

Ερωτήσεις-Ασκήσεις ΓΠ

1. Ο γραμμικός προγραμματισμός μπορεί να εφαρμοστεί στη διαχείριση αγροτικής παραγωγής για τη βέλτιστη κατανομή **πόρων** όπως....., με τρόπο που να οδηγεί στη μεγιστοποίηση των κερδών.

Α) διαθέσιμης προς καλλιέργειας γης

Β) εργασίας

Γ) υδάτινων πόρων και κεφαλαίων

Δ) όλων των παραπάνω

2. Τα μοντέλα Γ.Π. έχουν τις ιδιότητες της.....

Α) αναλογικότητας

Β) προσθετικότητας

Γ) διαιρετότητας

Δ) όλες τις παραπάνω

3. Οι τιμές των μεταβλητών αποφάσεων.....

Α) δηλώνουν τις ποσότητες που, ανάλογα με το πρόβλημα, θα παραχθούν, επενδυθούν, αγοραστούν, κατασκευαστούν κ.λπ.

Β) απεικονίζουν τις ποσότητες των περιορισμών

Γ) δηλώνουν την τελική τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης

Δ) πρέπει να οριστούν για κάθε περιορισμό

4. Ποια από τις παρακάτω μαθηματικές εκφράσεις αποτελεί μία αποδεκτή αντικειμενική συνάρτηση για ένα πρόβλημα Γ.Π.;

Α) $\max 5xy$

Β) $\min 4x + 3y + (2/3)z$

Γ) $\max 5x^2 + 6y^2$

Δ) $\min (x_1 + x_2)/x_3$

5. Στα προβλήματα Γ.Π. οι.....περιγράφονται με τη μορφή ανισοτήτων ή/και ισοτήτων.

- A) γραμμικοί περιορισμοί
- B) αντικειμενικές συναρτήσεις
- Γ) γραμμικοί περιορισμοί και αντικειμενικές συναρτήσεις
- Δ) κανένα από τα παραπάνω

6. Η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί είναι γραμμικές σχέσεις των.....

- A) μεταβλητών αποφάσεων
- B) γραμμικών περιορισμών
- Γ) συναρτήσεων
- Δ) όλων των παραπάνω

7. Ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης μπορεί να μετασχηματιστεί σε ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης αλλάζοντας το πρόσημο των συντελεστών.....

- A) των γραμμικών περιορισμών
- B) της αντικειμενικής συνάρτησης
- Γ) και των δύο (α) και (β)
- Δ) τίποτα από τα παραπάνω

8. Θεωρούμε το ακόλουθο πρόβλημα Γ.Π.

Μεγιστοποίηση $z=6x+5y$,
Με τους περιορισμούς: $4x+3y \leq 48$
 $x+2y \leq 18$
 $x,y \geq 0$

Ποιος από τους ακολουθούμενους συνδυασμούς (x,y) θα μπορούσε να αντιστοιχεί σε μια κορυφή της εφικτής περιοχής;

- A) (10,8)
- B) (12,0)
- Γ) (0,18)
- Δ) (6,12)

9. Δίνεται το παρακάτω πρόβλημα ΓΠ, το οποίο πρέπει να γραφτεί σε τυπική μορφή:

$$\max z = 5x_1 + 4x_2$$

$$3x_1 + 2x_2 \geq 40$$

$$7x_1 + 6x_2 \geq 28$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \leq 0$$

Ποια είναι η σωστή τυπική μορφή;

A. $\max z = 5x_1 + 4x_2$

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 40$$

$$7x_1 + 6x_2 - x_4 = 28$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0,$$

B. $\max z = 5x_1 + 4x'_2$

$$3x_1 + 2x'_2 - x_3 = 40$$

$$7x_1 + 6x'_2 - x_4 = 28$$

$$x_1, x'_2, x_3, x_4 \geq 0,$$

Γ. $\max z = 5x_1 - 4x'_2$

$$3x_1 - 2x'_2 - x_3 = 40$$

$$7x_1 - 6x'_2 - x_4 = 28$$

$$x_1, x'_2, x_3, x_4 \geq 0,$$

Δ. $\max z = 5x_1 + 4x'_2$

$$3x_1 - 2x'_2 - x_3 = 40$$

$$7x_1 - 6x'_2 + x_4 = 28$$

$$x_1, x'_2, x_3, x_4 \geq 0$$

10. Ποια στοιχεία στο παρακάτω πρόβλημα “χαλάνε” την τυπική μορφή;

$$\min z = 3x_1 + 4x_2$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 18$$

$$x_1 + x_2 \geq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

A. Ελαχιστοποίηση αντικειμενικής, Ανισότητες γραμμικών περιορισμών, Μεταβλητές απόφασης αρνητικές, Σταθεροί όροι αρνητικοί.

