

Κεφάλαιο 5

Παράλληλα Κυκλώματα

5

Παράλληλα Κυκλώματα (Parallel Circuits)

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Παράλληλοι Αντιστάτες
- Η Τάση σε ένα Παράλληλο Κύκλωμα
- Ο Νόμος των Ρευμάτων του Kirchhoff
- Ολική Παράλληλη Αντίσταση
- Ο Νόμος του Ohm στα Παράλληλα Κυκλώματα
- Διαιρέτες Ρεύματος
- Ισχύς στα Παράλληλα Κυκλώματα
- Εντοπισμός Βλαβών

Που θα το βρείτε: Στο βιβλίο R.J. Fowler, “Ηλεκτροτεχνία AC-DC”, σελ. 126-133

Παράλληλοι Αντιστάτες

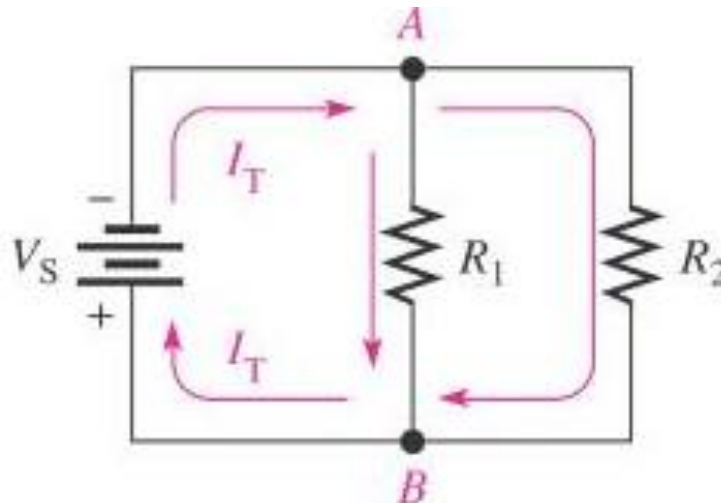
(Resistors in Parallel)

Κάθε διαδρομή (path) του ρεύματος ονομάζεται **κλάδος** (branch)

- Παράδειγμα: ο κλάδος R_1

Ένα παράλληλο κύκλωμα είναι εκείνο που έχει περισσότερους από έναν κλάδους. Οι παράλληλοι κλάδοι έχουν την ίδια τάση στα άκρα τους.

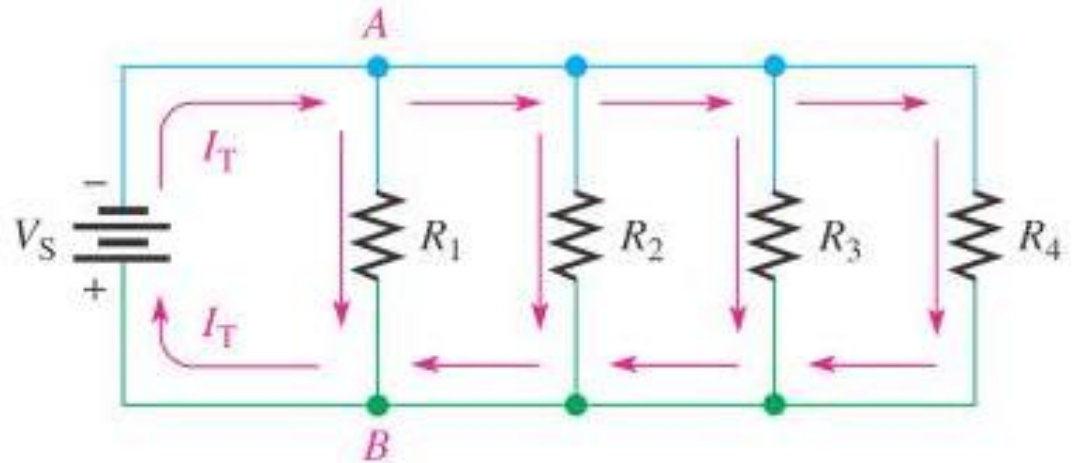
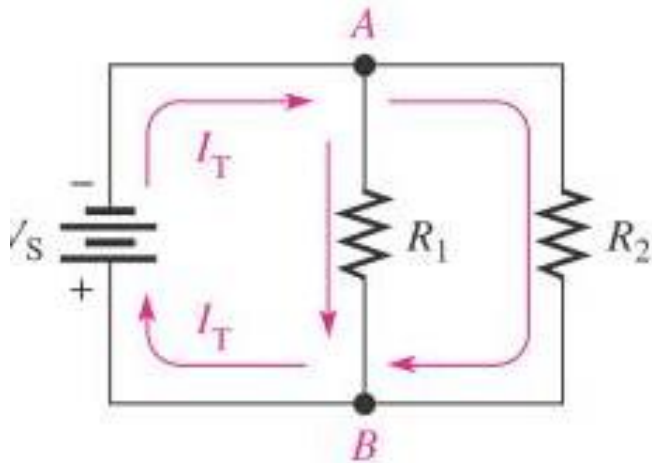
- Παράδειγμα: το κύκλωμα της εικόνας έχει 3 κλάδους: τους κλάδους φορτίων (αντιστάσεων) R_1 και R_2 και τον κλάδο της πηγής V_S .



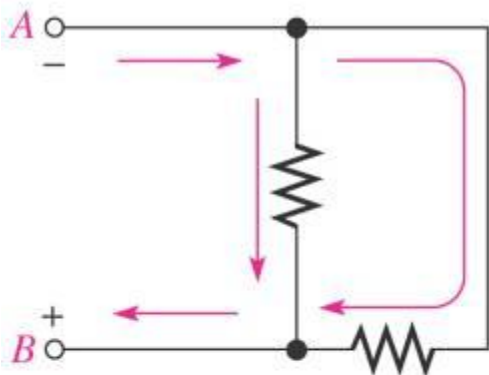
Παράλληλα κυκλώματα

Προσθέτοντας επιπλέον αντιστάτες παράλληλα, δημιουργούμε επιπλέον διαδρομές ρεύματος, δηλαδή, κλάδους

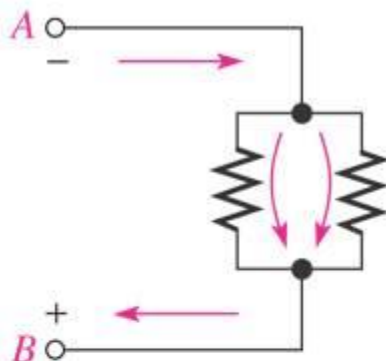
Ερώτηση: προσθέτοντας παράλληλα αντιστάσεις η ολική αντίσταση του κυκλώματος αυξάνεται ή μειώνεται;



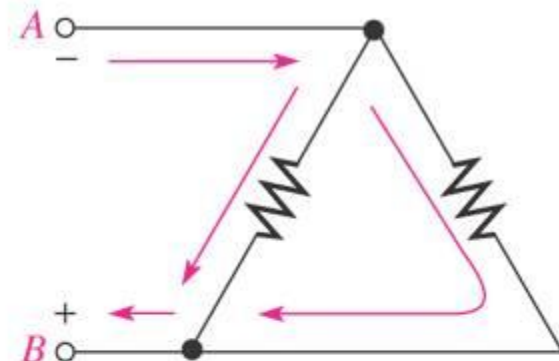
Παραδείγματα κυκλωμάτων με δύο παράλληλες διαδρομές (κλάδους).



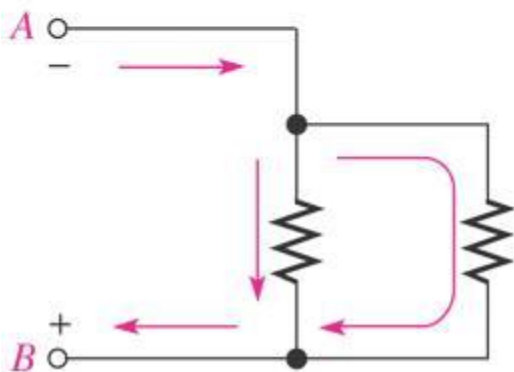
(α)



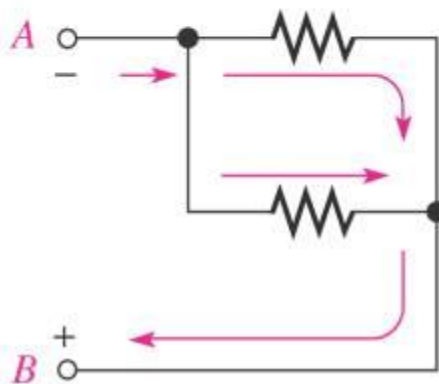
(β)



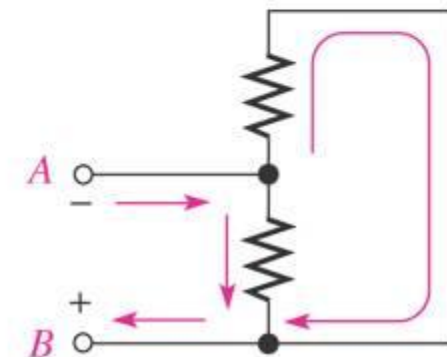
(γ)



(δ)

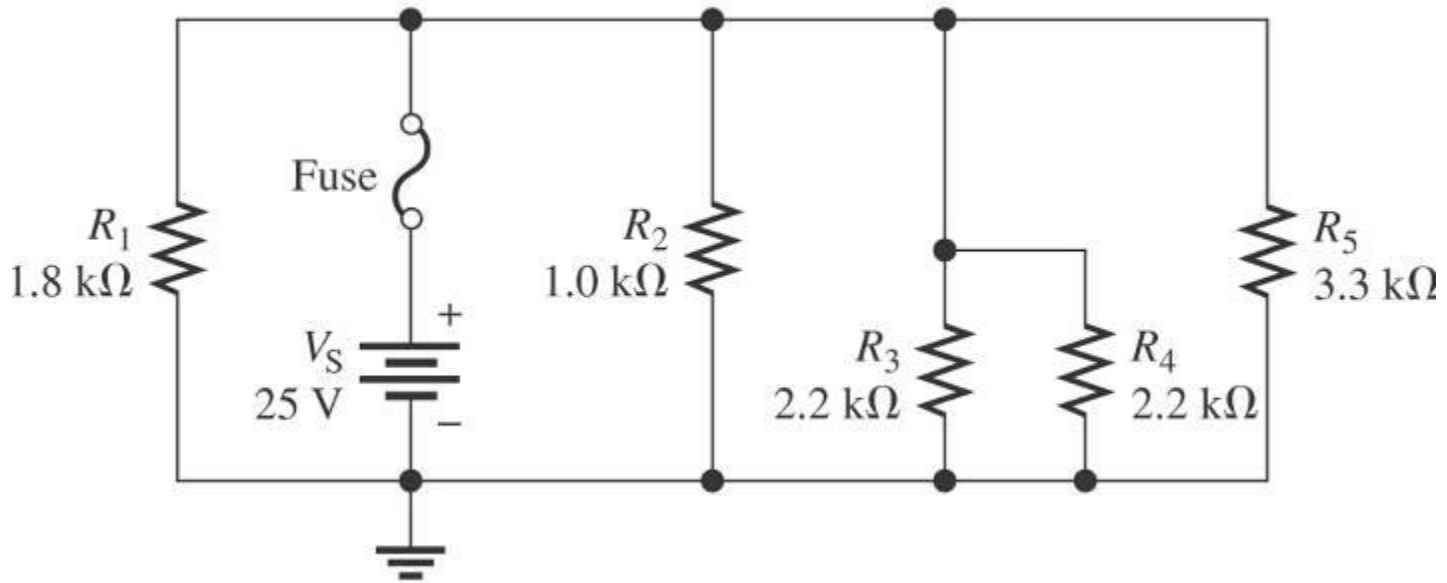


(ε)



(στ)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-3 Προσδιορίστε την τάση στα άκρα κάθε αντιστάτη στην παρακάτω εικόνα.



Λύση

Οι πέντε αντιστάτες είναι παράλληλοι, συνεπώς, η τάση στα άκρα καθενός είναι ίση με την τάση της πηγής, V_S . Στα άκρα της ασφάλειας δεν υπάρχει τάση.

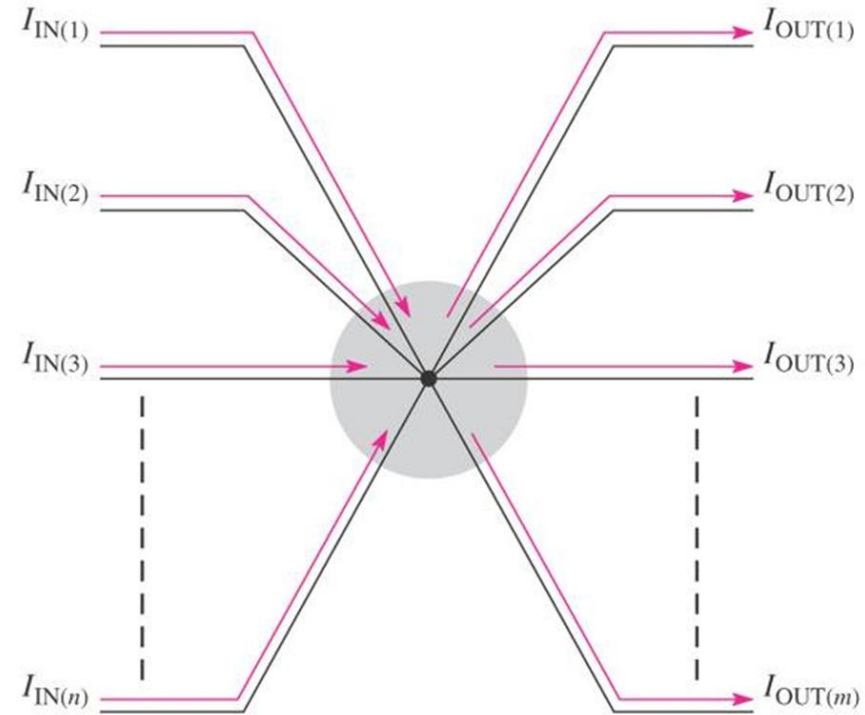
$$V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = V_5 = V_S = 25 \text{ V}$$

Ο Νόμος των Ρευμάτων του Kirchhoff

(Kirchhoff's Current Law)

Το άθροισμα των ρευμάτων προς έναν κόμβο (το ολικό ρεύμα μπαίνει στον κόμβο) ισούται με το άθροισμα των ρευμάτων που απομακρύνονται από αυτόν τον κόμβο (ολικό ρεύμα που βγαίνει από τον κόμβο)

