

Ημερομηνία: Τρίτη 25 ΑΠΡ 2017, 1^η γραπτή Πρόοδος

Εκπαιδευτής: Βασίλειος Ισχυρλής, Διάρκεια εξέτασης: 1 ώρα και 15 λεπτά

Σπουδαστής:....., ΑΜ:

Βαθμός: Ολογράφως: Αριθμητικώς:

Οδηγίες:

Να λυθούν όλες οι ασκήσεις. Να απαντηθούν με στυλό πάνω στο χαρτί. Όπου υπάρχουν τελείες
....., πρέπει να συμπληρωθούν. Η βαθμολογία της προόδου μπορεί να προσαυξηθεί την τελική
βαθμολογία του μαθήματος ως 1,75 βαθμό (αν στις τελικές εξετάσεις πάρετε βαθμό τουλάχιστον 5).

Ασκήσεις και σε παρένθεση οι βαθμοί: 1.Μετατροπή σε τυπική μορφή (0,20), 2.Στοιχεία που χαλάνε την τυπική
μορφή (0,10), 3.Στοιχεία που χαλάνε την τυπική μορφή (0,10), 4. Μαθηματική διατύπωση προβλήματος-επιλογή
επενδυτικού προγράμματος (0,30), 5. Μαθηματική διατύπωση προβλήματος και πίνακας δεδομένων- σύνθεση
ζωοτροφών – το πρόβλημα της δίαιτας (0,35), 6. Εύρεση εφικτής περιοχής γραφικά (0,25), 7. Γραφική και μαθηματική
επίλυση για βέλτιστη λύση (0,45), **Σύνολο: 1,75.**

Άσκηση 1. (Βαθμός 0,20)

Αρχικό πρόβλημα	Διαδικασία μετατροπής σε τυπική μορφή			Τελική μορφή
$\min z = 3x_1 + 4x_2$				
$5x_1 + x_2 \leq 20$				
$2x_1 + x_2 \geq 8$				
$x_1 \geq 2$				
$x_1 \geq 0, x_2 \in \mathbb{R}$				
Αντικατάσταση				

Άσκηση 2. (Βαθμός 0,10) Ποια στοιχεία στο παρακάτω πρόβλημα “χαλάνε” την τυπική μορφή; (επιλέξτε από Α-Δ).

$$\min z = 3x_1 + 4x_2$$

$$x_1 + 2x_2 \geq -5$$

$$x_1 + x_2 \geq 10$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \in \mathbb{R}$$

Α. Ελαχιστοποίηση αντικειμενικής, Ανισότητες γραμμικών περιορισμών, Μεταβλητές απόφασης αρνητικές, Σταθεροί όροι αρνητικοί.

Β. Ελαχιστοποίηση αντικειμενικής, Ανισότητες γραμμικών περιορισμών, Σταθεροί όροι αρνητικοί

Γ. Ελαχιστοποίηση αντικειμενικής, Μεταβλητές απόφασης αρνητικές, Σταθεροί όροι αρνητικοί.

Δ. Ανισότητες γραμμικών περιορισμών, Μεταβλητές απόφασης αρνητικές, Σταθεροί όροι αρνητικοί.

Άσκηση 3. (Βαθμός 0,10) Ποια στοιχεία στο παρακάτω πρόβλημα “χαλάνε” την τυπική μορφή; (επιλέξτε από Α-Δ).

$$\max z = 3x_1 - 4x_2$$

$$x_1 + x_2 = -5$$

$$x_1 + x_2 \geq 3$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \leq 0$$

Α. Ανισότητες γραμμικών περιορισμών, Μεταβλητές απόφασης αρνητικές.

Β. Ελαχιστοποίηση αντικειμενικής, Ανισότητες γραμμικών περιορισμών, Σταθεροί όροι αρνητικοί.

Γ. Ελαχιστοποίηση αντικειμενικής, Μεταβλητές απόφασης αρνητικές, Σταθεροί όροι αρνητικοί.