B. Ελαχιστοποίηση αντικειμενικής, Ανισότητες γραμμικών περιορισμών.

Γ. Ελαχιστοποίηση αντικειμενικής, Μεταβλητές απόφασης αρνητικές, Σταθεροί όροι αρνητικοί.

Δ. Ανισότητες γραμμικών περιορισμών, Μεταβλητές απόφασης αρνητικές, Σταθεροί όροι αρνητικοί.

10β. Πόσες περιθώριες μεταβλητές θα εισαχθούν στο πρόβλημα για να είναι σε τυπική μορφή;.....

11. Πρόβλημα προς επίλυση 1, σελ.49

A. Ποιες είναι οι μεταβλητές απόφασης;.....

B. Πόσοι είναι οι γραμμικοί περιορισμοί;.....

Γ. Ποιο τμήμα έχει λιγότερες διαθέσιμες ώρες εργασίας;.....

Δ. Μπορεί το Τμήμα II να δουλέψει για 65 ώρες;.....

Ε. Ποιο προϊόν χρειάζεται περισσότερες ώρες επεξεργασίας στο Τμήμα II;.....

ΣΤ. Ποιο προϊόν έχει μεγαλύτερο κέρδος ανά μονάδα;.....

Z. Να γίνει ο πίνακας με τα δεδομένα του προβλήματος.

H. Να διατυπωθεί μαθηματικά το μοντέλο.

Λύση:

Ζ. Πίνακας με τα δεδομένα

	Τύποι επίπλων		
Τμήματα	A (x_1)	B (x_2)	Διαθ.ώρες εργασίας
I	2	2	50
II	4	2	60
III	2	3	60
Κέρδος	100	140	

Η. Μαθηματικό Μοντέλο

$$\max z = 100x_1 + 140x_2$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 50$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 60$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 60$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

12. Πρόβλημα προς επίλυση 6 σελ.50

Μια επιχείρηση επιθυμεί να παρασκευάσει για τις καλλιέργειές της ένα νέο λίπασμα, αναμειγνύοντας προϊόντα που περιέχουν διαφορετικές αναλογίες σε ποτάσα, άζωτο και αμμωνιακό άλας. Η συνολική ποσότητα του λιπάσματος πρέπει να περιέχει τουλάχιστον: 80 τόνους ποτάσα, 20 τόνους αζώτου και 8 τόνους αμμωνιακού άλατος. Ο βασικός προμηθευτής της επιχείρησης διαθέτει δύο προϊόντα: το Α και το Β, με τιμές 120 και 180€ ανά μονάδα βάρους αντίστοιχα. Κάθε μονάδα βάρους είναι ίση περίπου με 2 τόνους. Μία μονάδα βάρους του προϊόντος Α περιέχει 1,2 τόνους ποτάσα, 0,2 τόνους άζωτο και 0,1 τόνους αμμωνιακό άλας. Οι αντίστοιχες περιεκτικότητες για το προϊόν Β είναι: 0,8 τόνοι, 0,4 τόνου και 0,16 τόνοι.

Ζητήματα: Να κατασκευαστεί το μαθηματικό πρότυπο που να δείχνει την ποσότητα που πρέπει να αγοραστεί από κάθε προϊόν, ώστε η επιχείρηση να παρασκευάσει το απαιτούμενο λίπασμα με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Να διατυπωθούν τα δεδομένα του προβλήματος στον παρακάτω πίνακα και να μετατραπεί το πρόβλημα στην τυπική του μορφή.

Λύση:

Πίνακας με τα δεδομένα

Μαθηματικό μοντέλο

Μαθηματικό μοντέλο σε τυπική μορφή

13. Παράδειγμα 2- Κώστογλου

Μία νοικοκυρά αντιμετωπίζει το πρόβλημα της αγοράς ποσοτήτων κρέατος, πατατών και λαχανικών, οι οποίες θα αποτελέσουν την κύρια ατομική της διατροφή. Έχει ήδη πληροφορηθεί μέσω του διαιτολόγου ενός γυναικείου περιοδικού ότι η πλήρης εβδομαδιαία διαιτητική της διατροφή πρέπει να περιέχει ως ελάχιστη απαίτηση 8 μονάδες υδατανθράκων, 15 μονάδες πρωτεϊνών και 6 μονάδες βιταμινών.

Οι αριθμοί των μονάδων αυτών των τριών συστατικών που περιέχονται μέσα σε κάθε μονάδα βάρους (κιλό) των τριών παραπάνω τροφών καθώς και τα μοναδιαία κόστη των τροφών παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα.

