

ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑ Ι

Κεφάλαιο 2

Νόμοι στα ηλεκτρικά κυκλώματα

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 2-1 (Άσκηση 2, Κεφ. 2, σελ. 55, Κ. Παπαδόπουλου ‘Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων’)

Να υπολογιστεί η ισχύς που παράγει ή καταναλώνει η εξαρτημένη πηγή ρεύματος στο παρακάτω κύκλωμα (Σχήμα 2-17, σελ. 55, Κ. Παπαδόπουλου ‘Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων’)

Λύση

Το κύκλωμα περιλαμβάνει 2 κόμβους, τους A και B (μπορεί να φανεί καλύτερα στην ισοδύναμη παράσταση από κάτω).

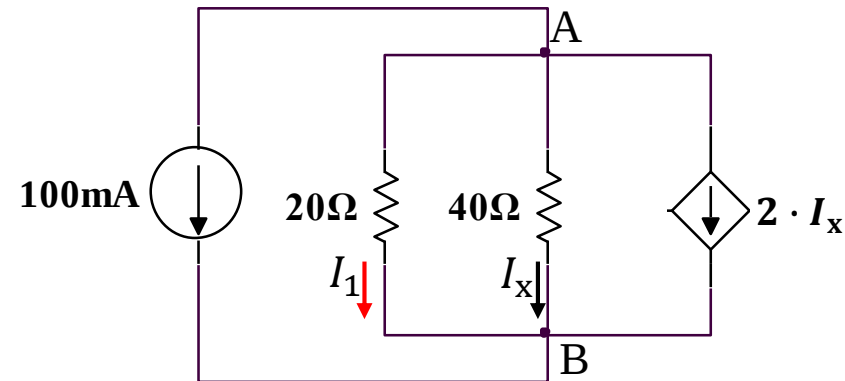
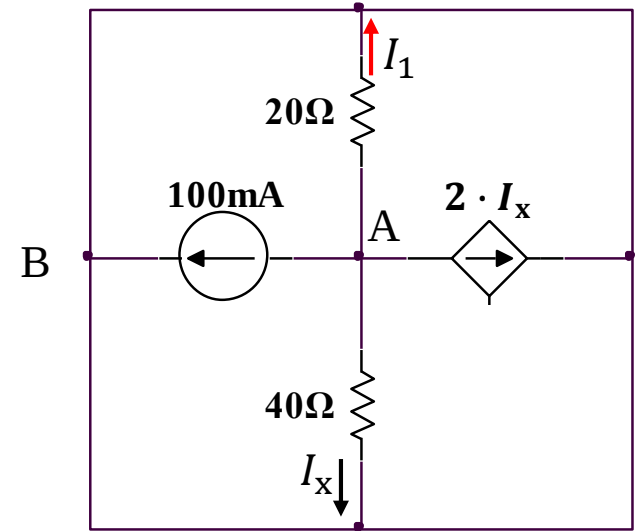
Τα ρεύματα στον κόμβο A είναι 100mA , $2 \cdot I_x$, I_x και έστω I_1 είναι το ρεύμα στην αντίσταση 20Ω .

Εφαρμόζοντας το νόμο ρευμάτων του Kirchhoff (π.χ., στον κόμβο A) παίρνουμε την εξίσωση :

$$100\text{mA} + I_1 + I_x + 2 \cdot I_x = 0$$

$$100\text{mA} + I_1 + 3 \cdot I_x = 0$$

$$I_1 + 3 \cdot I_x = -100\text{mA} \quad (1)$$



(συνεχίζεται ...)