Δ. Ανισότητες γραμμικών περιορισμών, Μεταβλητές απόφασης αρνητικές, Σταθεροί όροι αρνητικοί.

Άσκηση 4. (Βαθμός 0,30)

Μια εταιρεία προτίθεται να επενδύσει **το πολύ** 60 εκατομμύρια νομισματικές μονάδες σε κοινές και σε προνομιούχες μετοχές εταιρειών εισηγμένων στο χρηματιστήριο, καθώς και σε ομόλογα του δημοσίου. Η αναμενόμενη ετήσια **απόδοση** των τριών αυτών τύπων επένδυσης είναι, κατά σειρά, 13% (ή 0,13), 15% (ή

0,15) και 11% (ή 0,11). Δεδομένου ότι οι επενδύσεις σε **κοινές και σε προνομιούχες μετοχές** κρίνονται υψηλού κινδύνου, η εταιρεία έχει αποφασίσει να επενδύσει σε τέτοιες μετοχές όχι παραπάνω από το 35% του επενδυόμενου συνολικά κεφαλαίου. Επιπλέον, το επενδυόμενο ποσό σε προνομιούχες μετοχές δεν πρέπει να υπερβαίνει το 65% της συνολικής επένδυσης σε μετοχές, ενώ τουλάχιστον το 25% του επενδυόμενου κεφαλαίου πρέπει να είναι σε ομόλογα του δημοσίου. Η εταιρεία ενδιαφέρεται να επιλέξει εκείνο το επενδυτικό σχήμα που **μεγιστοποιεί την απόδοση** του κεφαλαίου της.

1. Μεταβλητές απόφασης

Έστω x_1 , x_2 και x_3 , αντίστοιχα, το ποσό σε εκατομμύρια νομισματικές μονάδες, που θα επενδυθεί σε κοινές μετοχές, σε προνομιούχες μετοχές και σε ομόλογα του δημοσίου.

2. Αντικειμενική συνάρτηση(υπολογισμοί)

.....

Αντικειμενική συνάρτηση: $\max/\min z = \dots\dots x_1 +/- \dots\dots x_2 +/- \dots\dots x_3$

3. Γραμμικοί Περιορισμοί(υπολογισμοί)

.....

Γραμμικοί περιορισμοί:

.....	x_1	+/-		x_2	+/-		x_3	<=	
.....	x_1	+/-		x_2	+/-		x_3	>=	
.....	x_1	+/-		x_2	+/-		x_3	<=	
.....	x_1	+/-		x_2	+/-		x_3	>=	

4. Περιορισμοί μη αρνητικότητας: $x_1, x_2, \dots\dots\dots \geq 0$

Άσκηση 5. (Βαθμός 0,35)

Μια βιομηχανία παραγωγής ζωοτροφών πρέπει να παραδώσει σε κάποιον πελάτη της μια ποσότητα ζωοτροφής με περιεκτικότητα τουλάχιστον 21% σε πρωτεΐνες και 5% σε λιπαρά. Το Κριθάρι κοστίζει 800 ν.μ., η Βρώμη 850, το Σησάμι 1200 και το Καλαμποκάλευρο 1500 αντίστοιχα. Η περιεκτικότητα σε πρωτεΐνες και σε λιπαρά των πρώτων υλών είναι: το Κριθάρι έχει περιεκτικότητα 12 σε πρωτεΐνες και 2 σε λιπαρά, Η Βρώμη έχει περιεκτικότητα 11 σε πρωτεΐνες και 5 σε λιπαρά, το Σησάμι έχει περιεκτικότητα 41 σε πρωτεΐνες και 11 σε λιπαρά, το Καλαμποκάλευρο έχει περιεκτικότητα 52 σε πρωτεΐνες και 1 σε λιπαρά. Το ζητούμενο είναι η **ελαχιστοποίηση του κόστους** των πρώτων υλών για την παραγωγή ζωοτροφής με την **ελάχιστη επιθυμητή περιεκτικότητα** σε πρωτεΐνες και λιπαρά. Να διατυπωθεί το μαθηματικό μοντέλο και να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας δεδομένων.

