

ΤΕΧΝΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΙΙ-Θ

Αξονικός Εφελκυσμός - Θλίψη



Δρ. Μηχ. Μηχ. Α. Τσουκνίδας

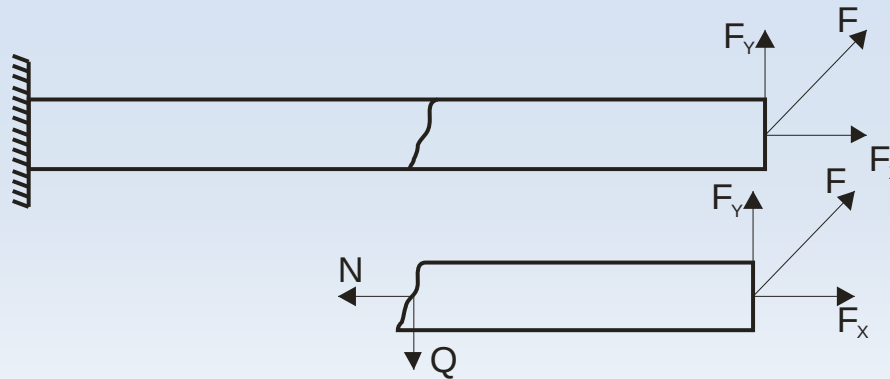
Σχήμα 1

Εξαιτίας της συνιστώσας F_x αναπτύσσεται εντός του υλικού η ορθή τάση σ :

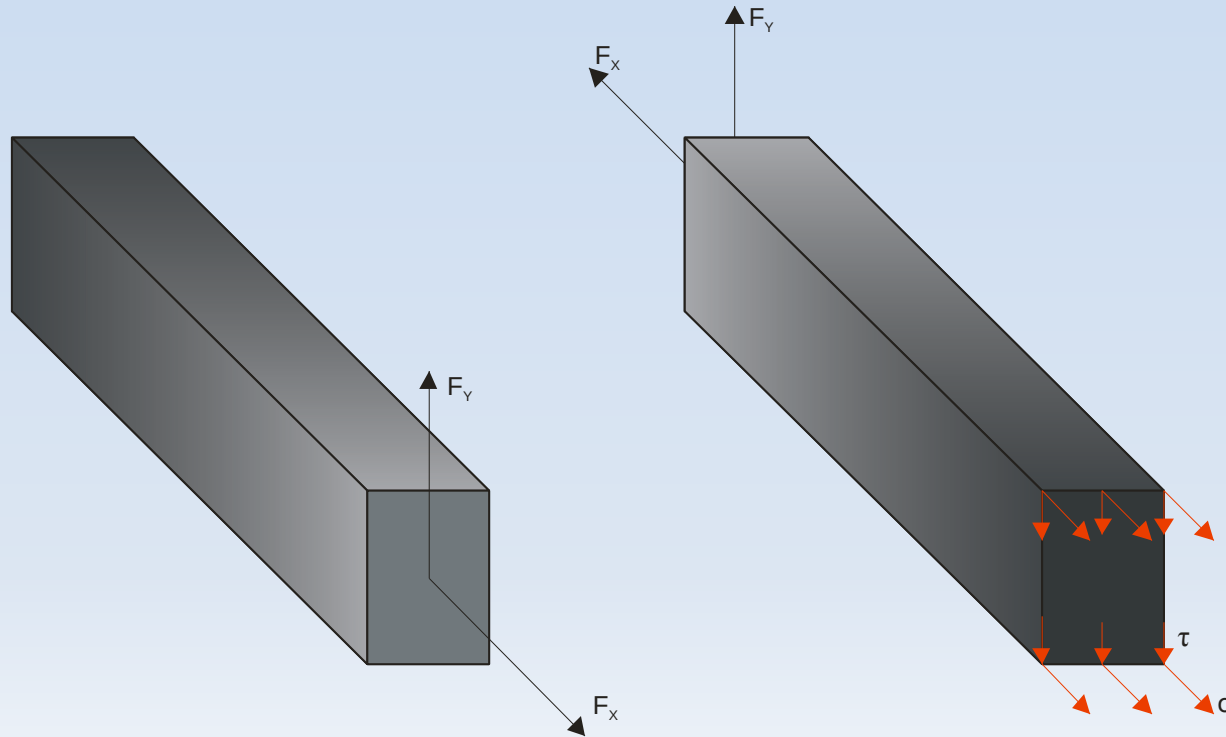
$$\sigma = \frac{N}{A} \quad [N / mm^2]$$