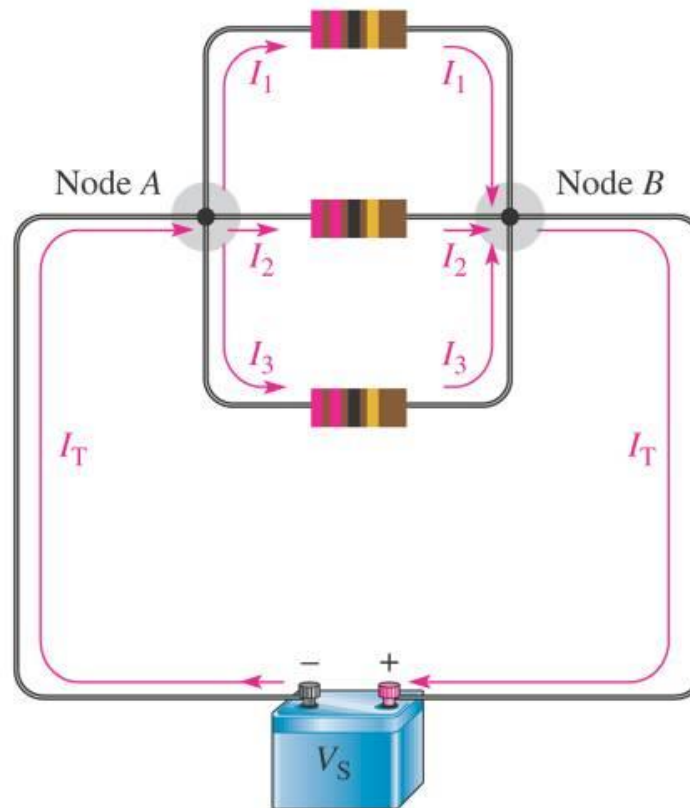
$$I_{in(1)} + I_{in(2)} + \dots + I_{in(n)} = I_{out(1)} + I_{out(2)} + \dots + I_{out(m)}$$



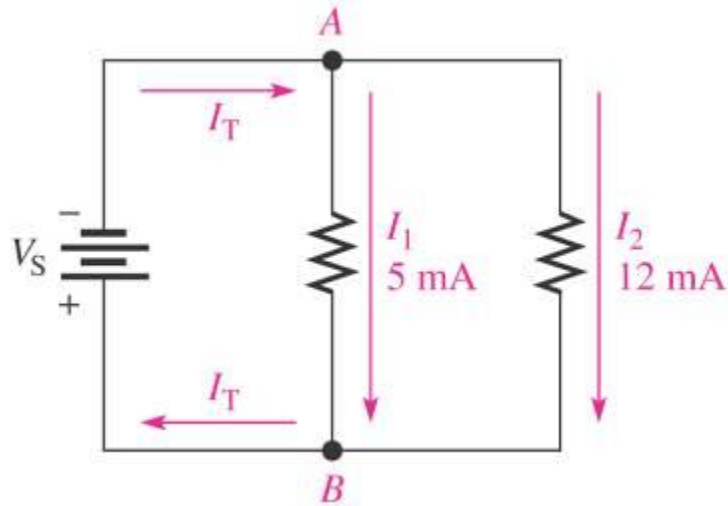
Εικονογραφημένο παράδειγμα του νόμου των ρευμάτων του Kirchhoff

Κόμβος (node) A: $I_T = I_1 + I_2 + I_3$

Κόμβος (node) B: $I_1 + I_2 + I_3 = I_T$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-4 Προσδιορίστε το ολικό ρεύμα που μπαίνει στον κόμβο A και το ολικό ρεύμα που αφήνει τον κόμβο B.



Λύση

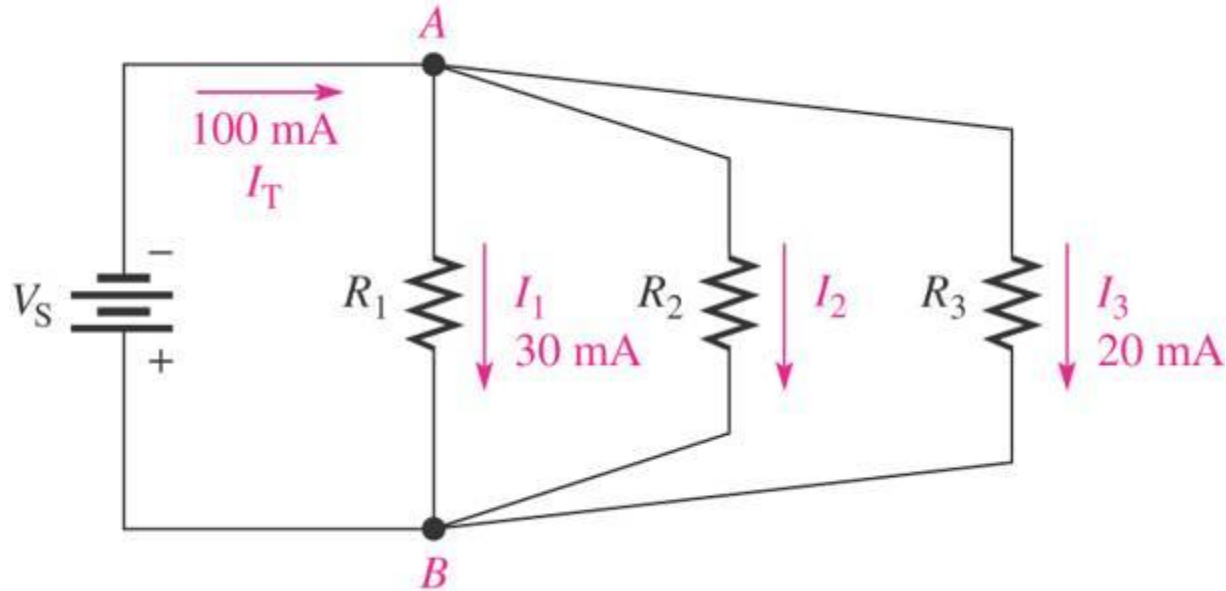
Εφαρμόζουμε το νόμο των ρευμάτων του Kirchhoff στον κόμβο A

$$I_T = I_1 + I_2 = 5 \text{ mA} + 12 \text{ mA} = \mathbf{17 \text{ mA}}$$

Εφαρμόζουμε το νόμο των ρευμάτων του Kirchhoff στον κόμβο B

$$I_T = I_1 + I_2 = 5 \text{ mA} + 12 \text{ mA} = \mathbf{17 \text{ mA}}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-5 Προσδιορίστε το ρεύμα μέσω της R_2 στην παρακάτω εικόνα.



Λύση

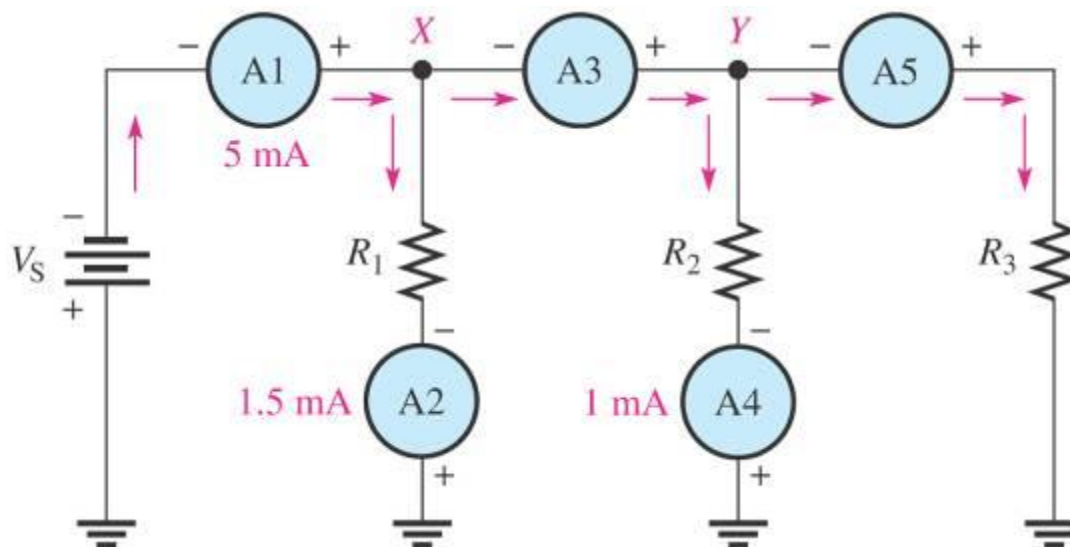
Εφαρμόζουμε το νόμο των ρευμάτων του Kirchhoff στον κόμβο A

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3.$$

Λύνουμε ως προς το I_2 .

$$I_2 = I_T - I_1 - I_3 = 100 \text{ mA} - 30 \text{ mA} - 20 \text{ mA} = \mathbf{50 \text{ mA}}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-6 Βρείτε το ρεύμα που μετρείται από τα αμπερόμετρα A3 και A5



Λύση

Ο νόμος των ρευμάτων του Kirchhoff στον κόμβο X είναι:

$$5 \text{ mA} = 1.5 \text{ mA} + I_{A3}$$

$$I_{A3} = 5 \text{ mA} - 1.5 \text{ mA} = \mathbf{3.5 \text{ mA}}$$

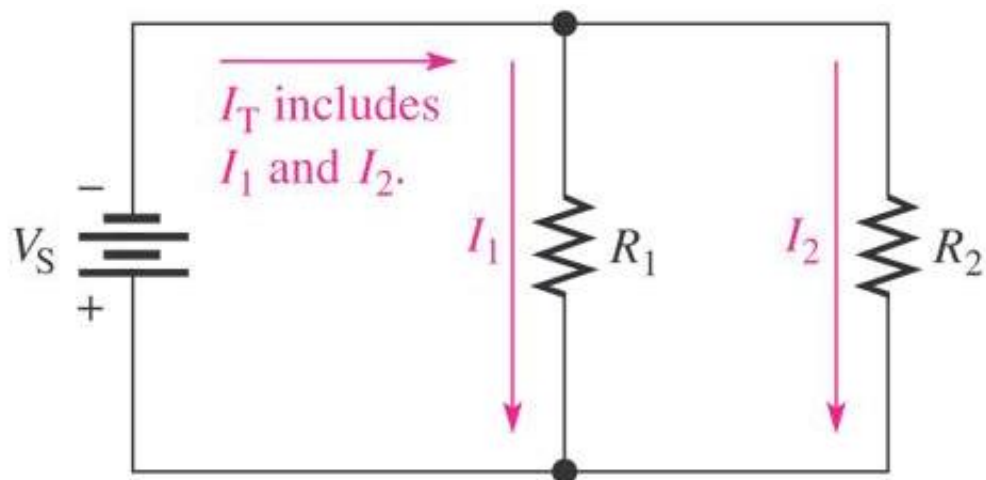
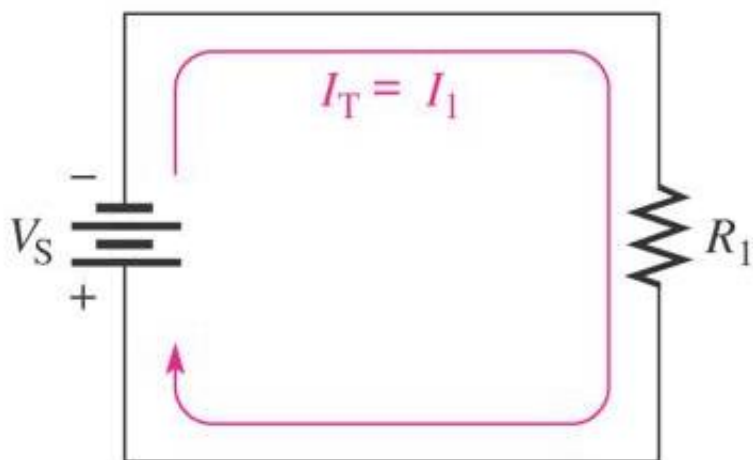
Ο νόμος των ρευμάτων του Kirchhoff στον κόμβο Y είναι:

$$3.5 \text{ mA} = 1 \text{ mA} + I_{A5}$$

$$I_{A5} = 3.5 \text{ mA} - 1 \text{ mA} = \mathbf{2.5 \text{ mA}}$$

Ολική Παράλληλη Αντίσταση

- Όταν συνδέουμε αντιστάτες παράλληλα, το ολικό ρεύμα αυξάνεται, δηλαδή, η ολική αντίσταση του κυκλώματος **μειώνεται**
- Η ολική αντίσταση ενός παράλληλου κυκλώματος είναι πάντοτε μικρότερη από την τιμή του μικρότερου αντιστάτη



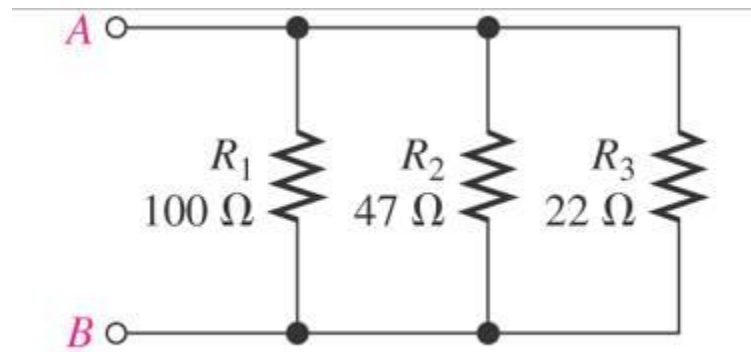
Ο Τύπος για την Ολική Παράλληλη Αντίσταση

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

ή, χρησιμοποιώντας την αγωγιμότητα ($G = \frac{1}{R}$)

$$G_T = G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-7 Υπολογίστε την ολική παράλληλη αντίσταση μεταξύ των σημείων A και B.



Λύση

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{100\Omega} + \frac{1}{47\Omega} + \frac{1}{22\Omega}$$

$$\frac{1}{R_T} = 0,01 + 0,021 + 0,045 = 0,077\ \Omega^{-1}\ (\text{ή S})$$

$$R_T = \frac{1}{0.077\ S} = \mathbf{13\ \Omega}$$

Υπολογισμός της Ολικής Παράλληλης Αντίστασης με Υπολογιστή

- Ο τύπος των παράλληλων αντιστάσεων λύνεται εύκολα με έναν υπολογιστή.
- Η διαδικασία γενικά είναι να εισάγουμε την τιμή της R_1 και μετά να πάρουμε το αντίστροφό του πατώντας το κουμπί X^{-1} . Ο συμβολισμός X^{-1} σημαίνει το $1/X$
- Στη συνέχεια, πατάμε το κουμπί $+$
- Έπειτα, εισάγουμε την τιμή της R_2 και παίρνουμε το αντίστροφό της με το κουμπί X^{-1} .
- Επαναλαμβάνουμε αυτή τη διαδικασία μέχρι να έχουν μπει οι τιμές όλων των αντιστατών.
- Το τελικό βήμα είναι να πατήσουμε το X^{-1} για να μετατρέψουμε το $1/R_T$ σε R_T . Τότε, η ολική παράλληλη αντίσταση είναι στην οθόνη μας.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-8 Υπολογίστε με υπολογιστή την ολική παράλληλη αντίσταση του κυκλώματος του Παραδείγματος 5-7.