<u>Θρεπτικά συστατικά</u>	Περιεκτικότητα				Ελαχ.επιθ. Περιεκτικότητα ≥
	(x ₁) Κριθάρι	(x ₂) Βρώμη	(x ₃) Σησάμι	(x ₄) Καλαμποκάλευρο	
Πρωτεΐνες					
Λιπαρά					
Κόστος(min)					

Α. Μεταβλητές απόφασης

Έστω x_1 , x_2 , x_3 και x_4 , αντίστοιχα, η ποσότητα κριθαριού, βρώμης, σησαμιού και καλαμποκάλευρου που θα περιέχεται σε ένα κιλό ζωοτροφής που πληροί τις διατροφικές απαιτήσεις.

Β. Αντικειμενική συνάρτηση(υπολογισμοί)

.....

Αντικειμενική συνάρτηση: $\max/\min z = \dots x_1 +/\dots x_2 +/\dots x_3 +/\dots x_4$

Γ. Περιορισμοί(υπολογισμοί)

.....

.....

Γραμμικοί περιορισμοί:

.....	x_1	+/-		x_2	+/-		x_3	+/-		x_4		<=	
.....	x_1	+/-		x_2	+/-		x_3	+/-		x_4		>=	
.....	x_1	+/-		x_2	+/-		x_3	+/-		x_4		<=	
.....	x_1	+/-		x_2	+/-		x_3	+/-		x_4		>=	

4. Περιορισμοί μη αρνητικότητας: $x_1, x_2, \dots \geq 0$

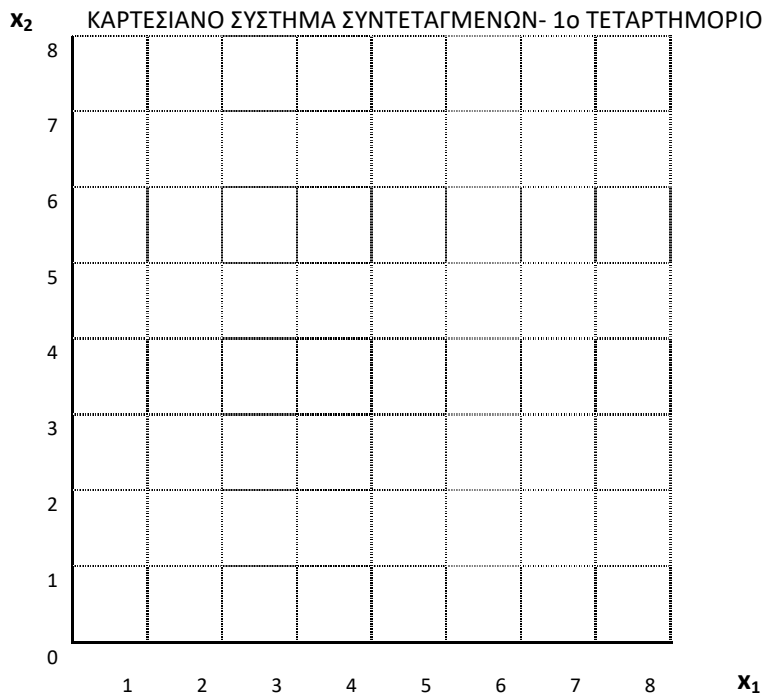
Άσκηση 6. (Βαθμός 0,25): Να βρεθεί γραφικά η εφικτή περιοχή του πιο κάτω προβλήματος ΓΠ.