Εξαιτίας της συνιστώσας F_y αναπτύσσεται εντός του υλικού η διατμητική τάση τ :

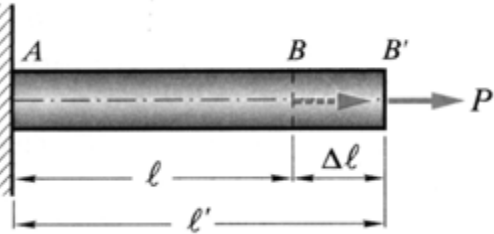
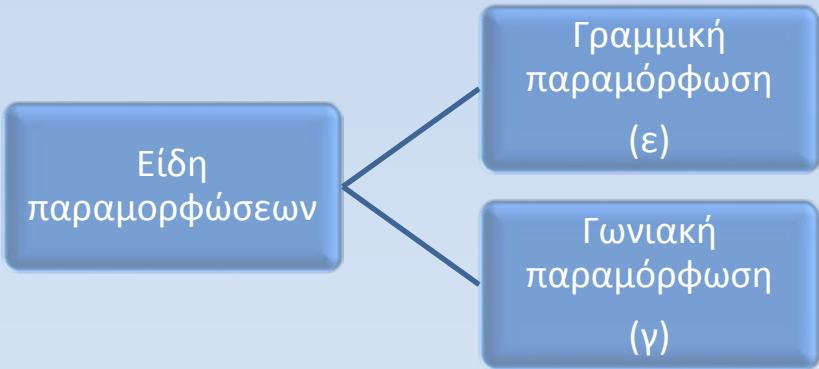
$$\tau = \frac{Q}{A} \quad [N / mm^2]$$



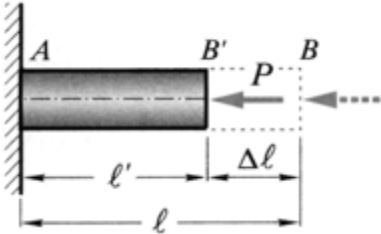
Η ορθή τάση σ είναι πάντα κάθετη στην διατομή του φορέα ενώ η διατμητική αναπτύσσεται παράλληλα προς αυτήν.



Τα διάφορα σώματα καταπονούνται από εξωτερικές δυνάμεις **παραμορφώνονται**, μεταβάλλουν δηλαδή τις γραμμικές τους διαστάσεις ή τις γωνίες τους ή και τα δύο.