Λύση Οι τρεις παράλληλες αντιστάσεις είναι $100\ \Omega$, $47\ \Omega$ και $22\ \Omega$.

Βήμα 1: Γράφουμε 100. Η οθόνη δείχνει 100.

Βήμα 2: Πατάμε το κουμπί X^{-1} . Η οθόνη δείχνει 0.01 (που είναι το $1/100$).

Βήμα 3: Πατάμε το κουμπί +.

Βήμα 4: Γράφουμε 47. Η οθόνη δείχνει 47.

Βήμα 5: Πατάμε το κουμπί X^{-1} . Η οθόνη δείχνει 0.02127... (που είναι το $1/47$).

Βήμα 6: Πατάμε το κουμπί +. Η οθόνη δείχνει 0.03127... (που είναι το άθροισμα $1/100 + 1/47$).

Βήμα 7: Γράφουμε 22. Η οθόνη δείχνει 22.

Βήμα 8: Πατάμε το κουμπί X^{-1} . Η οθόνη δείχνει 0.04545... (που είναι το $1/22$).

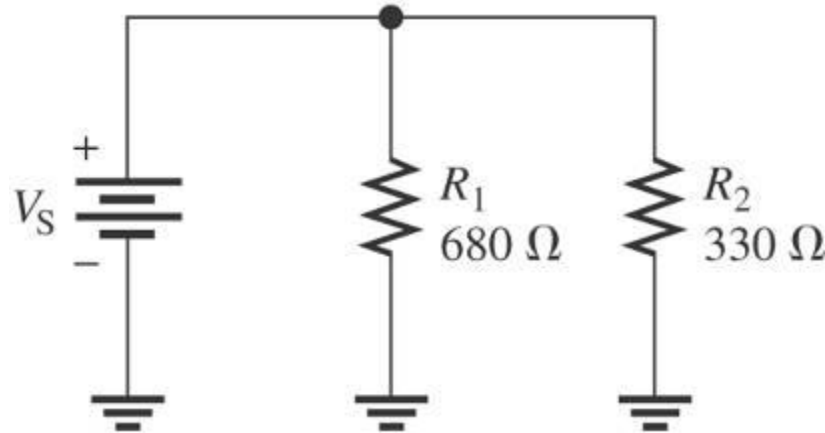
Βήμα 9: Πατάμε το κουμπί +. Η οθόνη δείχνει 0.07673... (που είναι το άθροισμα $1/100 + 1/47 + 1/22$).

Βήμα 10: Πατάμε το κουμπί X^{-1} . Η οθόνη δείχνει 13.0325... Ο αριθμός αυτός είναι η ολική αντίσταση σε ohms. Τη στρογγυλοποιούμε σε **13.0 Ω** .

Η Περίπτωση των Δύο Παράλληλων Αντιστάσεων

$$\mathbf{R_T} = \frac{\mathbf{R_1 \cdot R_2}}{\mathbf{R_1 + R_2}}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-9 Υπολογίστε την ολική παράλληλη αντίσταση που συνδέεται στην πηγή τάσης του κυκλώματος της παρακάτω εικόνας.



Λύση

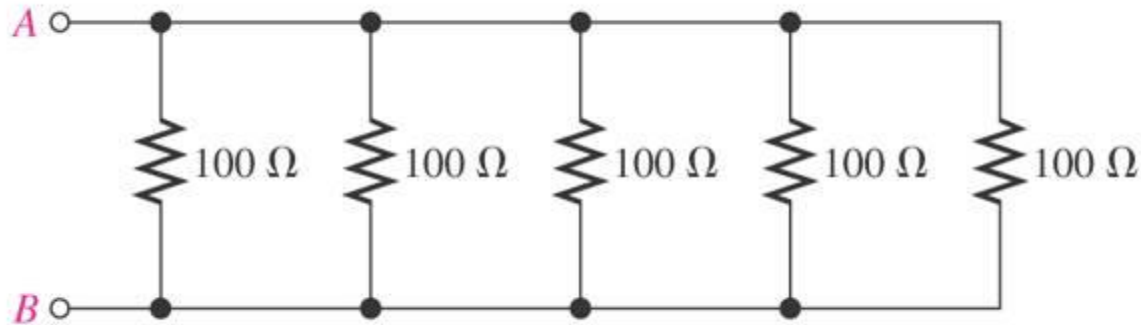
$$R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(680 \Omega) \cdot (330 \Omega)}{680 \Omega + 330 \Omega} = \frac{224000 \Omega^2}{1010 \Omega} = \mathbf{222 \Omega}$$

Η Περίπτωση των Ίσων Παράλληλων Αντιστάσεων

- Όταν ένας αριθμός (n) αντιστατών, που έχουν όλοι την ίδια αντίσταση (R), συνδέονται παράλληλα, η R_T ισούται με την αντίσταση διαιρεμένη δια του αριθμού των παράλληλων αντιστατών.

$$R_T = \frac{R}{n}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-10 Βρείτε την ολική παράλληλη αντίσταση μεταξύ των σημείων A και B στην παρακάτω εικόνα.



Λύση Υπάρχουν 5 αντιστάτες των 100 Ω παράλληλα. Άρα,

$$R_T = \frac{R}{n} = \frac{100 \Omega}{5} = \mathbf{20 \Omega}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-11 Ένας στερεοφωνικός ενισχυτής οδηγεί σε κάθε κανάλι δύο ηχεία των $8\ \Omega$ σε παραλληλία, όπως δείχνεται στην εικόνα παρακάτω. Πόση είναι η ολική αντίσταση στους ακροδέκτες εξόδου κάθε καναλιού του ενισχυτή;



Λύση

Η ολική παράλληλη αντίσταση στην έξοδο κάθε καναλιού με τα δύο ηχεία των $8\ \Omega$ είναι

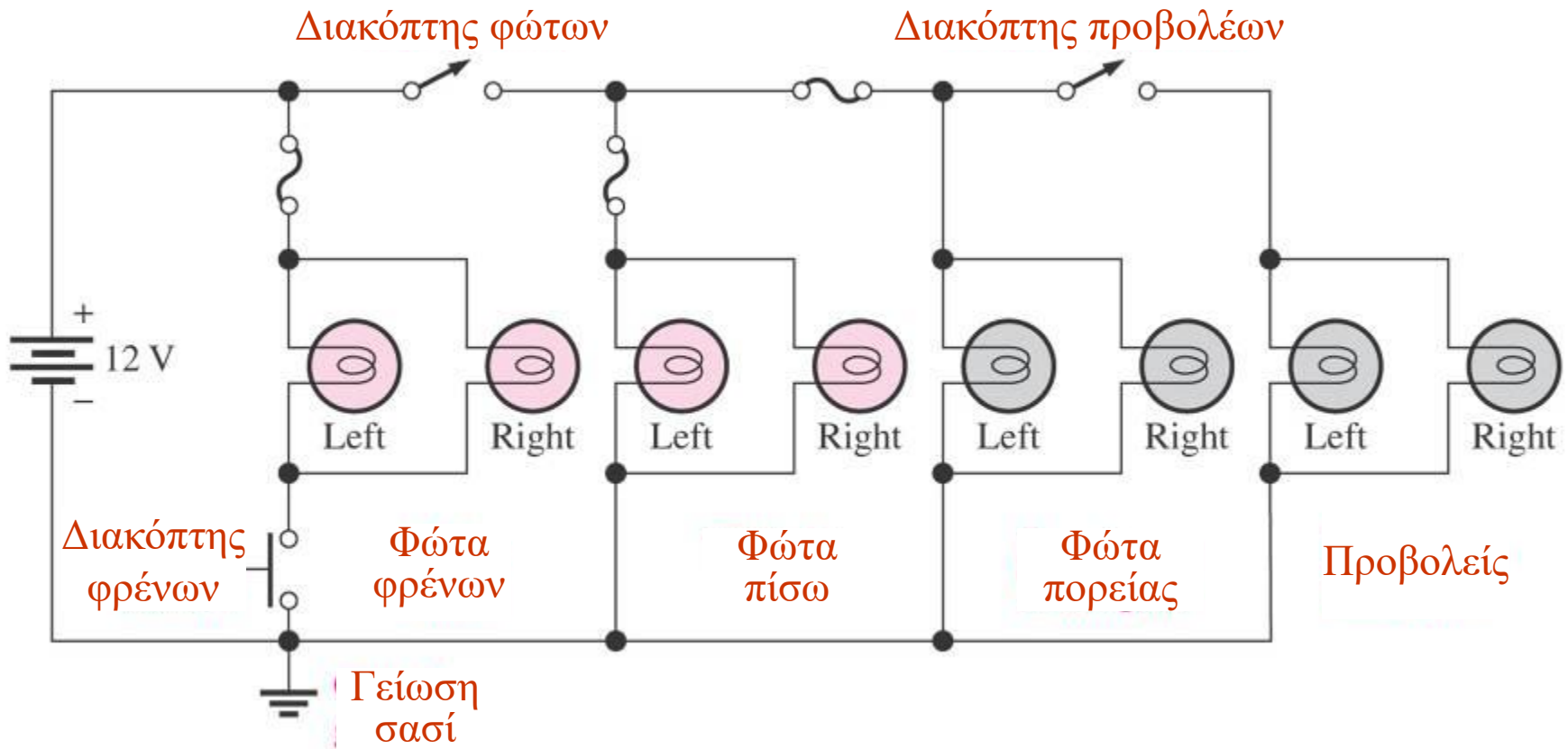
$$R_T = \frac{R}{n} = \frac{8\ \Omega}{2} = 4\ \Omega$$

Συμβολισμός για Παράλληλους Αντιστάτες

- Για να δηλώσουμε 5 αντιστάτες, όλους παράλληλα, θα γράψουμε:

$$\mathbf{R}_1 \parallel \mathbf{R}_2 \parallel \mathbf{R}_3 \parallel \mathbf{R}_4 \parallel \mathbf{R}_5$$

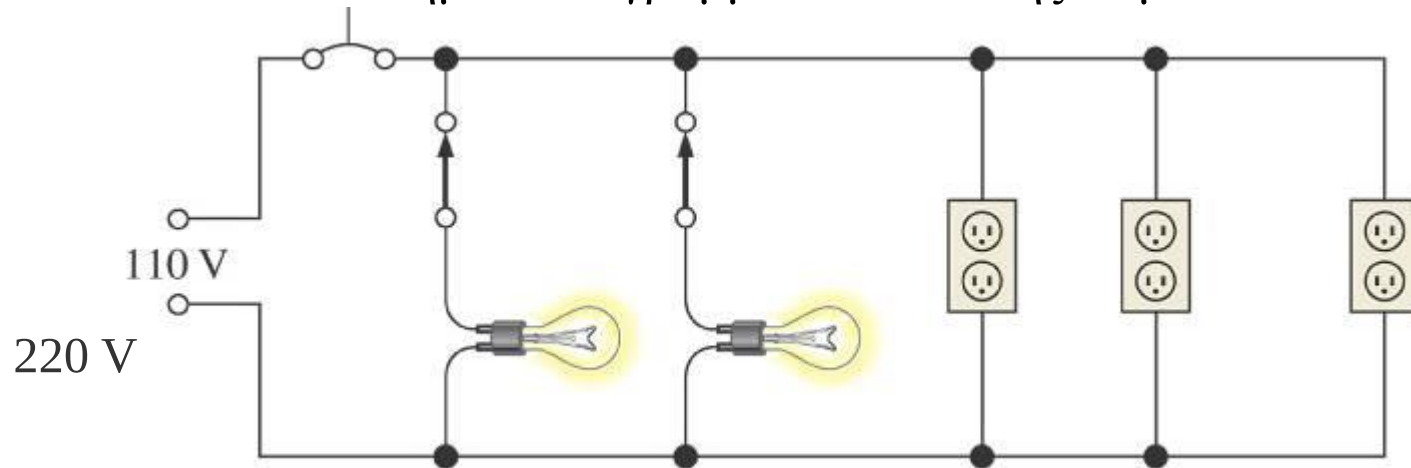
ΕΙΚΟΝΑ 5-11 Απλοποιημένο διάγραμμα του συστήματος των εξωτερικών φώτων ενός αυτοκινήτου. Όλα τα φώτα είναι σβηστά (off) όταν οι διακόπτες είναι στη θέση που δείχνεται στην εικόνα.