Λύση (. . . Συνέχεια)

Από την εξίσωση (1),

$$I_1 + 3 \cdot I_x = -100 \text{mA}$$

χρησιμοποιώντας το νόμο του Ohm, εκφράζουμε τα ρεύματα I_1 και I_x των αντιστάσεων συναρτήσει της τάσης V_{AB} του κυκλώματος:

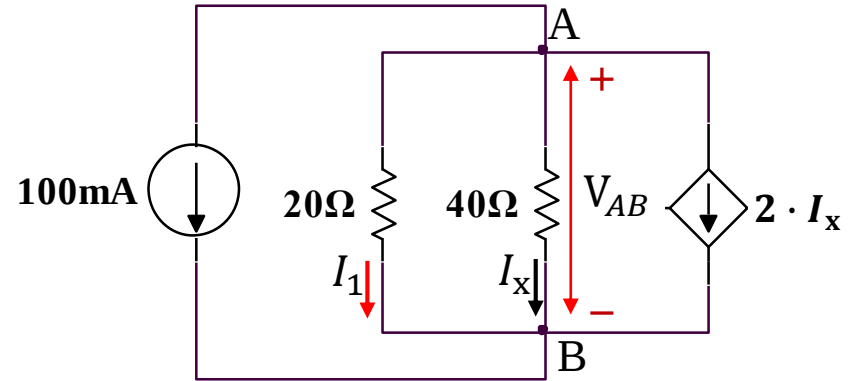
$$\frac{V_{AB}}{20} + 3 \cdot \frac{V_{AB}}{40} = -100 \text{mA} \Rightarrow V_{AB} = -0.8 \text{ V}$$

Το ρεύμα I_x είναι

$$I_x = \frac{V_{AB}}{40 \Omega} = \frac{-0.8 \text{ V}}{40 \Omega} = -0.02 \text{ A} = -20 \text{ mA}$$

Γνωρίζοντας την τάση και το ρεύμα, υπολογίζουμε την ισχύ της εξαρτημένης πηγής ρεύματος. Η πηγή ρεύματος καταναλώνει ισχύ (γιατί;)

$$P_{5A} = V_{AB} \cdot (2 \cdot I_x) = (-0.8 \text{ V})(2 \cdot (-0.02 \text{ A})) = 0.032 \text{ W} = 32 \text{ mW}$$



Πρόβλημα 2-2 (Άσκηση 3, Κεφ. 2, σελ. 55, Κ. Παπαδόπουλου ‘Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων’)
Να υπολογιστούν τα ρεύματα I_x και I_y στο παρακάτω κύκλωμα (Σχήμα 2-18, σελ. 55, Κ. Παπαδόπουλου ‘Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων’)

Λύση

Το κύκλωμα έχει 4 κόμβους, Α, Β, Γ και Δ.

Εφαρμόζοντας το νόμο ρευμάτων του Kirchhoff στον κόμβο Α, παίρνουμε την εξίσωση:

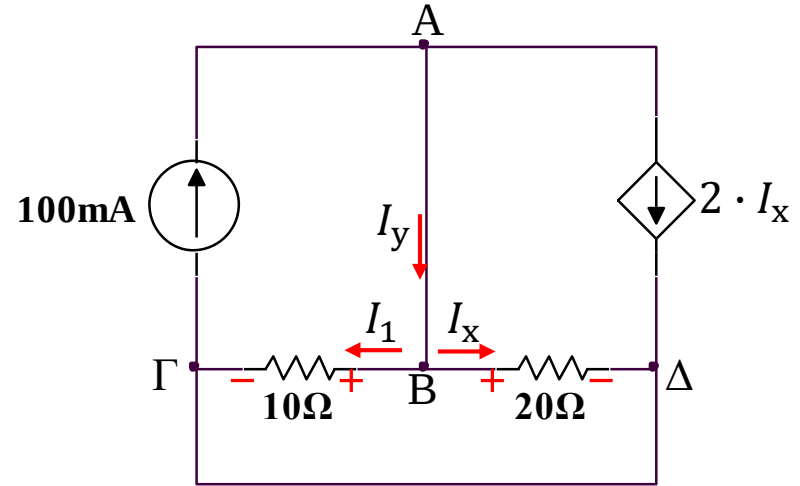
$$2 \cdot I_x + I_y = 100mA \quad (1)$$

Στον κόμβο Β έχουμε: $I_y = I_x + I_1$ (2)

Υπάρχουν 3 άγνωστα ρεύματα (I_x , I_y και I_1) και έχουμε μόνο 2 εξισώσεις.