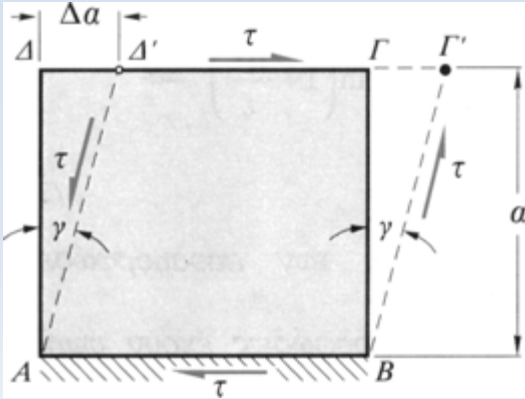


Επιμήκυνση εφελκυσμένης ράβδου



Επιβράχυνση θλιβόμενης ράβδου

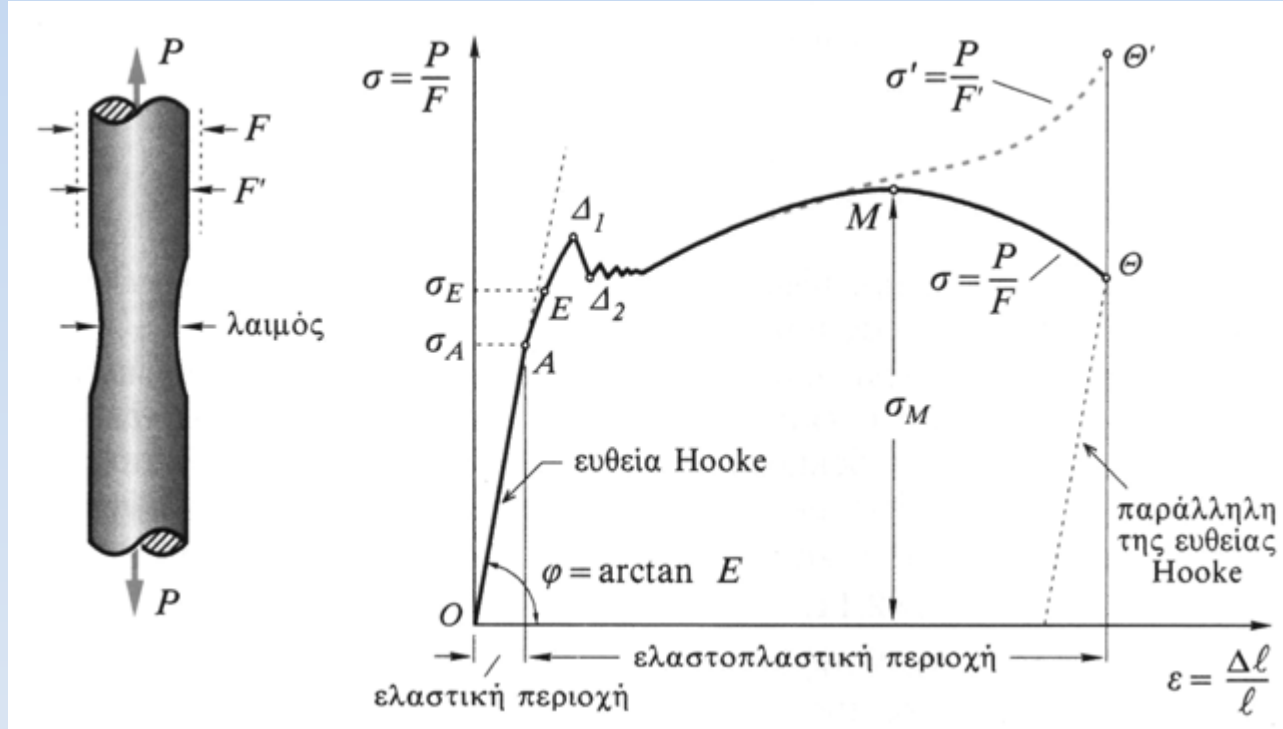
Ανηγγμένη παραμόρφωση: $\epsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{\ell' - \ell}{\ell}$



Γωνιακή παραμόρφωση πρίσματος

$$\gamma \approx \frac{\Delta \Delta'}{\Delta \Delta} = \frac{\Delta \alpha}{\alpha}$$





Χαρακτηριστικά σημεία:

σ_A : όριο αναλογίας

σ_E : όριο ελαστικότητας

$\sigma_{\Delta 1}, \sigma_{\Delta 2}$: άνω και κάτω όριο διαρροής ($\sigma_{\Delta 1} = R_e$)

σ_M : όριο αντοχής ή όριο θραύσης ($\sigma_M = R_m$)

σ_Θ : τάση θραύσης



Βασικά σημεία προηγούμενου μαθήματος

Διαγράμματα $\sigma - \epsilon$

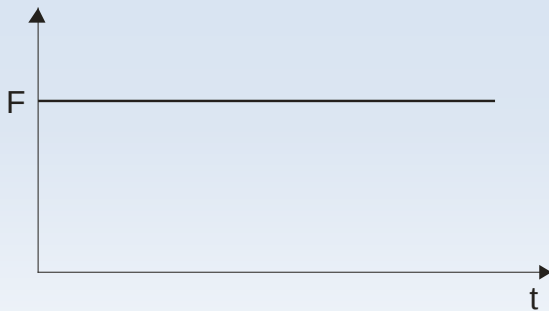
Δρ. Μηχ. Μηχ. Α. Τσουκνίδας

Σχήμα 5

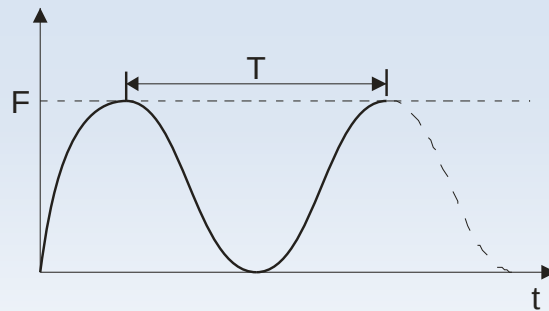
Για λόγους ασφαλείας η **αναπτυσσόμενη** τάση πρέπει να είναι σημαντικά μικρότερη της τάσης θραύσεως του υλικού $\sigma_{\theta\rho}$. Ορίζουμε την **επιτρεπόμενη τάση** $\sigma_{\varepsilon\pi}$, η οποία είναι και η μέγιστη που επιτρέπεται να αναπτυχθεί εντός του υλικού, βάση της τάσης θραύσεως $\sigma_{\theta\rho}$ και του **συντελεστή ασφαλείας** ν :