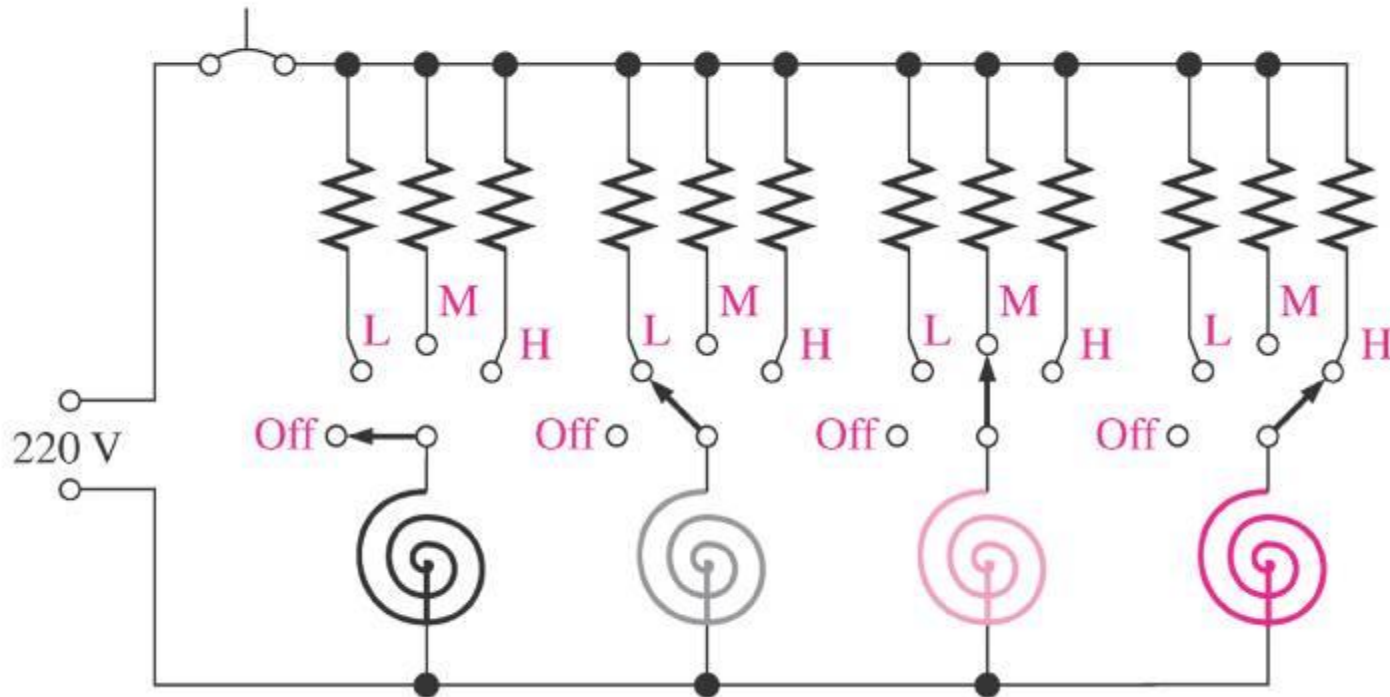
Μια Εφαρμογή Παράλληλου Κυκλώματος: Οικιακό Ηλεκτρικό Σύστημα

- Όλα τα φώτα και οι ηλεκτρικές συσκευές σε ένα σπίτι είναι συνδεδεμένες παράλληλα
- Οι διακόπτες τοποθετούνται σε σειρά με τα φώτα

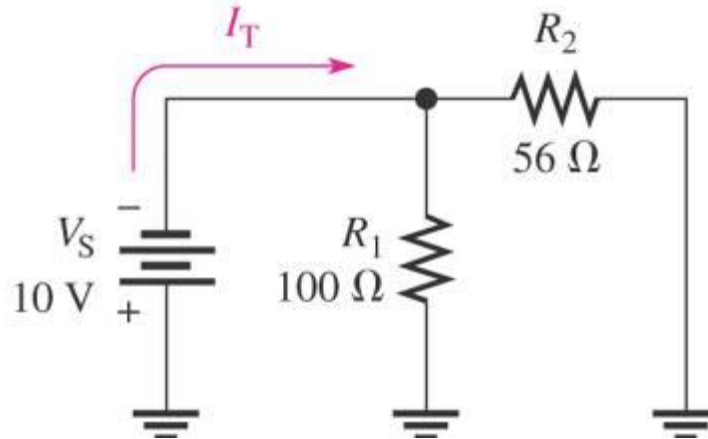
ΕΙΚΟΝΑ 5-12 Απλοποιημένο διάγραμμα καλωδίωσης δωματίου.



ΕΙΚΟΝΑ 5-13 Απλοποιημένο διάγραμμα ηλεκτρικής κουζίνας τεσσάρων εστιών.



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-12 Βρείτε το ολικό ρεύμα που δημιουργείται από το συσσωρευτή στην παρακάτω εικόνα.



Λύση

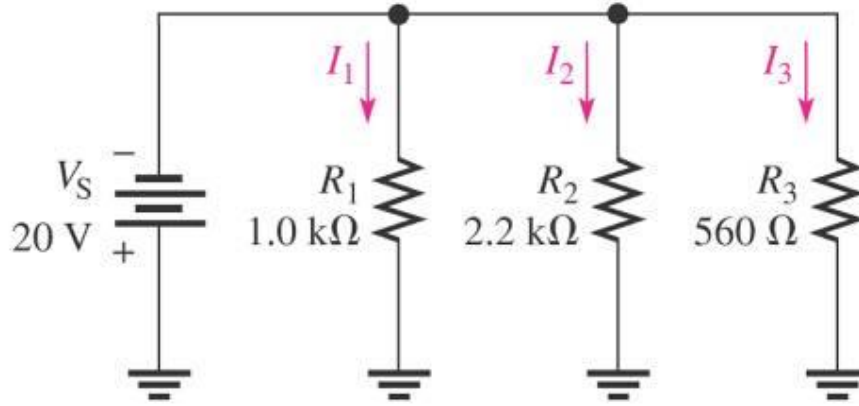
Η ολική αντίσταση (R_T) που “βλέπει” ο συσσωρευτής είναι

$$R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(100 \, \Omega) \cdot (56 \, \Omega)}{100 \, \Omega + 56 \, \Omega} = \frac{5600 \, \Omega^2}{156 \, \Omega} = 35.9 \, \Omega$$

Από το νόμο του Ohm βρίσκουμε

$$I_T = \frac{V_S}{R_T} = \frac{10 \, \text{V}}{35.9 \, \Omega} = \mathbf{279 \, \text{mA}}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-13 Προσδιορίστε το ρεύμα μέσα από κάθε αντιστάτη στο παράλληλο κύκλωμα της παρακάτω εικόνας.



Λύση

Η τάση στα άκρα κάθε αντιστάτη (κλάδου) είναι ίση με την τάση της πηγής, 20 V.

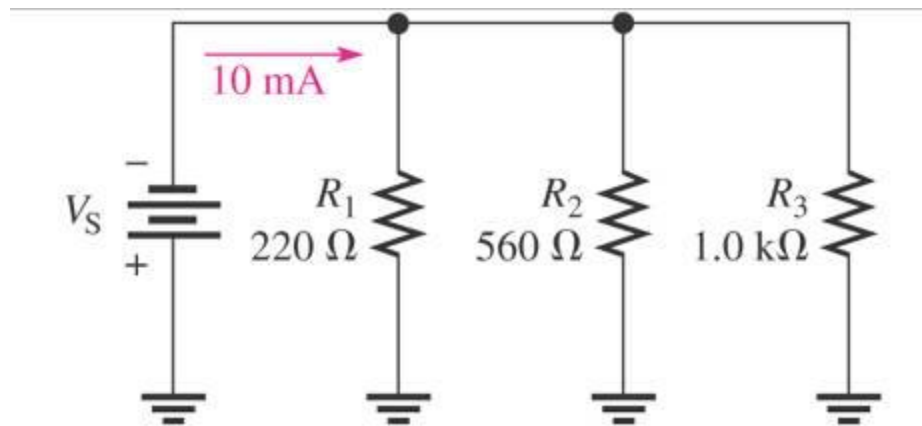
Από το νόμο του Ohm σε κάθε κλάδο, έχουμε:

$$I_1 = \frac{V_S}{R_1} = \frac{20 \text{ V}}{1.0 \text{ k}\Omega} = \mathbf{20.0 \text{ mA}}$$

$$I_2 = \frac{V_S}{R_2} = \frac{20 \text{ V}}{2.2 \text{ k}\Omega} = \mathbf{9.09 \text{ mA}}$$

$$I_3 = \frac{V_S}{R_3} = \frac{20 \text{ V}}{560 \Omega} = \mathbf{35.7 \text{ mA}}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-14 Βρείτε την τάση στα άκρα του παράλληλου κυκλώματος στην παρακάτω εικόνα.



Λύση

Το ολικό ρεύμα στο παράλληλο κύκλωμα είναι 10 mA.

Η ολική αντίσταση είναι

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{220 \, \Omega} + \frac{1}{560 \, \Omega} + \frac{1}{1.0 \, \text{k}\Omega} \Rightarrow R_T = 136 \, \Omega$$

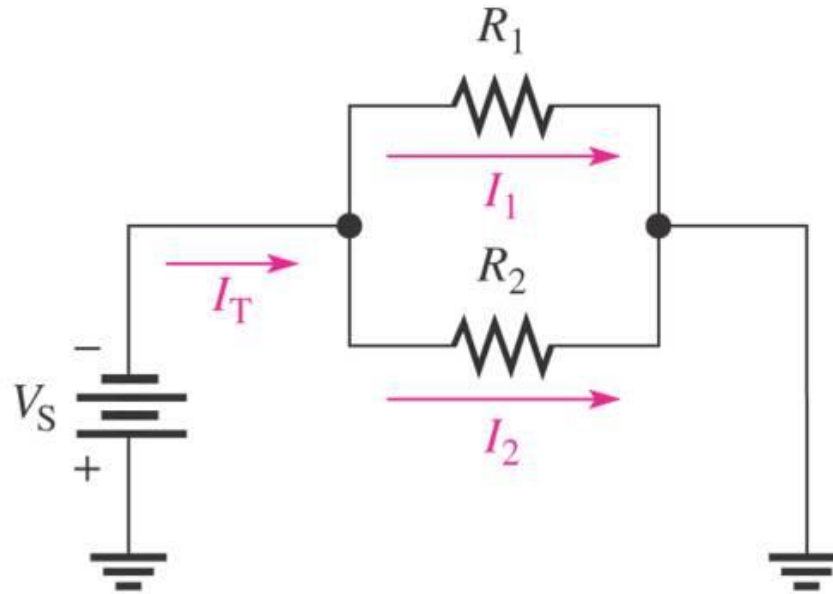
Από το νόμο του Ohm βρίσκουμε την ολική τάση (τάση της πηγής)

$$V_S = I_T \cdot R_T = (10 \, \text{mA})(136 \, \Omega) = \mathbf{1.36 \, V}$$

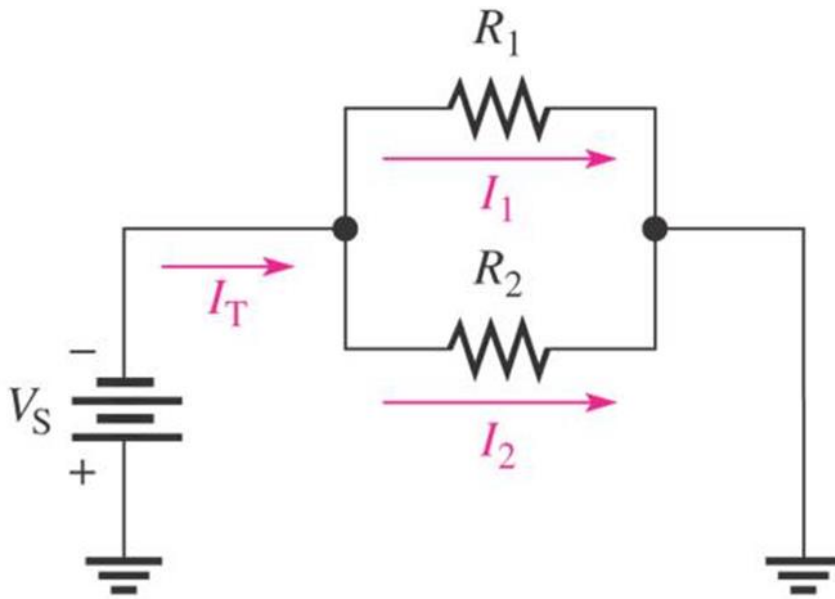
Διαιρέτες Ρεύματος

(Current Dividers)

- Ένα **παράλληλο κύκλωμα** ενεργεί σαν ένας **διαιρέτης ρεύματος** διότι το ρεύμα που εισέρχεται στην επαφή των παράλληλων κλάδων διαιρείται στα επιμέρους ρεύματα των κλάδων



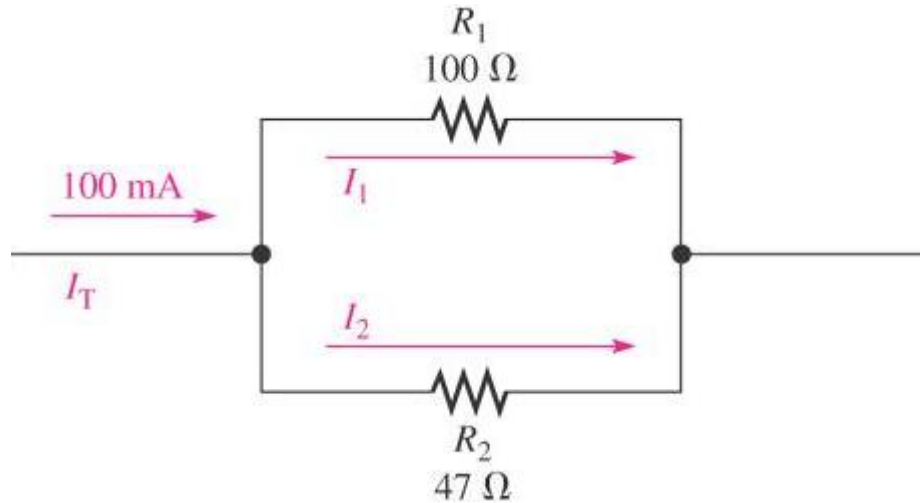
Οι Τύποι του Διαιρέτη Ρεύματος για Δύο Κλάδους



$$I_1 = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \cdot I_T$$

$$I_2 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \cdot I_T$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-15 Βρείτε τα I_1 και I_2 στην παρακάτω εικόνα.

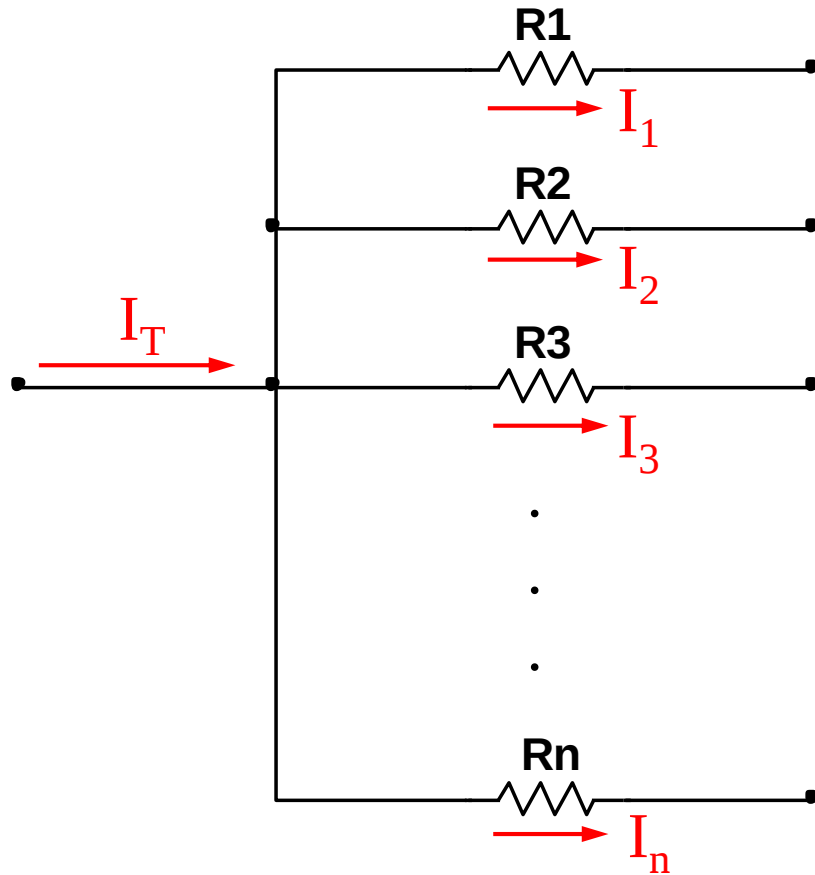


Λύση

$$I_1 = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \cdot I_T = \left(\frac{47 \, \Omega}{147 \, \Omega} \right) \cdot 100 \, \text{mA} = \mathbf{32.0 \, \text{mA}}$$