Τροφές Θρεπτικές ουσίες	Κρέας	Πατάτες	Λαχανικά
Υδατάνθρακες	3	1	1
Πρωτεΐνες	4	3	4
Βιταμίνες	1	3	1
Κόστος (€/κιλό)	10	2	4

Η νοικοκυρά επιθυμεί να μάθει ποιες είναι οι ποσότητες της κάθε τροφής που πρέπει να αγοράσει, έτσι ώστε αφενός μεν να ικανοποιηθούν οι ελάχιστες απαιτήσεις των παραπάνω βασικών συστατικών, αφετέρου δε το συνολικό κόστος προμήθειας των τροφών να είναι το ελάχιστο δυνατό.

Πίνακας δεδομένων

Μαθηματικό μοντέλο

Απαντήσεις-Λύσεις

1:Δ, 2:Δ, 3:Α, 4:Β, 5:Α 6:Α, 7:Β, 8:Β, 9.: Σωστό το Γ., 10: Β-10β: “2, μία σε κάθε γραμμικό περιορισμό”.

11. Α: x_1 :αριθμός επίπλων τύπου Α, , Β: 3, Γ: Ι, Δ: όχι, Ε: Α, ΣΤ: Β.

Πρόβλημα 12

Πίνακας δεδομένων

	Προϊόντα			
Τμήματα/ Ποσότητες	Α (x_1)	Β (x_2)	Γ (x_3)	Διαθ.ώρες εργασίας(<=) Απαρ.υλικά(>=)
I Ποτάσα	1,2	0,8	-	80
II Άζωτο	0,2	0,4	-	20
III Αμ.άλας	0,1	0,16	-	8
IV	-	-		
Κέρδος(max)/ Κόστος(min)	120	180	-	

Μαθηματικό μοντέλο

$$\min z = 120x_1 + 180x_2$$

$$1,2x_1 + 0,8x_2 \geq 80$$

$$0,2x_1 + 0,4x_2 \geq 20$$

$$0,1x_1 + 0,16x_2 \geq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Μαθηματικό μοντέλο σε τυπική μορφή

$$-\max-z = -120x_1 - 180x_2$$

$$1,2x_1 + 0,8x_2 - x_3 = 80$$

$$0,2x_1 + 0,4x_2 - x_4 = 20$$

$$0,1x_1 + 0,16x_2 - x_5 = 8$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

Πρόβλημα 13

Πίνακας δεδομένων

	Προϊόντα				
Τμήματα/ Ποσότητες	A (x ₁) Κρέας	B (x ₂) Πατάτες	Γ (x ₃) Λαχανικά	Δ (x ₄)	Διαθ. ώρες εργασίας(<=) / Απαρ. υλικά(>=)
I (Υδρογονάν)	3	1	1	-	8
II (Πρωτεΐνες)	4	3	4	-	15
III (Βιταμίνες)	1	3	1	-	6
IV (.....)	-	-	-	-	-
Κέρδος(max)/ Κόστος(min)	10	2	4	-	

Μαθηματικό μοντέλο

A. Αντικ.συνάρτηση: $\max/\min z = 10x_1 + 2x_2 + 4x_3$

B. Γραμ.περιορισμοί

3	x_1	+	1	x_2	+	1	x_3	+/-		x_4	$\leq$ $\geq$	8
4	x_1	+	3	x_2	+	4	x_3	+/-		x_4	$\leq$ $\geq$	15
1	x_1	+	3	x_2	+	1	x_3	+/-		x_4	$\leq$ $\geq$	6
.....	x_1	+/-		x_2	+/-		x_3	+/-		x_4	$\leq$ $\geq$	
.....	x_1	+/-		x_2	+/-		x_3	+/-		x_4	$\leq$ $\geq$	

Γ. Περιορισμοί μη αρνητικότητας: $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Μοντέλο ΓΠ (Πίνακας δεδομένων, Μαθηματικό μοντέλο)

I. Πίνακας δεδομένων

	Προϊόντα				
Τμήματα/ Ποσότητες	A (x_1)	B (x_2)	Γ (x_3)	Δ (x_4)	Διαθ.ώρες εργασίας(<=) / Απαρ.υλικά(>=)
I (.....)					
II (.....)					
III (.....)					
IV (.....)					
Κέρδος(max)/ Κόστος(min)					

II. Μαθηματικό μοντέλο

A. Αντικ.συνάρτηση: $\max/\min z = \dots x_1 +/\dots x_2 +/\dots x_3 +/\dots x_4$

B. Γραμ.περιορισμοί

..... x_1 +/..... x_2 +/..... x_3 +/..... x_4	<= >=
..... x_1 +/..... x_2 +/..... x_3 +/..... x_4	<= >=
..... x_1 +/..... x_2 +/..... x_3 +/..... x_4	<= >=
..... x_1 +/..... x_2 +/..... x_3 +/..... x_4	<= >=
..... x_1 +/..... x_2 +/..... x_3 +/..... x_4	<= >=

Γ. Περιορισμοί μη αρνητικότητας: $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots \geq 0$