$$\sigma_{\varepsilon\pi} = \frac{\sigma_{\theta\rho}}{\nu}$$

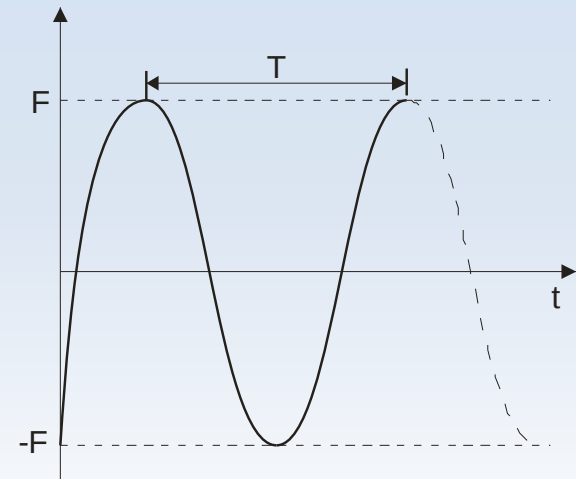
Η επιβολή **επαναληπτικού φορτίου** όμως μερικές χιλιάδες ή εκατομμύρια φορές, είναι δυνατό να επιφέρει θραύση του δοκιμίου. Η θραύση αυτή, είναι δυνατό να επέλθει και για τιμές της τάσης, σημαντικά μικρότερες από την στατική αντοχή του υλικού. Το φαινόμενο αυτό, ονομάζεται **κόπωση** του υλικού και στις περισσότερες των περιπτώσεων οδηγεί σε **ψαθυρή θραύση**.



Στατική φόρτιση

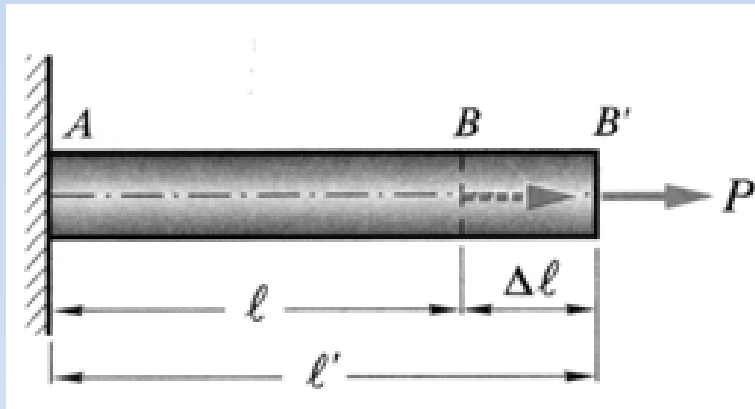


Κυμαινόμενη φόρτιση

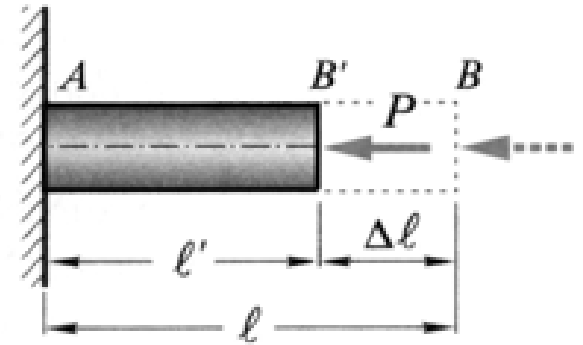


Αντιστρεφόμενη φόρτιση





Επιμήκυνση εφελκυόμενης
ράβδου



Επιβράχυνση θλιβόμενης
ράβδου

Όπως ήδη προαναφέραμε, με την επενέργεια της εφελκυστικής δύναμης P η ράβδος θα επιμηκυνθεί κατά $\Delta\ell$ και τελικά το σημείο B εφαρμογής της δύναμης, θα μετατοπιστεί δεξιότερα στη θέση B' , οπότε το τελικό μήκος της ράβδου, θα γίνει ℓ' . Η γραμμική παραμόρφωση δίνεται από την σχέση:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{\ell' - \ell}{\ell}$$