Χρειαζόμαστε 1 εξίσωση ακόμη την οποία παίρνουμε από το νόμο τάσεων του Kirchhoff για τον κατώτερο βρόχο ΓΒΔΓ

$$10I_1 - 20I_x = 0 \Rightarrow I_1 = 2I_x \quad (3)$$



Λύση (. . . συνέχεια)

Έχουμε το σύστημα των 3 εξισώσεων

$$2 \cdot I_x + I_y = 100mA \quad (1)$$

$$I_y = I_x + I_1 \quad (2)$$

$$I_1 = 2I_x \quad (3)$$

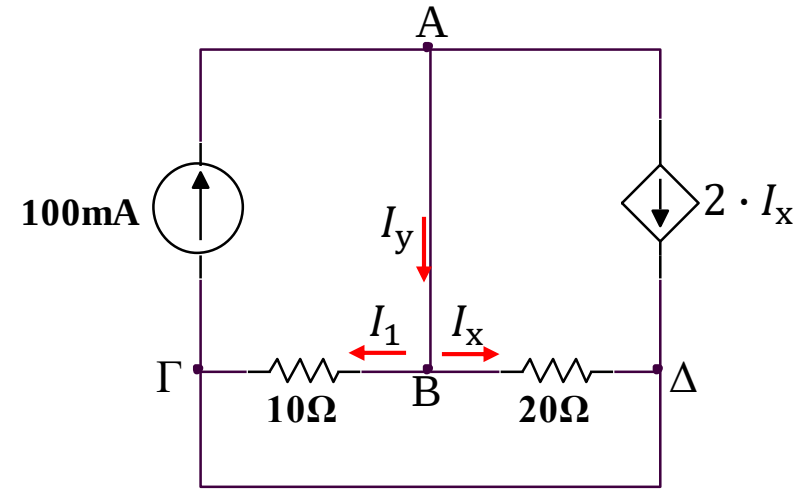
Αντικαθιστώντας το I_1 από τις (3) στη (2), παίρνουμε

$$I_y = I_x + 2I_x \Rightarrow I_y = 3I_x \quad (4)$$

και αντικαθιστώντας το I_y από την (4) στην (1), έχουμε

$$2 \cdot I_x + 3 \cdot I_x = 100mA \Rightarrow 5 \cdot I_x = 100mA \Rightarrow I_x = \mathbf{20mA}$$

και από την (4), $I_y = \mathbf{60mA}$



Πρόβλημα 2-3 (Άσκηση 4(α), Κεφ. 2, σελ. 55, Κ. Παπαδόπουλου ‘Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων’)
 Να υπολογιστούν τα ρεύματα I_x και I_y στο παρακάτω κύκλωμα (Σχήμα 2-19, σελ. 55, Κ. Παπαδόπουλου ‘Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων’)

Λύση

Το κύκλωμα έχει 1 απλό βρόχο.

Έστω I το ρεύμα του βρόχου. Το υπολογίζουμε εφαρμόζοντας το νόμο τάσεων του Kirchhoff

$$10 - 100 \cdot I - 300 \cdot I - 20 - 200 \cdot I - 200 \cdot I = 0$$

$$\Rightarrow -10 - 800 \cdot I = 0 \Rightarrow I = -0.0125 \text{ A}$$

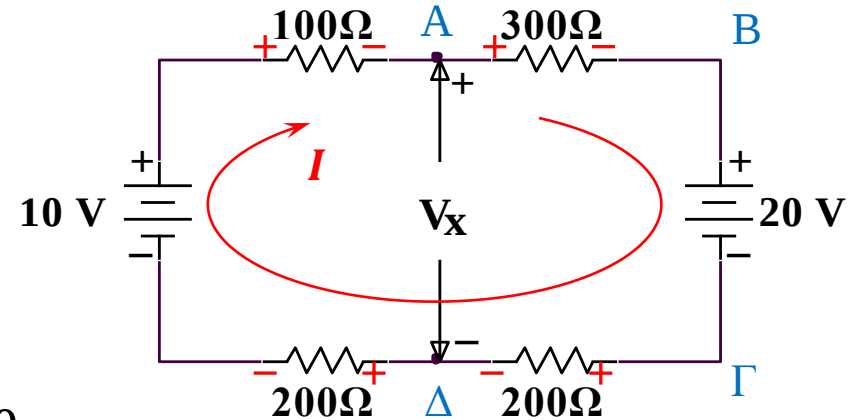
Μπορούμε να υπολογίσουμε τη ζητούμενη τάση V_x εφαρμόζοντας το νόμο των τάσεων του Kirchhoff με δύο τρόπους:

1^{ος} τρόπος: γράφουμε το νόμο για τη διαδρομή ABΓΔΑ (ώστε να διατρέχουμε την άγνωστη τάση V_x)

$$-300 \cdot I - 20 - 200 \cdot I + V_x = 0$$

$$\Rightarrow V_x = 20 + 500 \cdot I$$

$$\Rightarrow V_x = 20 + 500(-0.0125) = \mathbf{13.75 \text{ V}}$$



Λύση (... συνέχεια)

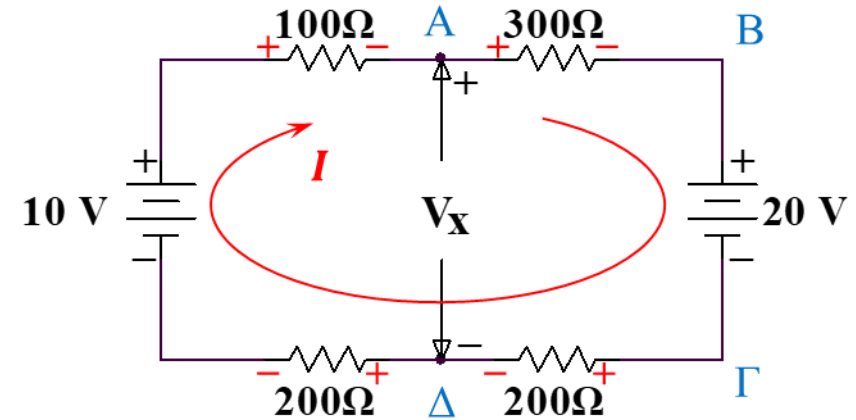
2ος τρόπος: γράφουμε το νόμο των τάσεων ξεκινώντας από το σημείο A και καταλήγοντας στο σημείο B, ως εξής

$$V_A - 300 \cdot I - 20 - 200 \cdot I = V_B$$

$$V_A - V_B = 300 \cdot I + 20 + 200 \cdot I$$

$$V_{AB} = 500 \cdot I + 20$$

$$V_x = 13.75 \text{ A}$$



Πρόβλημα 2-4 (Άσκηση 4(β), Κεφ. 2, σελ. 55, Κ. Παπαδόπουλου ‘Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων’)
Να υπολογιστούν τα ρεύματα I_x και I_y στο παρακάτω κύκλωμα (Σχήμα 2-20, σελ. 55, Κ. Παπαδόπουλου ‘Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων’)

Λύση

Το κύκλωμα έχει μόνο έναν κλειστό βρόχο, τον ΑΒΓΔΑ.

Η ζητούμενη τάση V_x ισούται με την τάση V_{AB} (γιατί;): $V_{AB} = V_x$ (1)

Έστω I το ρεύμα του βρόχου (CCW). Το ρεύμα αυτό είναι το ρεύμα της πηγής ρεύματος $0.2 \cdot V_x$