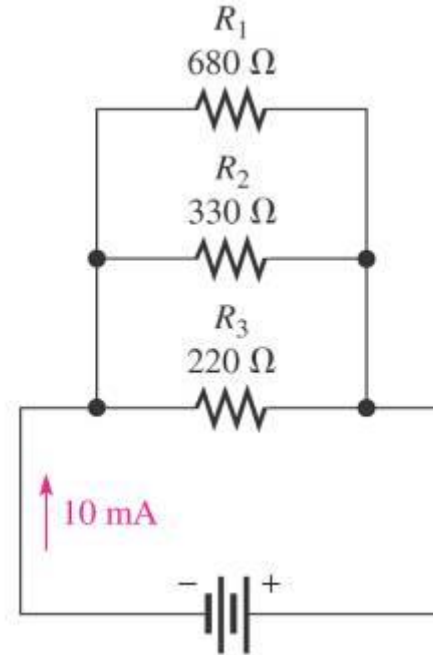
$$I_2 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \cdot I_T = \left(\frac{100 \, \Omega}{147 \, \Omega} \right) \cdot 100 \, \text{mA} = \mathbf{68.0 \, \text{mA}}$$

Γενικός Τύπος του Διαιρέτη Ρεύματος



$$I_X = \left(\frac{R_T}{R_X} \right) \cdot I_T$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-16 Προσδιορίστε το ρεύμα μέσα από κάθε αντιστάτη



Λύση

Πρώτα υπολογίζουμε την ολική παράλληλη αντίσταση

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{680\ \Omega} + \frac{1}{330\ \Omega} + \frac{1}{220\ \Omega} \Rightarrow R_T = 111\ \Omega$$

Επομένως, το ρεύμα στην R_1 είναι

$$I_1 = \left(\frac{R_T}{R_1} \right) \cdot I_T = \left(\frac{111\ \Omega}{680\ \Omega} \right) \cdot 10\text{ mA} = \mathbf{1.63\text{ mA}}$$

Λύση (συνέχεια)

Το ρεύμα στην R_2 είναι

$$I_2 = \left(\frac{R_T}{R_2} \right) \cdot I_T = \left(\frac{111 \, \Omega}{330 \, \Omega} \right) \cdot 10 \, \text{mA} = \mathbf{3.36 \, \text{mA}}$$

Το ρεύμα στην R_3 είναι

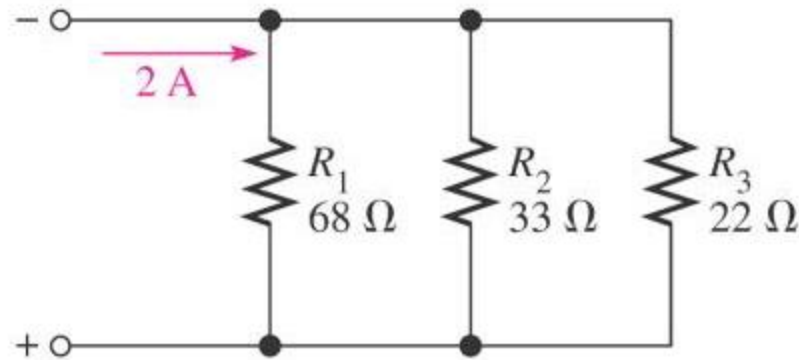
$$I_3 = \left(\frac{R_T}{R_3} \right) \cdot I_T = \left(\frac{111 \, \Omega}{220 \, \Omega} \right) \cdot 10 \, \text{mA} = \mathbf{5.05 \, \text{mA}}$$

Η Ισχύς στα Παράλληλα Κυκλώματα

- Η ολική ισχύς σε ένα παράλληλο κύκλωμα βρίσκεται, όπως και στα κυκλώματα σε σειρά, προσθέτοντας τις ισχύς όλων των ανεξάρτητων αντιστατών

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n$$

- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-17** (α) Υπολογίστε την ολική ισχύ στο παράλληλο κύκλωμα της παρακάτω εικόνας.
(β) Πόση είναι η ισχύς που καταναλώνεται σε κάθε κλάδο χωριστά;



Λύση

- (α) Η ολική παράλληλη αντίσταση είναι

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{68 \Omega} + \frac{1}{33 \Omega} + \frac{1}{22 \Omega} \Rightarrow R_T = 11 \Omega$$

Η ολική ισχύς στο κύκλωμα είναι

$$P_T = I_T^2 \cdot R_T = (2 \text{ A})^2 (11 \Omega) = 44 \text{ W}$$

Λύση (συνέχεια)

(β) Την ισχύ σε κάθε κλάδο (αντίσταση) βρίσκουμε

- είτε από τη σχέση $P_X = \frac{V^2}{R_X}$ αν γνωρίζουμε την τάση V στο παράλληλο κύκλωμα
- είτε από τη σχέση $P_X = I_X^2 \cdot R_X$ αν γνωρίζουμε το ρεύμα I_X σε κάθε αντίσταση.

1^{ος} τρόπος: Από τον νόμο του Ohm, η τάση υπολογίζεται

$$V = I_T R_T = (2 \text{ A})(11 \text{ } \Omega) = 22 \text{ V}$$

οπότε

$$P_1 = \frac{(22 \text{ V})^2}{68 \text{ } \Omega} = \mathbf{7.1 \text{ W}}$$

$$P_2 = \frac{(22 \text{ V})^2}{33 \text{ } \Omega} = \mathbf{15 \text{ W}}$$

$$P_3 = \frac{(22 \text{ V})^2}{22 \text{ } \Omega} = \mathbf{22 \text{ W}}$$

Λύση (συνέχεια)

2^{ος} τρόπος: Από τον τύπο του διαιρέτη ρεύματος, υπολογίζουμε το ρεύμα σε κάθε κλάδο

$$I_1 = \frac{R_T}{R_1} \cdot I_T = \frac{11\Omega}{68\Omega} \cdot 2A = 0,32 A$$

$$I_2 = \frac{R_T}{R_2} \cdot I_T = \frac{11\Omega}{33\Omega} \cdot 2A = 0,67 A$$

$$I_3 = \frac{R_T}{R_3} \cdot I_T = \frac{11\Omega}{22\Omega} \cdot 2A = 1,0 A$$

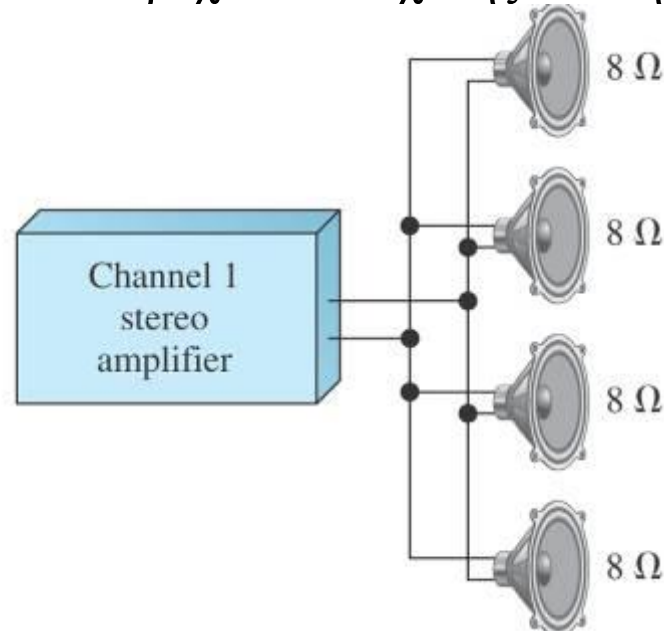
οπότε,

$$P_1 = I_1^2 \cdot R_1 = (0.32 A)^2 \cdot (68 \Omega) = \mathbf{7,0 W}$$

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2 = (0.67 A)^2 \cdot (33 \Omega) = \mathbf{15 W}$$

$$P_3 = I_3^2 \cdot R_3 = (1.0 A)^2 \cdot (22 \Omega) = \mathbf{22 W}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-18 Το ένα κανάλι ενός στερεοφωνικού ενισχυτή οδηγεί τέσσερα παράλληλα ηχεία, όπως δείχνεται στην εικόνα παρακάτω. Αν η μέγιστη τάση στα ηχεία είναι 15 V, πόση ισχύ πρέπει να μπορεί να παρέχει ο ενισχυτής στα ηχεία;



Λύση Τα ηχεία συνδέονται παράλληλα στην έξοδο του ενισχυτή, συνεπώς, η τάση στο καθένα είναι η ίδια. Η μέγιστη ισχύς σε κάθε ηχείο είναι

$$P_{\max} = \frac{V_{\max}^2}{R} = \frac{(15 \text{ V})^2}{8 \Omega} = 28.1 \text{ W}$$

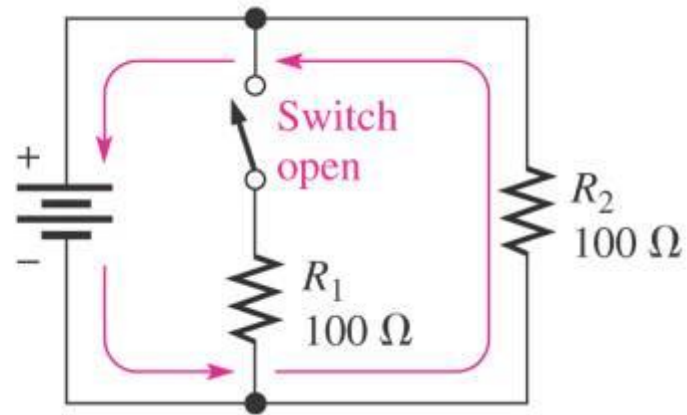
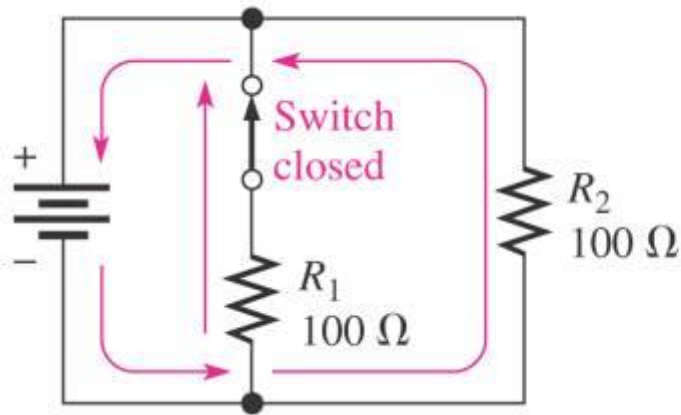
Η ολική ισχύς που θα πρέπει να βγάζει ο ενισχυτής στην έξοδο του καναλιού είναι

$$P_{T(\max)} = 4 \cdot P_{\max} = \mathbf{112 \text{ W}}$$

Εντοπισμός Βλαβών – Ανοικτοί Κλάδοι

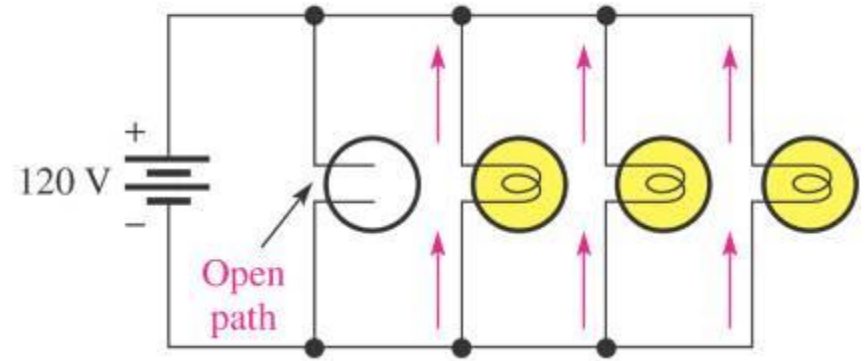
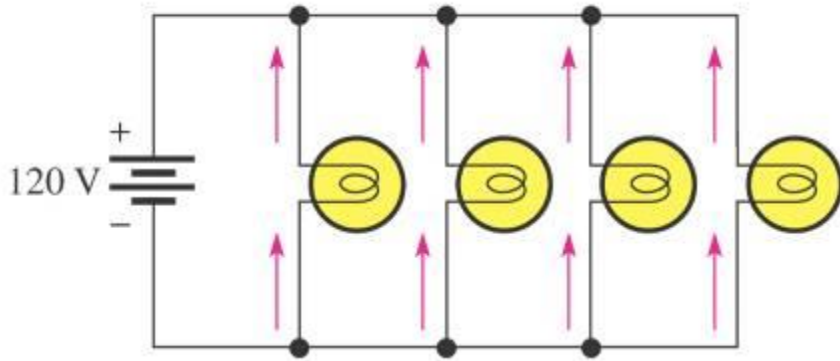
Όταν σε έναν παράλληλο κλάδο έχουμε έναν κλάδο ανοικτό

- η ολική αντίσταση R_T του κυκλώματος αυξάνει,
- το ολικό ρεύμα I_T στο κύκλωμα μειώνεται,
- το ρεύμα που περνά μέσα από τους παραμένοντες παράλληλους κλάδους (I_1 , I_2 , κ.λπ.) παραμένει αμετάβλητο

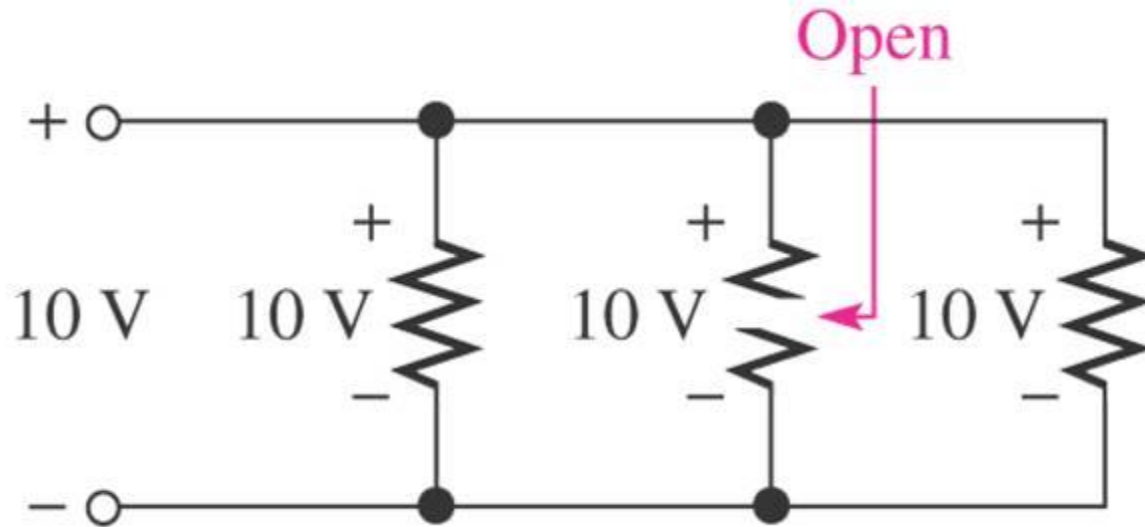


ΕΙΚΟΝΑ 5-17 Όταν ένας λαμπτήρας καίγεται και ανοίγει,

- το ολικό ρεύμα μειώνεται κατά τη ποσότητα ρεύματος που διέρρεε τον λαμπτήρα που άνοιξε.
- τα υπόλοιπα ρεύματα των κλάδων παραμένουν αμετάβλητα.



