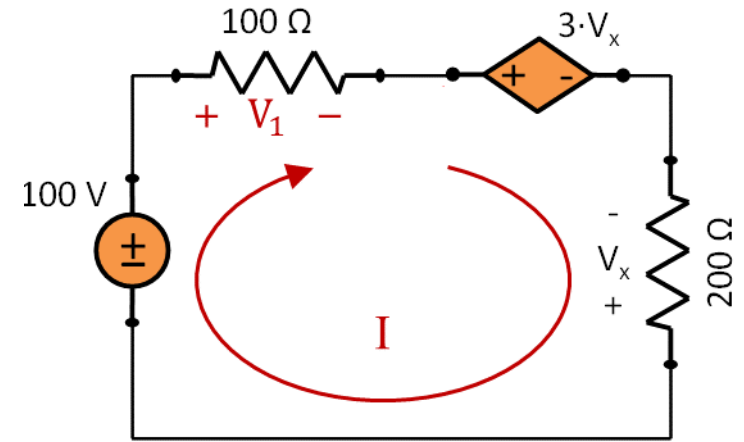
$$100V - I(100 \Omega) + 2 \cdot I(200 \Omega) = 0$$

$$100 - 100 \cdot I + 2 \cdot 200 \cdot I = 0$$

$$100 + 300 \cdot I = 0 \Rightarrow I = -\frac{100}{300} = -0.33 \text{ A}$$

Το αρνητικό πρόσημο στο ρεύμα σημαίνει ότι η φορά του είναι αντίθετη από αυτή που αρχικά υποθέσαμε, δηλαδή, η φορά του ρεύματος είναι αριστερόστροφη.

Σημειώστε, επίσης, την αντίστοιχη αλλαγή στην πολικότητα της V_1 .



(συνεχίζεται . . .)

Λύση (. . . συνέχεια)

Γνωρίζοντας το ρεύμα I και τις τάσεις, υπολογίζουμε την ισχύ κάθε στοιχείου του κυκλώματος.

Η πηγή 100V καταναλώνει ισχύ (γιατί;)

$$P_{100V} = V \cdot I = (100 \text{ V})(0.2 \text{ A}) = 20 \text{ W}$$

Η τιμή της V_x είναι θετική, $V_x = I \cdot R = (0.33 \text{ A})(200 \Omega) \approx 66 \text{ V}$

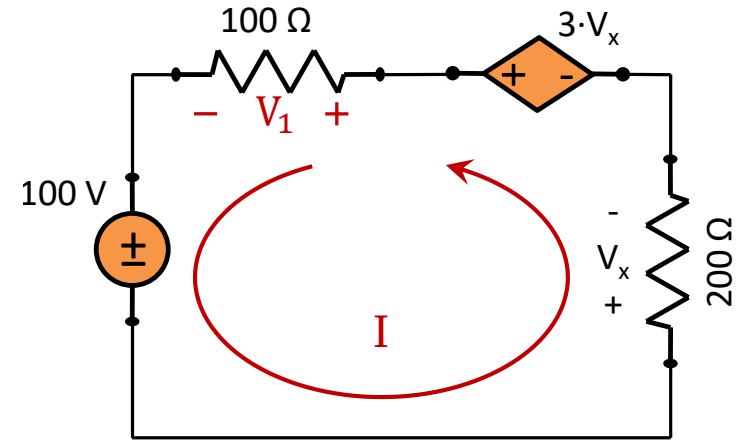
Η εξαρτημένη πηγή παράγει ισχύ

$$P_{3 \cdot V_x} = V \cdot I = (3 \cdot V_x) \cdot I = (3 \cdot 66 \text{ V})(0.33 \text{ A}) \approx 66 \text{ W}$$

Η ισχύς που καταναλώνει κάθε αντίσταση είναι:

$$P_{100\Omega} = I^2 \cdot R = (0.33)^2(100) \approx 11 \text{ W}$$

$$\text{και } P_{200\Omega} = (0.33)^2 \cdot (200) = 22 \text{ W}$$



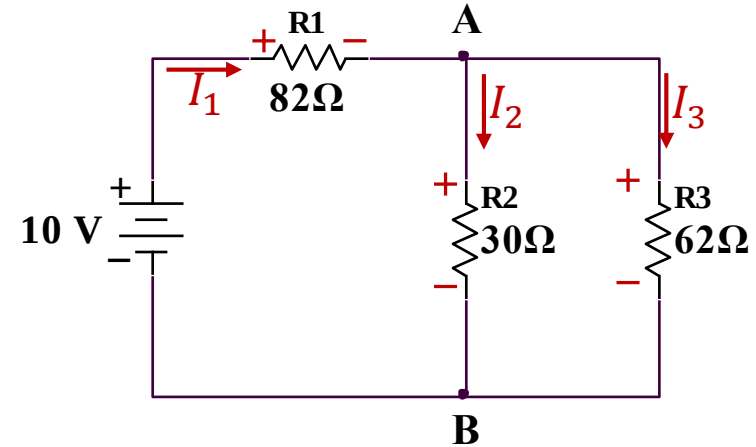
Παράδειγμα 2-5 (Σελ. 52, Κ. Παπαδόπουλου ‘Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων’)

Υπολογίστε τις τάσεις και τα ρεύματα του κυκλώματος.