$$I = 0.2 \cdot V_x \quad (2)$$

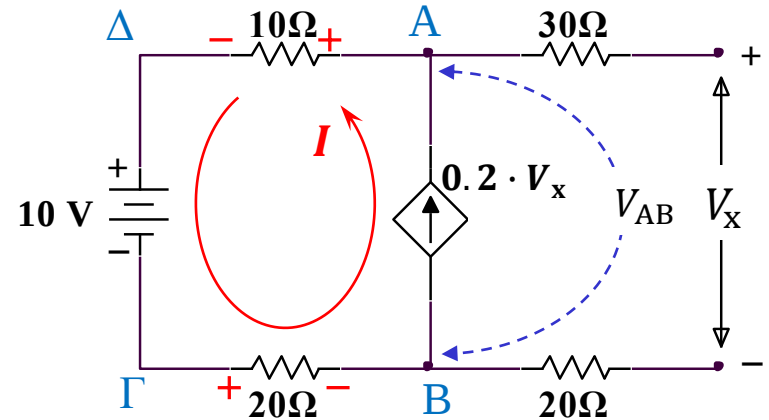
Εφαρμόζουμε νόμο των τάσεων του Kirchhoff στον κλειστό βρόχο (π.χ. ξεκινώντας από το Α και διατρέχοντας αριστερόστροφα, όπως το ρεύμα):

$$-10 \cdot I - 10 - 20 \cdot I + V_{AB} = 0$$

$$-30 \cdot I + V_{AB} = 10$$

Αντικαθιστώντας το ρεύμα I και την τάση V_{AB} από τις (1) και (2), παίρνουμε:

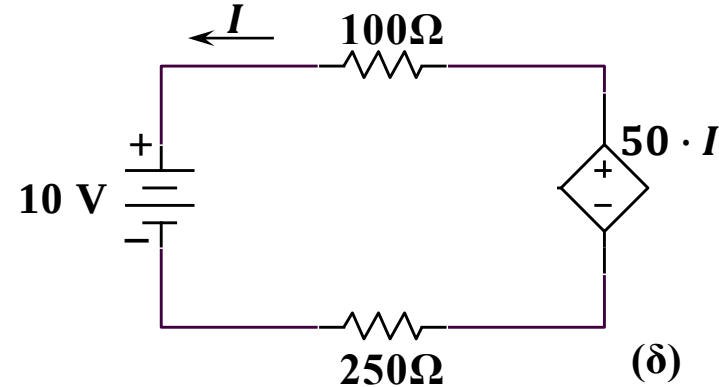
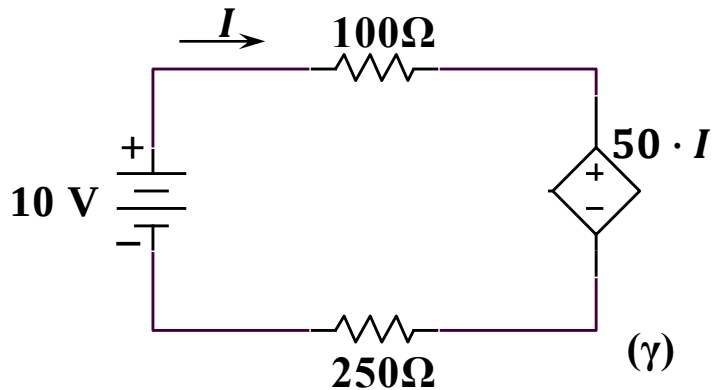
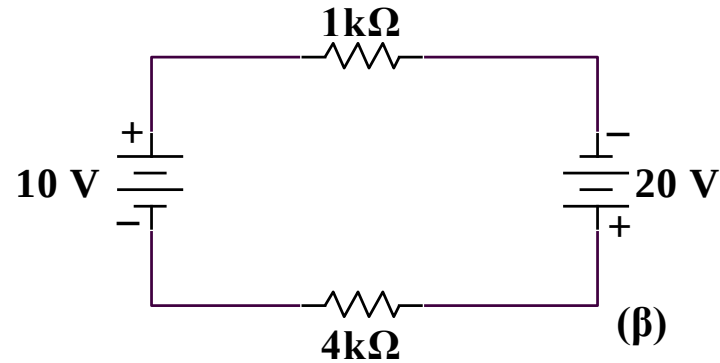
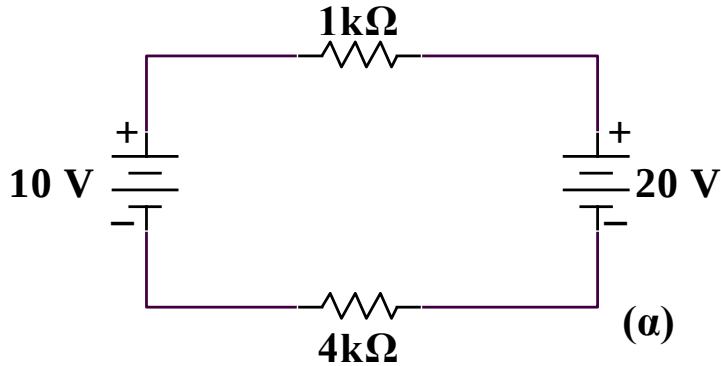
$$-30 \cdot 0.2 \cdot V_x + V_x = 10 \Rightarrow -5 \cdot V_x = 10 \Rightarrow V_x = -2 \text{ V}$$



ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

Πρόβλημα 2-5 (Άσκηση 1, Κεφ. 2, σελ. 54, Κ. Παπαδόπουλου 'Ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων')

Να υπολογιστούν οι τάσεις στα άκρα των αντιστάσεων, το ρεύμα που τις διαρρέει και η ισχύς όλων των στοιχείων των κυκλωμάτων (α) – (δ)



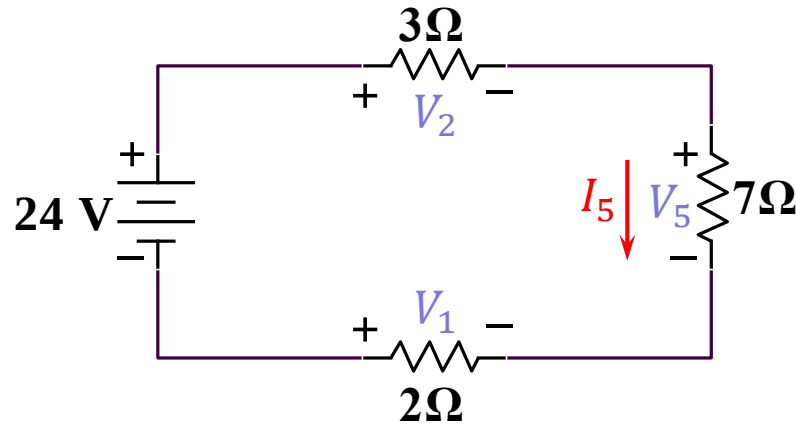
Απαντήσεις

- (α) $I = 2\text{mA}$ (CCW), $V_{1k} = 2\text{V}$, $V_{4k} = 8\text{V}$, $P_{10V} = -20\text{mW}$, $P_{20V} = +40\text{mW}$, $P_{1k} = -4\text{mW}$, $P_{4k} = -16\text{mW}$
- (β) $I = 6\text{mA}$ (CW), $V_{1k} = 6\text{V}$, $V_{4k} = 24\text{V}$, $P_{10V} = +60\text{mW}$, $P_{20V} = +120\text{mW}$, $P_{1k} = -36\text{mW}$, $P_{4k} = -144\text{mW}$
- (γ) $I = 25\text{mA}$ (CW), $V_{100} = 2.5\text{V}$, $V_{250} = 6.25\text{V}$, $P_{10V} = +250\text{mW}$, $P_{50 \cdot I} = -31.25\text{mW}$, $P_{100} = -62.5\text{mW}$, $P_{250} = -156.25\text{mW}$
- (δ) $I = 33.3\text{mA}$ (CW), $V_{100} = 3.33\text{V}$, $V_{250} = 8.33\text{V}$, $P_{10V} = +333\text{mW}$, $P_{50 \cdot I} = +55.5\text{mW}$, $P_{100} = -111\text{mW}$, $P_{250} = -278\text{mW}$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

Πρόβλημα 2-6 (Πρόβλημα 2.5, σελ. 48, J.W. Nilsson & S.A. Riedel “Electric Circuits” ISBN 0-13-127760-X, Pearson)

Για το κύκλωμα, που δείχνεται παρακάτω, υπολογίστε τα (α) I_5 , (β) V_1 , (γ) V_2 , (δ) V_5 και (ε) την ισχύ που παρέχεται από την πηγή 24 V.