Γραμ.περιορισμοί	1 ^ο Σημείο	2 ^ο Σημείο
$x_1 + x_2 \leq 5$ (1)	$x_1=0, x_2=.....$, Σημείο (0,....)	$x_1=....., x_2=0$, Σημείο (....,0)
$2x_1 + x_2 \leq 8$ (2)	$x_1=0, x_2=.....$, Σημείο (0,....)	$x_1=....., x_2=0$, Σημείο (....,0)

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Κορυφές

Κορυφή	Συντεταγμένη x_1	Συντεταγμένη x_2
A		
B		
Γ		



Άσκηση 7. (Βαθμός 0,45)

Να βρεθούν η εφικτή περιοχή και η βέλτιστη λύση του παρακάτω μαθηματικά διατυπωμένου προβλήματος:

Μαθηματική διατύπωση

$$\min z(x) = 24x_1 + 18x_2$$

με τους περιορισμούς δομής

$$120x_1 + 60x_2 \geq 480 \quad (1)$$

$$56x_1 + 112x_2 \geq 448 \quad (2)$$

$$120x_1 + 144x_2 \geq 720 \quad (3)$$

και περιορισμούς μη αρνητικότητας

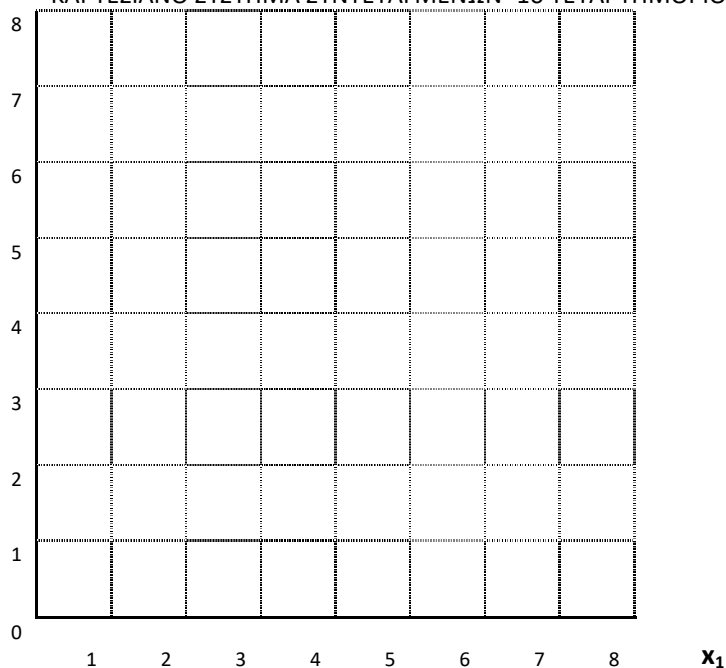
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Εύρεση σημείων για το σχεδιασμό των ευθειών

	Σημείο 1 ^ο			Σημείο 2 ^ο		
Ευθεία 1	$x_1=0$	$x_2=\dots$	$(0, \dots)$	$x_1=\dots$	$x_2=0$	$(\dots, 0)$
Ευθεία 2	$x_1=0$	$x_2=\dots$	$(0, \dots)$	$x_1=\dots$	$x_2=0$	$(\dots, 0)$
Ευθεία 3	$x_1=0$	$x_2=\dots$	$(0, \dots)$	$x_1=\dots$	$x_2=0$	$(\dots, 0)$

Σχεδιασμός εφικτής περιοχής

x₂ ΚΑΡΤΕΣΙΑΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ- 1ο ΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΟ



Κορυφές πολυγώνου εφικτής περιοχής

Κορυφή	Συντεταγμένες	Ευθείες που τέμνονται στο σημείο	Τιμή της z
A	(.....,.....)		
B	(.....,.....)		
Γ	(.....,.....)		
Δ	(.....,.....)		

Μαθηματική επίλυση

Εξισώσεις ευθειών που τέμνονται στο σημείο:

..... x_1 x_2 = (Ευθεία ...)

..... x_1 x_2 = (Ευθεία ...)

.....
.....
.....

Βέλτιστη λύση

x_1 =....., x_2 =.....

B.

$x_1 + x_2 \leq 2$	$x_1=0, x_2=\dots\dots\dots$, Σημείο (0,...)	$x_1=\dots\dots\dots, x_2=0$, Σημείο (...,0)
$2x_1 + x_2 \leq 4$	$x_1=0, x_2=\dots\dots\dots$, Σημείο (0,...)	$x_1=\dots\dots\dots, x_2=0$, Σημείο (...,0)

$$x_1, x_2 \geq 0$$