ΕΙΚΟΝΑ 5-18 Όλοι οι παράλληλοι κλάδοι (ανοικτοί ή όχι) έχουν την ίδια τάση.



Εύρεση ενός Ανοικτού Κλάδου με Μέτρηση Ρεύματος

- Όταν ένας παράλληλος αντιστάτης ανοίγει, το I_T είναι πάντα μικρότερο από την κανονική του τιμή
- Από τη στιγμή που το I_T και η τάση στα άκρα των κλάδων είναι γνωστά, λίγοι απλοί υπολογισμοί θα προσδιορίσουν τον ανοικτό αντιστάτη, όταν όλοι οι αντιστάτες έχουν διαφορετικές τιμές

ΕΙΚΟΝΑ 5-19 Εύρεση ενός ανοικτού κλάδου με μέτρηση του ρεύματος.

Ας θεωρήσουμε το κύκλωμα του σχήματος (α).

Αν ένας αντιστάτης ανοίξει, το ολικό ρεύμα θα γίνει ίσο με το ρεύμα στον καλό αντιστάτη.

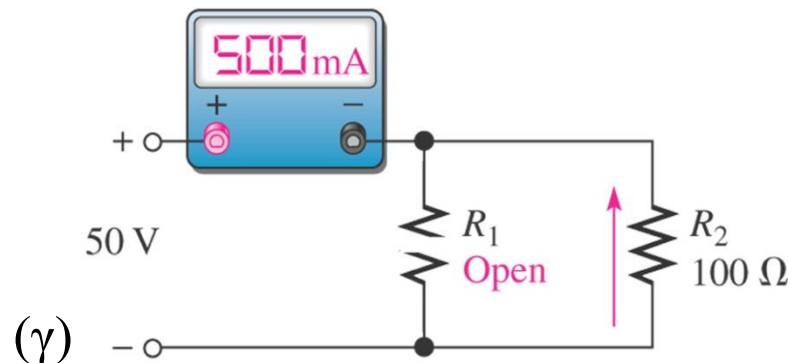
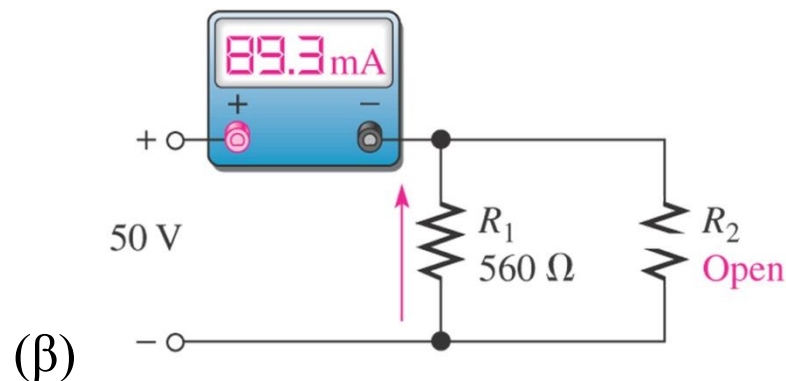
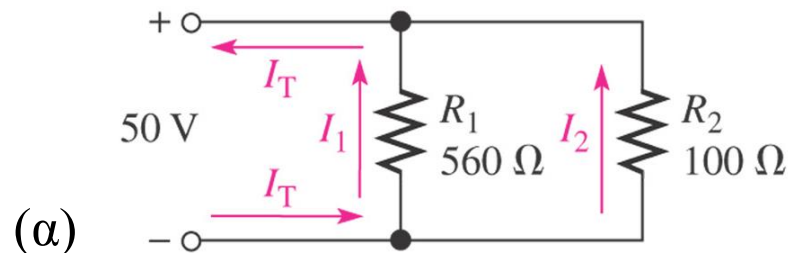
Από τον νόμο του Ohm, το ρεύμα σε κάθε αντιστάτη πρέπει να είναι:

$$I_1 = (50 \text{ V}) / (560 \Omega) = 89.3 \text{ mA}$$

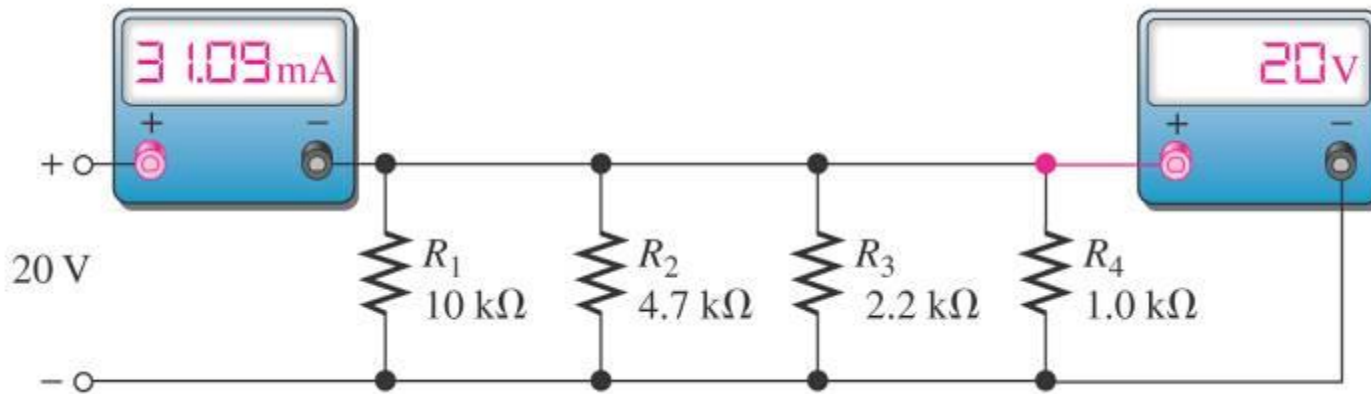
$$I_2 = (50 \text{ V}) / (100 \Omega) = 500 \text{ mA}$$

Αν η R_2 είναι ανοικτή, το ολικό ρεύμα θα είναι 89.3 mA [βλ., εικόνα (β)].

Αν η R_1 είναι ανοικτή, το ολικό ρεύμα θα είναι 500 mA [βλ., εικόνα (γ)].



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-19 Στην παρακάτω εικόνα, υπάρχει ένα ολικό ρεύμα τω 31.09 mA και η τάση στα άκρα των παράλληλων κλάδων είναι 20 V. Υπάρχει ανοικτός αντιστάτης και αν ναι, ποιος είναι;



Λύση Υπολογίζουμε το ρεύμα κάθε κλάδου.

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{20 \text{ V}}{10 \text{ k}\Omega} = 2 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{20 \text{ V}}{4.7 \text{ k}\Omega} = 4.26 \text{ mA}$$

$$I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{20 \text{ V}}{2.2 \text{ k}\Omega} = 9.09 \text{ mA}$$

$$I_4 = \frac{V}{R_4} = \frac{20 \text{ V}}{1.0 \text{ k}\Omega} = 20 \text{ mA}$$

Λύση (συνέχεια)

Το ολικό ρεύμα θα πρέπει να είναι

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 2 \text{ mA} + 4.26 \text{ mA} + 9.09 \text{ mA} + 20 \text{ mA} = 35.35 \text{ mA}$$

Το πραγματικά μετρούμενο ρεύμα 31.09 mA, που είναι 4.26 mA μικρότερο από το κανονικό, δείχνοντας ότι ο κλάδος με τα 4.26 mA είναι ανοικτός. Επομένως, **η R_2 πρέπει να είναι ανοικτή.**

Εύρεση ενός Ανοικτού Κλάδου με Μέτρηση Αντίστασης

- Το παράλληλο κύκλωμα, που θα ελεγχθεί, πρέπει να αποσυνδεθεί από την τάση.
- Ας θυμηθούμε ότι η ολική αγωγιμότητα του παράλληλου κυκλώματος είναι το άθροισμα της αγωγιμότητας όλων των κλάδων, $G_T = G_1 + G_2 + \dots + G_n$.

Τα βήματα για τον εντοπισμό του ανοικτού κλάδου είναι:

1. Υπολογίζουμε ποια θα πρέπει να είναι η ολική αγωγιμότητα

$$G_{T(\text{υπόλ})} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

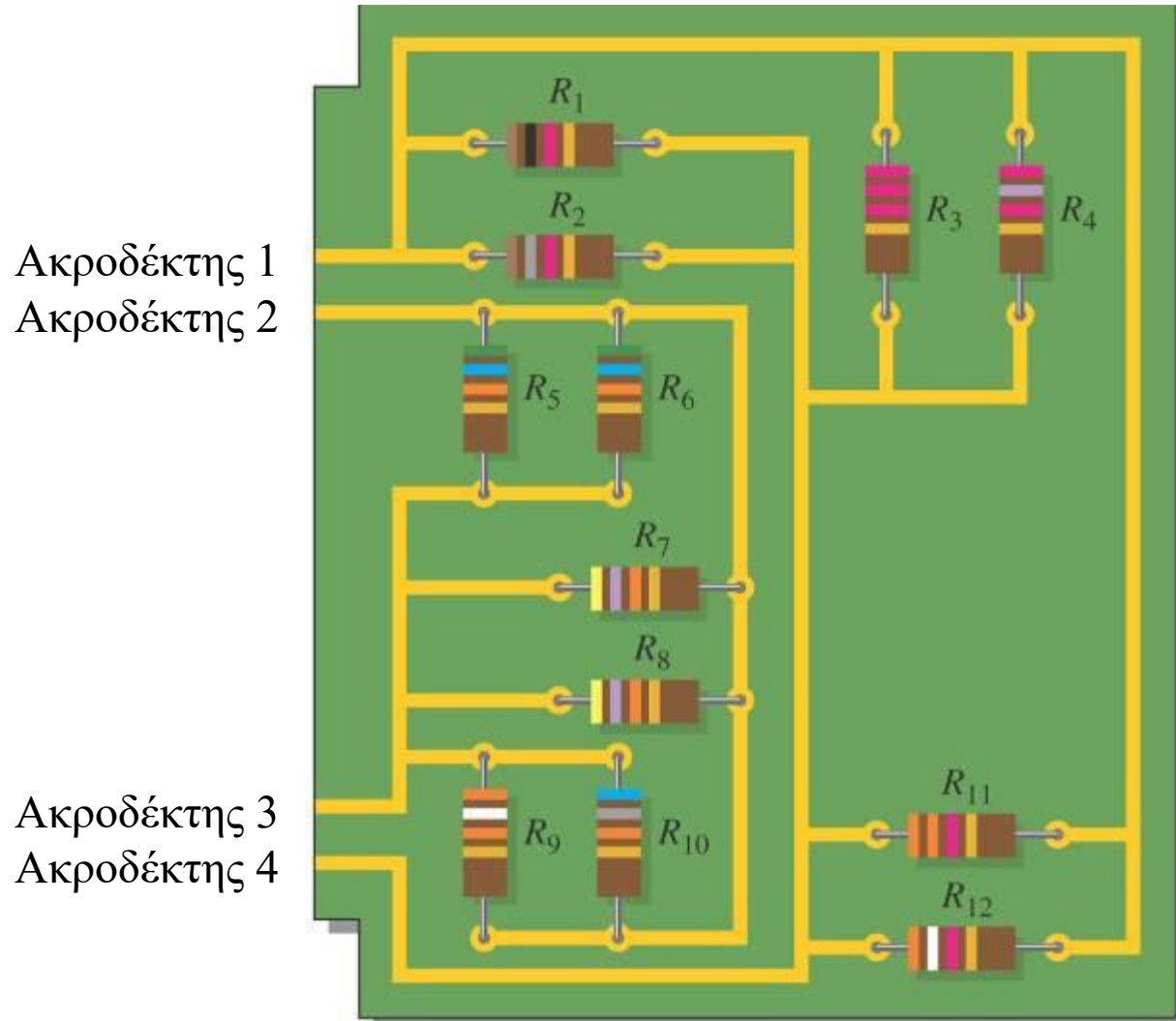
2. Μετράμε την ολική αντίσταση και υπολογίζουμε την ολική αγωγιμότητα

$$G_{T(\text{μετρ})} = \frac{1}{R_{T(\text{μετρ})}}$$

3. Αφαιρούμε τη μετρούμενη ολική αγωγιμότητα (βήμα 2) από την υπολογισμένη ολική αγωγιμότητα (βήμα 1). Το αποτέλεσμα είναι αγωγιμότητα του ανοικτού κλάδου και η αντίσταση λαμβάνεται αντιστρέφοντας ($R = 1/G$)

$$R_{\text{open}} = \frac{1}{G_{T(\text{υπολ})} - G_{T(\text{μετρ})}}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-20 Το πολύμετρο μετρά $402\ \Omega$ μεταξύ των ακροδεκτών 1 και 4 στην παρακάτω εικόνα. Ελέγξτε την πλακέτα τυπωμένου κυκλώματος μεταξύ αυτών των δύο ακροδεκτών για ανοικτούς κάδους.