Απαντήσεις

(α) $I_5 = 2A$ (CW)

(β) $V_1 = 4V$

(γ) $V_2 = 6V$

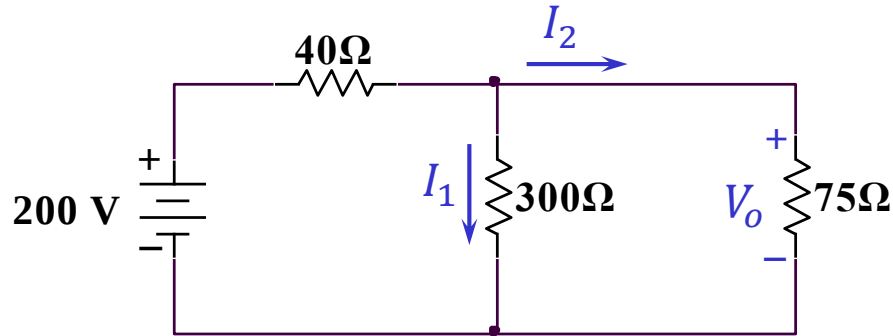
(δ) $V_5 = 14V$

(ε) $P_{24V} = 48W$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

Πρόβλημα 2-7 (Πρόβλημα 2.14, σελ. 58, J.W. Nilsson & S.A. Riedel “Electric Circuits” ISBN 0-13-127760-X, Pearson)

Δεδομένου του παρακάτω κυκλώματος, βρείτε: (α) την τιμή του I_1 , (β) την τιμή του I_2 , (γ) την τιμή του V_o , (δ) την ισχύ που καταναλώνεται στην κάθε αντίσταση και (ε) την ισχύ που παράγεται από την πηγή 200V.



Απαντήσεις

(α) $I_1 = 400mA$

(β) $I_2 = 1.6A$

(γ) $V_o = 120V$

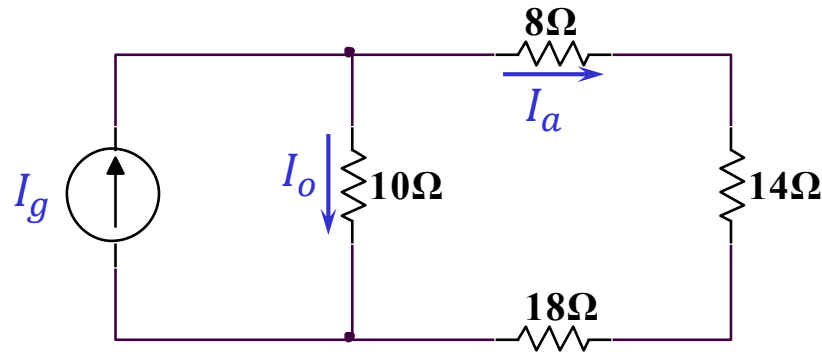
(δ) $P_{300} = 48W, P_{75} = 192W, P_{40} = 160W$

(ε) $P_{200V} = 400W$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

Πρόβλημα 2-8 (Πρόβλημα 2.15, σελ. 58, J.W. Nilsson & S.A. Riedel “Electric Circuits” ISBN 0-13-127760-X, Pearson)

Το ρεύμα I_a , στο κύκλωμα που δείχνεται παρακάτω, είναι 20 A. Βρείτε: (α) το I_o , (β) το I_g και (γ) την ισχύ που παρέχεται από την ανεξάρτητη πηγή ρεύματος.