Λύση

Το κύκλωμα περιλαμβάνει μία πηγή τάσης και 3 αντιστάσεις και αποτελείται από

- 2 κόμβους (Α και Β)
- 3 κλάδους (τον κλάδο που έχει την πηγή των 10 V και την αντίσταση R_1 , τον κλάδο της αντίστασης R_2 και τον κλάδο της αντίστασης R_3).
- 3 βρόχους (2 ελάχιστους και έναν μη ελάχιστο)



Θέτουμε τα ρεύματα I_1 , I_2 και I_3 των τριών κλάδων, επιλέγοντας τη φορά τους αυθαίρετα και σημειώνουμε την πολικότητα της πτώσης τάσης στην κάθε αντίσταση.

Από τους 2 κόμβους μπορούμε να γράψουμε 1 εξίσωση χρησιμοποιώντας τον νόμο των ρευμάτων του Kirchhoff. Π.χ., για τον κόμβο Α

$$I_1 = I_2 + I_3$$

(συνεχίζεται . . .)

Λύση (. . . συνέχεια)

$$\text{Έχουμε βρει } I_1 = I_2 + I_3 \quad (1)$$

Από τους 2 ελάχιστους βρόχους μπορούμε να γράψουμε 2 εξισώσεις χρησιμοποιώντας το νόμο των τάσεων του Kirchhoff.

Για τον αριστερό βρόχο, διατρέχοντάς τον, π.χ., δεξιόστροφα, γράφουμε

$$10 \text{ V} - I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 = 0 \Rightarrow$$

$$10 - 82 \cdot I_1 - 30 \cdot I_2 = 0 \quad (2)$$

Για τον δεξιό βρόχο (διατρέχοντας δεξιόστροφα), γράφουμε

$$I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 = 0 \Rightarrow 30 \cdot I_2 - 62 \cdot I_3 = 0 \Rightarrow$$

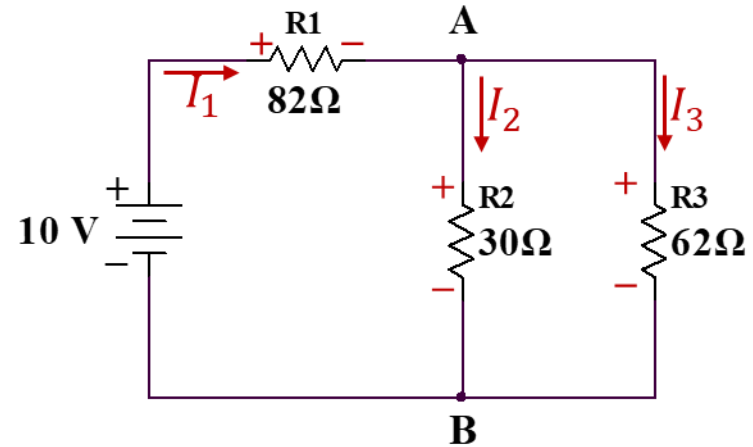
$$30 \cdot I_2 = 62 \cdot I_3 \quad (3)$$

Λύνουμε την (3) ως προς I_3

$$I_3 = \frac{30}{62} \cdot I_2$$

και αντικαθιστούμε στην (1)

$$I_1 = I_2 + \frac{30}{62} \cdot I_2 \Rightarrow I_1 = \frac{92}{62} \cdot I_2$$



(συνεχίζεται . . .)

Λύση (. . . συνέχεια)

Από την $I_1 = \frac{92}{62} \cdot I_2$ αντικαθιστούμε το I_1 στην εξίσωση (2), $10 - 82 \cdot I_1 - 30 \cdot I_2 = 0$

$$10 - 82 \cdot \frac{92}{62} \cdot I_2 - 30 \cdot I_2 = 0$$

$$122 \cdot I_2 + 30 \cdot I_2 = 10$$

$$152 \cdot I_2 = 10 \Rightarrow I_2 = \mathbf{65.8 \text{ mA}}$$

$$\text{Για το } I_1, \text{ έχουμε } I_1 = \frac{92}{62} \cdot I_2 = \frac{92}{62} \cdot (65.8 \text{ mA}) \Rightarrow I_1 = \mathbf{97.6 \text{ mA}}$$

$$\text{και για το } I_3, \quad I_3 = \frac{30}{62} \cdot I_2 = \frac{30}{62} \cdot (65.8 \text{ mA}) \Rightarrow I_3 = \mathbf{31.8 \text{ mA}}$$

Γνωρίζοντας τα ρεύματα, από το νόμο του Ohm, υπολογίζουμε τις πτώσεις τάσης στις αντιστάσεις.

- για την R_1 : $V_{R_1} = I_1 \cdot R_1 \Rightarrow V_{R_1} = (97.6 \text{ mA})(82 \Omega) \Rightarrow V_{R_1} = \mathbf{8.0 \text{ V}}$

- για την R_2 : $V_{R_2} = I_2 \cdot R_2 \Rightarrow V_{R_2} = (65.8 \text{ mA})(30 \Omega) \Rightarrow V_{R_1} \approx \mathbf{2.0 \text{ V}}$

- Τέλος, $V_{R_3} = V_{R_2} = \mathbf{2.0 \text{ V}}$ διότι οι αντιστάσεις R_2 και R_3 συνδέονται παράλληλα