Λύση Το κύκλωμα μεταξύ των ακροδεκτών 1 και 4 ελέγχεται ως εξής:

1. Υπολογίζουμε ποια θα πρέπει να είναι η ολική αγωγιμότητα χρησιμοποιώντας τις επιμέρους τιμές των αντιστάσεων

$$\begin{aligned} G_{T(\text{υπόλ})} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_{12}} \\ &= \frac{1}{1.0 \text{ k}\Omega} + \frac{1}{1.8 \text{ k}\Omega} + \frac{1}{2.2 \text{ k}\Omega} + \frac{1}{2.7 \text{ k}\Omega} + \frac{1}{3.3 \text{ k}\Omega} + \frac{1}{3.9 \text{ k}\Omega} = 2.94 \text{ mS} \end{aligned}$$

2. Υπολογίζουμε την ολική μετρούμενη αγωγιμότητα

$$G_{T(\text{μετρ})} = \frac{1}{402 \text{ }\Omega} = 2.49 \text{ mS}$$

3. Αφαιρούμε τη μετρούμενη ολική αγωγιμότητα, $G_{T(\text{μετρ})}$, από την υπολογισμένη ολική αγωγιμότητα, $G_{T(\text{υπόλ})}$. Το αποτέλεσμα είναι αγωγιμότητα του ανοικτού κλάδου και η αντίσταση λαμβάνεται αντιστρέφοντας.

$$R_{\text{open}} = \frac{1}{G_{T(\text{υπόλ})} - G_{T(\text{μετρ})}} = \frac{1}{2.94 \text{ mS} - 2.49 \text{ mS}} = \frac{1}{0.45 \text{ mS}} = 2.2 \text{ k}\Omega$$

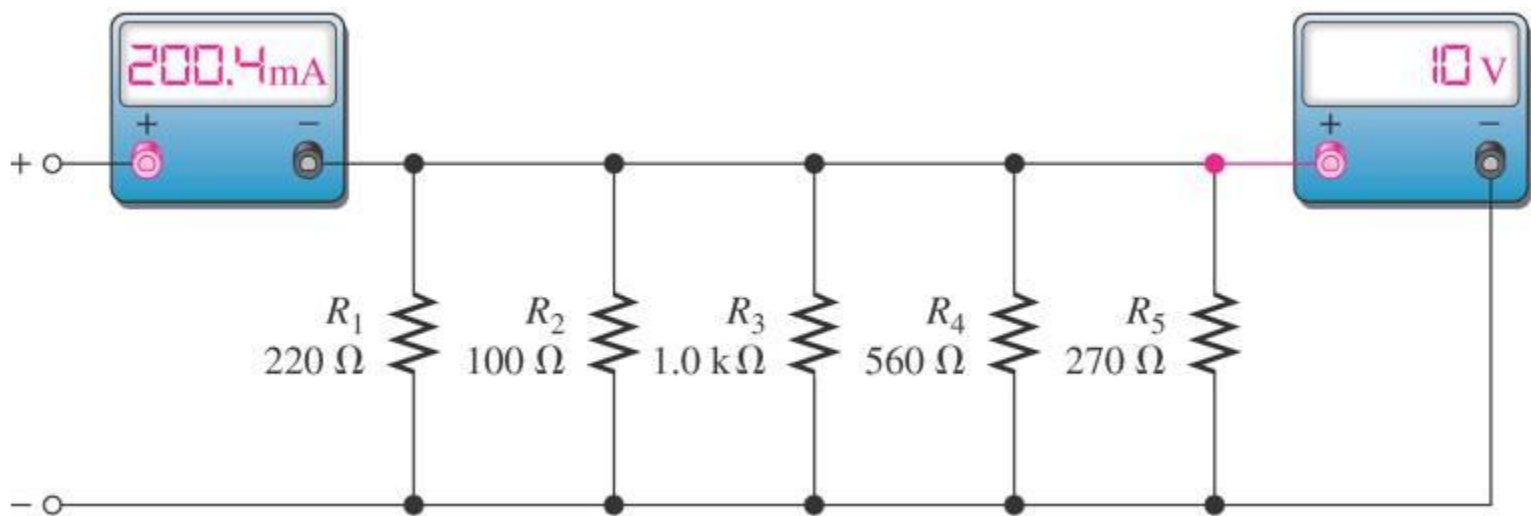
Ο αντιστάτης **R_2** είναι ανοικτός και πρέπει να αντικατασταθεί.

ΒΑΣΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ Εντοπισμός Βλαβών

20. Αν ένας από τους λαμπτήρες του Προβλήματος 19 καεί, πόσο ρεύμα θα περνά μέσα από καθέναν από τους υπόλοιπους; Ποιο θα είναι το ολικό ρεύμα;

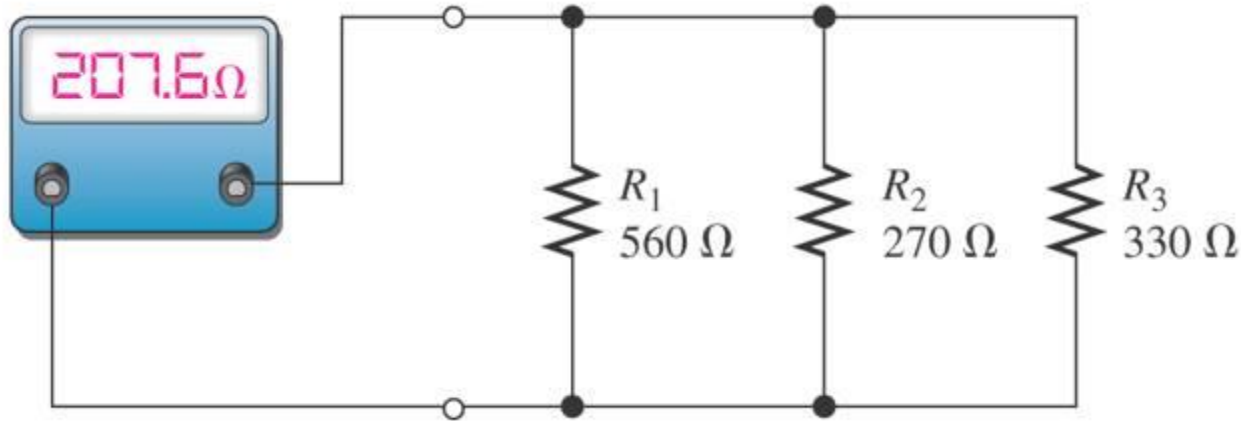
Απ.: $I = 340 \text{ mA}$, $I_T = 1.7 \text{ A}$

21. Στην παρακάτω εικόνα δείχνονται οι μετρήσεις ρεύματος και τάσης. Έχει το κύκλωμα ανοικτό κλάδο και αν ναι, ποιος είναι;



Απ.: Ο αντιστάτης $1 \text{ k}\Omega$ είναι ανοικτός

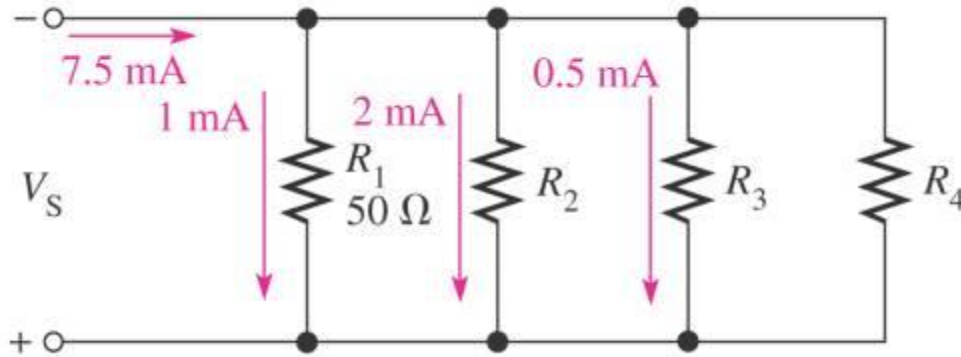
22. Βρείτε τον ανοικτό αντιστάτη στην εικόνα παρακάτω



Απ.: Ο R_2 είναι ανοικτός

ΣΥΝΘΕΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

23. Στο κύκλωμα της παρακάτω εικόνας, προσδιορίστε τις αντιστάσεις R_2 , R_3 και R_4 .



Λύση Από το νόμο του Ohm στην R_1 , υπολογίζουμε την κοινή τάση V_S .

Στη συνέχεια, εφαρμόζοντας το νόμο του Ohm στους κλάδους R_2 και R_3 και υπολογίζουμε $R_2 = 25 \Omega$ και $R_3 = 100 \Omega$.

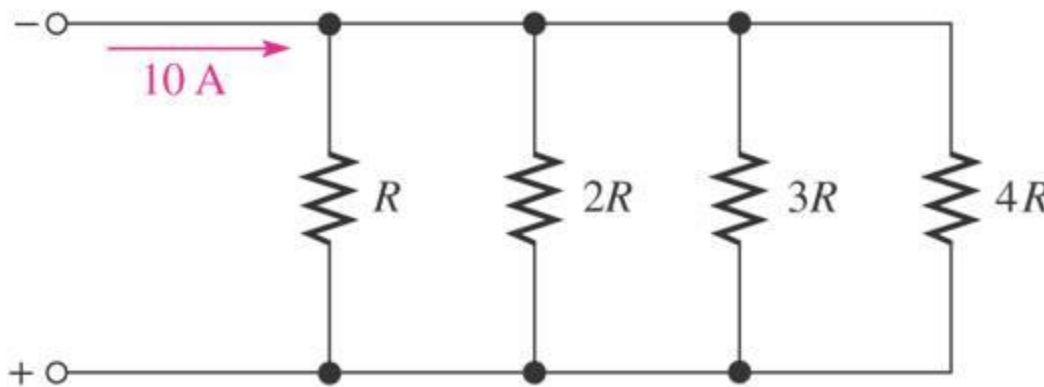
Για την R_4 , βρίσκουμε πρώτα το ρεύμα I_4 από το νόμο των ρευμάτων του Kirchhoff και στη συνέχεια, από το νόμο του Ohm βρίσκουμε $R_4 = 12.5 \Omega$.

ΣΥΝΘΕΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

24. Η ολική αντίσταση ενός παράλληλου κυκλώματος είναι $25\ \Omega$. Αν το ολικό ρεύμα είναι $100\ \text{mA}$, ποιο είναι το ρεύμα μέσα από έναν αντιστάτη $220\ \Omega$ που αποτελεί μέρος του παράλληλου κυκλώματος;

Απ.: $11.4\ \text{mA}$

25. Ποιο είναι το ρεύμα μέσα από κάθε κλάδο στην παρακάτω εικόνα;



Λύση Υπολογίζουμε την ολική αντίσταση, R_T και χρησιμοποιούμε το γενικό τύπο του διαιρέτη ρεύματος

$$I_x = \left(\frac{R_T}{R_x} \right) \cdot I_T$$

Βρίσκουμε: $I(R) = 4.8\ \text{A}$, $I(2R) = 2.4\ \text{A}$, $I(3R) = 1.6\ \text{A}$ και $I(4R) = 1.2\ \text{A}$,

ΣΥΝΘΕΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

26. Ένα ορισμένο παράλληλο κύκλωμα αποτελείται μόνο από αντιστάτες των $\frac{1}{2} \text{ W}$ που όλοι έχουν την ίδια τιμή. Η ολική αντίσταση είναι $1 \text{ k}\Omega$ και το ολικό ρεύμα είναι 50 mA . Αν κάθε αντιστάτης λειτουργεί στο μισό της μέγιστης ισχύος του, προσδιορίστε τα ακόλουθα:

(α) τον αριθμό των αντιστατών

(β) την τιμή κάθε αντιστάτη

(γ) το ρεύμα σε κάθε κλάδο

(δ) την εφαρμοζόμενη τάση

Λύση (α) Η ολική ισχύς είναι $P_T = n \cdot P$, όπου n είναι ο άγνωστος αριθμός των παράλληλων αντιστατών. Επομένως,

$$n = \frac{P_T}{P}$$

Η ισχύς P που καταναλώνει ο κάθε αντιστάτης είναι $P = \frac{1}{4} \text{ W} = 0.25 \text{ W}$, ενώ η ολική ισχύς υπολογίζεται από τη σχέση $P_T = I_T^2 \cdot R_T = (50 \text{ mA})^2 (1 \text{ k}\Omega) = 2.5 \text{ W}$.

Αρα,

$$n = \frac{2.5 \text{ W}}{0.25 \text{ W}} = \mathbf{10}$$

(β) Από τον τύπο της ολικής αντίστασης (για ίδιους αντιστάτες) $R_T = \frac{R}{n}$

Έχουμε, $R = n \cdot R_T = 10(1 \text{ k}\Omega) = \mathbf{10 \text{ k}\Omega}$

ΣΥΝΘΕΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Λύση (συνέχεια)

(γ) Το ρεύμα κάθε κλάδου είναι

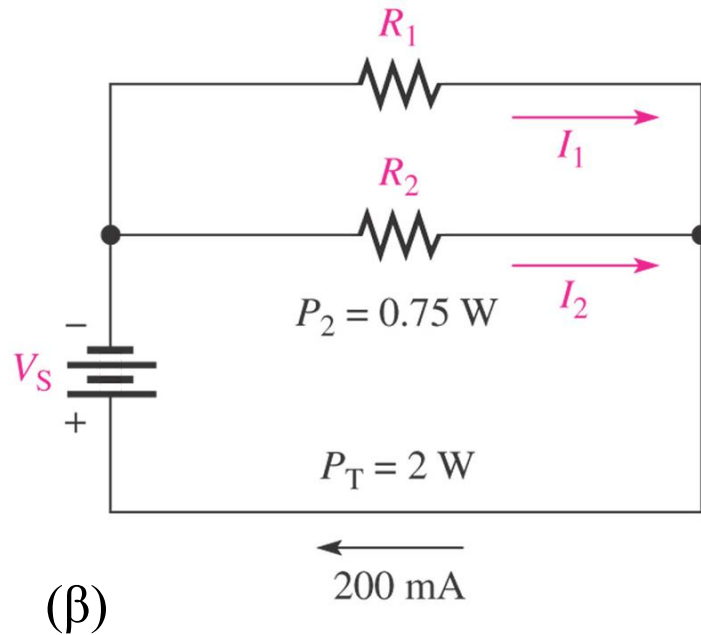
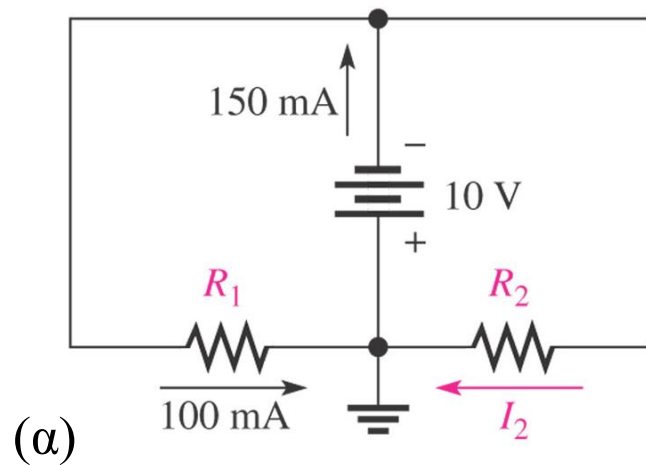
$$I = \frac{I_T}{n} = \frac{50 \text{ mA}}{10} = \mathbf{5 \text{ mA}}$$

(δ) Η εφαρμοζόμενη τάση υπολογίζεται από το νόμο του Ohm

$$V_S = I_T \cdot R_T = (50 \text{ mA})(1 \text{ k}\Omega) = \mathbf{50 \text{ V}}$$

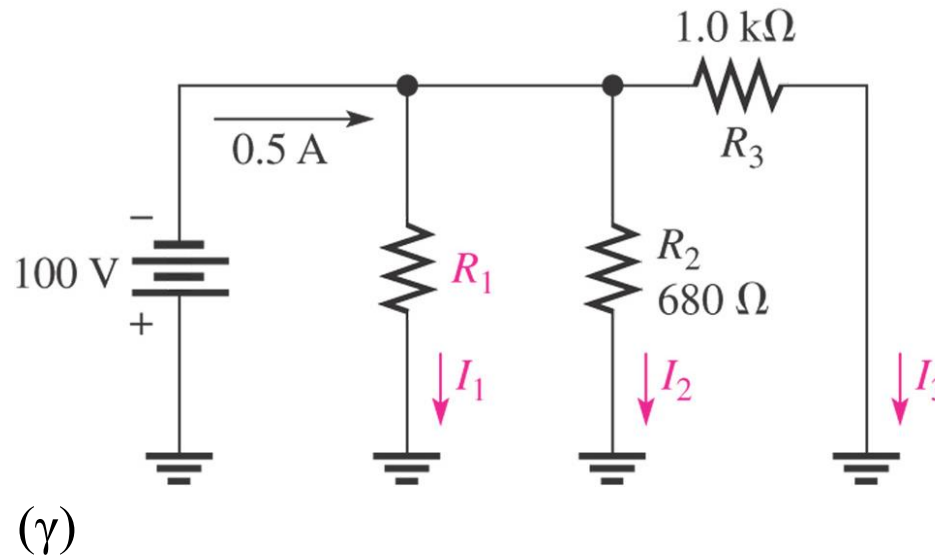
ΣΥΝΘΕΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

27. Βρείτε τις τιμές των άγνωστων μεγεθών που δηλώνονται με ένα ερωτηματικό στα κυκλώματα της παρακάτω εικόνας.



ΣΥΝΘΕΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

27. (Συνέχεια)



Απ.: (α) $R_1 = 100 \, \Omega$, $R_2 = 200 \, \Omega$, $I_2 = 50 \, \text{mA}$

(β) $I_1 = 125 \, \text{mA}$, $I_2 = 74.9 \, \text{mA}$, $R_1 = 80 \, \Omega$, $R_2 = 134 \, \Omega$, $V_S = 10 \, \text{V}$

(γ) $I_1 = 253 \, \text{mA}$, $I_2 = 147 \, \text{mA}$, $I_3 = 100 \, \text{mA}$, $R_1 = 395 \, \Omega$

ΣΥΝΘΕΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

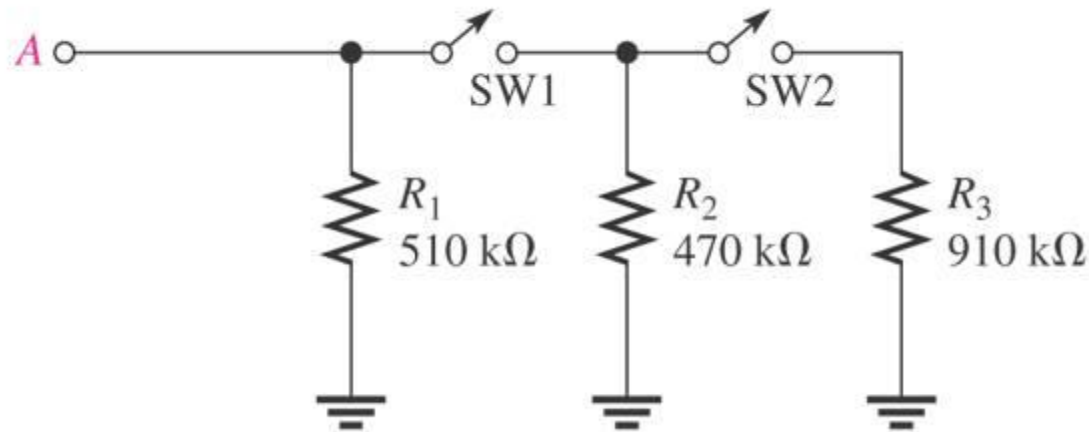
28. Πόση είναι η ολική αντίσταση μεταξύ του ακροδέκτη A και της γείωσης στο κύκλωμα της παρακάτω εικόνας για τις ακόλουθες συνθήκες;

(α) SW1 και SW2 ανοικτοί

(β) SW1 κλειστός και SW2 ανοικτός

(γ) SW1 ανοικτός και SW2 κλειστός

(δ) SW1 και SW2 κλειστοί



Απ.: (α) $510 \text{ }\Omega$

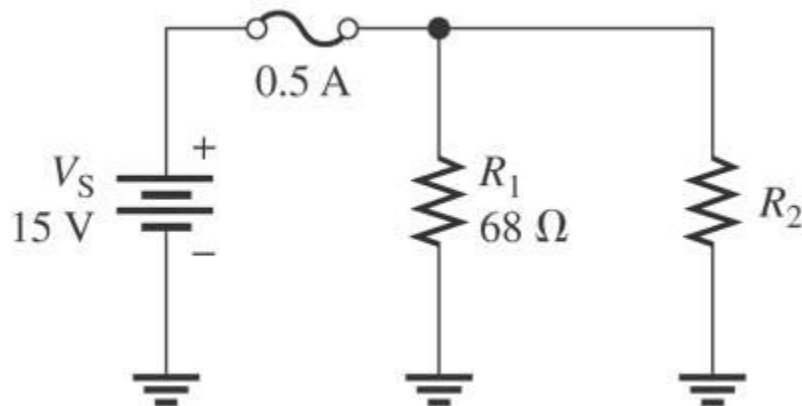
(β) $245 \text{ }\Omega$

(γ) $510 \text{ }\Omega$

(δ) $193 \text{ }\Omega$

ΣΥΝΘΕΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

29. Ποια τιμή της R_2 , στο κύκλωμα της παρακάτω εικόνας, θα προκαλέσει ρεύμα παραπάνω από το κανονικό;



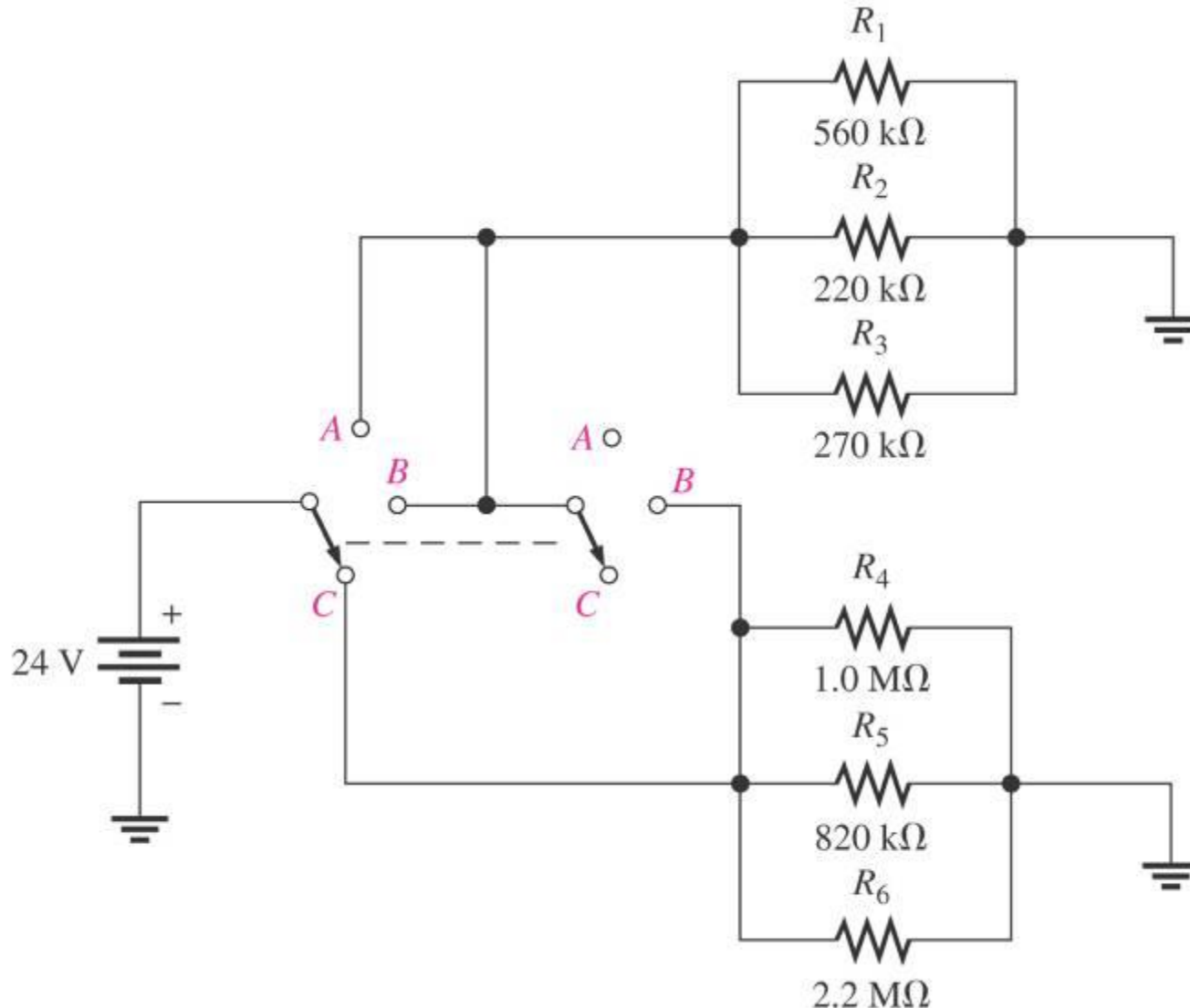
Απ.: 53.7 Ω

30. Το ηλεκτρικό κύκλωμα ενός δωματίου έχει έναν λαμπτήρα οροφής 100 W και τέσσερις πρίζες τοίχου. Δύο φωτιστικά γραφείου, που το καθένα τραβάει 60 W, συνδέονται στις δύο πρίζες και μια συσκευή τηλεόρασης, που τραβάει 0.5 A, συνδέεται στην τρίτη πρίζα. Όταν όλα αυτά τα αντικείμενα είναι σε χρήση, πόσο ρεύμα έχουμε στην κύρια γραμμή που εξυπηρετεί το δωμάτιο; Αν η κύρια γραμμή προστατεύεται από μια ασφάλεια 5 A, πόσο ρεύμα μπορούμε να τραβήξουμε από την τέταρτη πρίζα; Δώστε ένα σχηματικό διάγραμμα του κυκλώματος.

Απ.: 1.5 A, 3.5 A

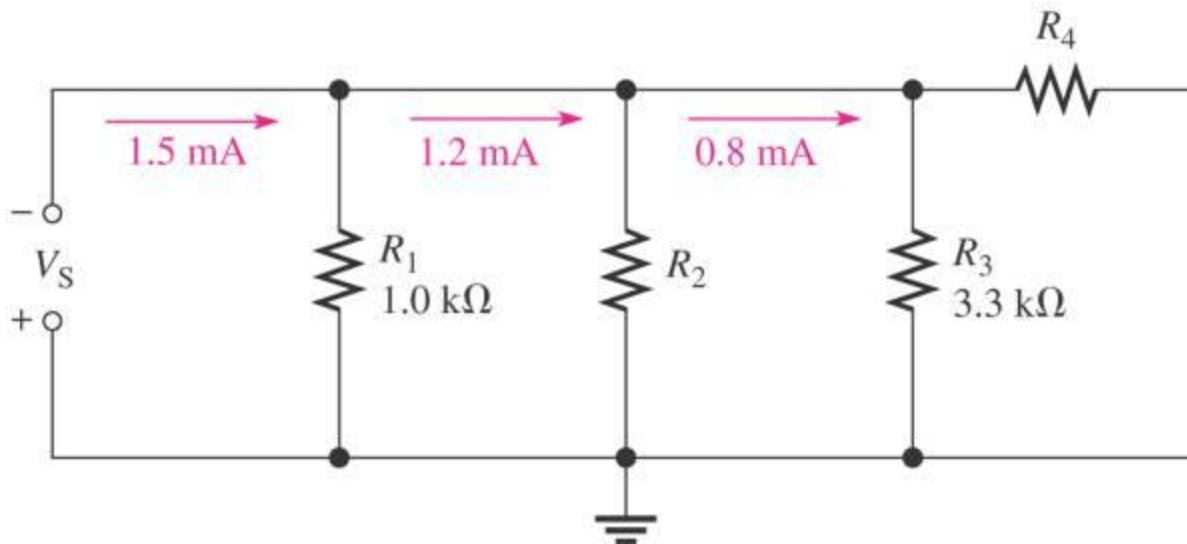
ΣΥΝΘΕΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

31. Προσδιορίστε το ολικό ρεύμα από την πηγή και το ρεύμα σε κάθε κλάδο για κάθε θέση του διακόπτη στην παρακάτω εικόνα.



ΣΥΝΘΕΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

32. Προσδιορίστε τις άγνωστες αντιστάσεις στην παρακάτω εικόνα.



Απ.: $R_2 = 750 \Omega$, $R_4 = 423 \Omega$

ΣΥΝΘΕΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

33. Ένα ορισμένο παράλληλο κύκλωμα αποτελείται από πέντε αντιστάτες $\frac{1}{2}$ W με τις ακόλουθες τιμές: 1.8 k Ω , 2.2 k Ω , 3.3 k Ω , 3.9 k Ω και 4.7 k Ω . Καθώς αυξάνετε βαθμιαία την τάση, το ολικό ρεύμα στο παράλληλο κύκλωμα αυξάνει αργά. Ξαφνικά, το ολικό ρεύμα πέφτει σε μια μικρότερη τιμή.

- (α) Αποκλείοντας σφάλμα στο τροφοδοτικό, τι μπορεί να συμβαίνει;
- (β) Ποια είναι η μέγιστη τάση που θα μπορούσατε να είχατε εφαρμόσει;
- (γ) Εξηγήστε, τι πρέπει να γίνει για να διορθωθεί η βλάβη.

Απ.: (α) Ένας αντιστάτης έχει καεί λόγω υπερβολικής ισχύος
(β) 30 V
(γ) Να αντικατασταθεί ο αντιστάτης 1.8 k Ω

33. Σε ένα παράλληλο κύκλωμα, με ολική αντίσταση 1.5 k Ω , το ρεύμα πρέπει να αυξηθεί κατά 25%. Υπολογίστε, πόση αντίσταση πρέπει να προσθέσουμε παράλληλα, για να επιτύχουμε αυτή την αύξηση στο ρεύμα.

Απ.: 5 k Ω