Απαντήσεις

(α) $I_o = 80A$

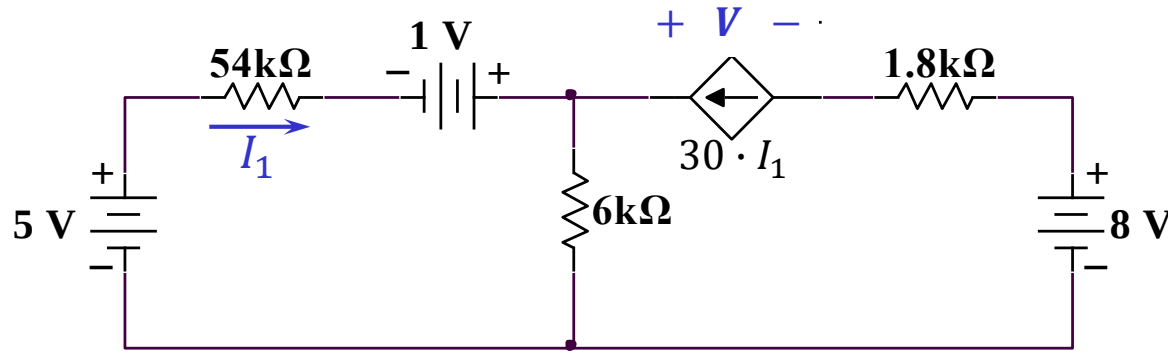
(β) $I_g = 100A$

(γ) $P_{I_g} = 80kW$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

Πρόβλημα 2-9 (Πρόβλημα 2.9, σελ. 53, J.W. Nilsson & S.A. Riedel “Electric Circuits” ISBN 0-13-127760-X, Pearson)

Για το κύκλωμα που δείχνεται παρακάτω, βρείτε: (α) το ρεύμα I_1 σε microamperes, (β) την τάση V σε volts, (γ) την ολική παραγόμενη ισχύ και (δ) την ολική ισχύ που καταναλώνεται.



Απαντήσεις

(α) $I_1 = 25 \mu A$

(β) $V = -2 V$

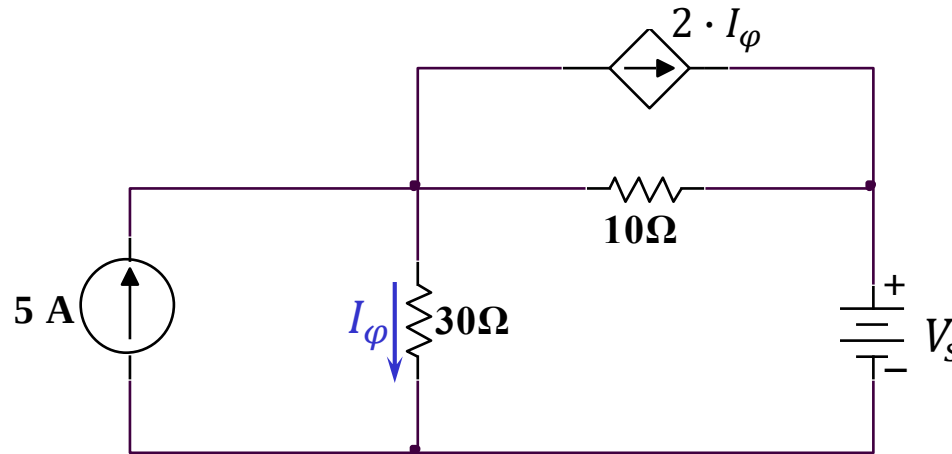
(γ) $P_T = 6150 \mu W$

(δ) $P_T = 6150 \mu W$

Πρόβλημα 2-10 (Πρόβλημα 2.10, σελ. 53, J.W. Nilsson & S.A. Riedel “Electric Circuits” ISBN 0-13-127760-X, Pearson)

Το ρεύμα I_ϕ , στο κύκλωμα που δείχνεται παρακάτω, είναι 2 A . Υπολογίστε

- (α) τη τάση V_s ,
- (β) την ισχύ που απορροφάται από την ανεξάρτητη πηγή τάσης,
- (γ) την ισχύ που αποδίδεται από την ανεξάρτητη πηγή ρεύματος,
- (δ) την ισχύ που αποδίδεται από την εξαρτημένη πηγή ρεύματος,
- (ε) την ισχύ που καταναλώνεται στις δύο αντιστάσεις.



Απαντήσεις

- (α) $V_s = 70\text{ V}$
- (β) $P_{V_s} = 210\text{ W}$
- (γ) $P_{5A} = 300\text{ W}$
- (δ) $P_{2 \cdot I_\phi} = 40\text{ W}$
- (ε) $P = 130\text{ W}$