Πειραματιζόμενος λοιπόν με τέτοιες πρισματικές ράβδους ποικίλων υλικών, υποβαλλόμενες σε μονοαξονικό εφελκυσμό εντός της περιοχής της ελαστικής συμπεριφοράς των υλικών, ο **Hooke** παρατήρησε ότι, η επιμήκυνση $\Delta\ell$ της ράβδου ήταν ανάλογη τόσο προς την εφελκύουσα δύναμη P , όσο και προς το αρχικό μήκος της ℓ και αντιστρόφως ανάλογη του εμβαδού της διατομής της A . Η πλήρης μαθηματική διατύπωση του **νόμου του Hooke** είναι η εξής:

$$\Delta\ell = \frac{P\ell}{EA}$$



Νόμος του Hooke

Σχέση μεταξύ ορθής τάσης – γραμμικής παραμόρφωσης

Δρ. Μηχ. Μηχ. Α. Τσουκνίδας

Σχήμα 7

$$\Delta \ell = \frac{P \ell}{EA}$$

Όπου:

$\Delta \ell = \ell' - \ell$ Είναι η παραμόρφωση της ράβδου που για τον εφελκυσμό καλείται **επιμήκυνση ή μήκυνση ενώ για τη θλίψη επιβράχυνση ή βράχυνση, (σε m, cm, mm, κ.λ.π.).**

P είναι το αξονικό φορτίο (δύναμη) εφελκυσμού (σε **N, t, κ.λ.π.**).

A είναι το εμβαδόν της κάθετης διατομής στον άξονα της ράβδου (σε **m², cm², κ.λ.π.**).

E είναι ο συντελεστής αναλογίας, που είναι η ελαστική σταθερά η οποία εξαρτάται από το είδος του υλικού. Η σταθερά αυτή ονομάζεται **μέτρο ελαστικότητας ή μέτρο του Young (σε N/m², GPa, κ.λ.π.).**

Παραδοχές του νόμου του Hooke

1. Ο άξονας της ράβδου είναι ευθύγραμμος.
2. Η δύναμη δρα στη διεύθυνση του άξονα της ράβδου και το σημείο εφαρμογής της είναι το κέντρο βάρους της διατομής.
3. Οι τάσεις κατανέμονται ομοιόμορφα στη διατομή.
4. Στα θλιβόμενα μέρη δεν υπάρχει κίνδυνος λυγισμού.
5. Όλες οι κατά μήκος ίνες της ράβδου επιμηκύνονται το ίδιο.
6. Οι διατομές που είναι αρχικά επίπεδες και κάθετες στον άξονα της ράβδου παραμένουν έτσι και μετά την παραμόρφωση.
7. Οι αναπτυσσόμενες τάσεις είναι μικρότερες από την τάση αναλογίας σ_A του υλικού. Δηλαδή, ο νόμος του Hooke ισχύει μόνον εντός της γραμμικά ελαστικής περιοχής του διαγράμματος σ-ε.



Νόμος του Hooke

Σχέση μεταξύ ορθής τάσης – γραμμικής παραμόρφωσης

Δρ. Μηχ. Μηχ. Α. Τσουκνίδας

Σχήμα 8

Η σχέση που εκφράζει τη μαθηματική διατύπωση του νόμου του Hooke δύναται να πάρει και μια άλλη μορφή, όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\Delta\ell = \frac{P\ell}{EA} \Rightarrow \frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{P}{A} \frac{1}{E} \xRightarrow[\sigma=\frac{P}{A}]{\varepsilon=\frac{\Delta\ell}{\ell}} \varepsilon = \sigma \frac{1}{E} \Rightarrow \sigma = E\varepsilon$$

Η τελευταία σχέση εκφράζει την αναλογία της τάσης με την γραμμική παραμόρφωση. Το μέτρο ελαστικότητας E είναι ο συντελεστής αναλογίας μεταξύ της τάσης και της ανηγμένης παραμόρφωσης. Λύνοντας ως προς E θα έχουμε την παρακάτω σχέση:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Από τον ορισμό του προκύπτει ότι το E αντιπροσωπεύει την τάση εκείνη σ , η οποία θα προκαλούσε ανηγμένη παραμόρφωση $\varepsilon = 1$, δηλαδή $\Delta\ell = \ell$, ή διαφορετικά, αντιπροσωπεύει την εφελκυστική εκείνη τάση, η οποία θα διπλασίαζε το αρχικό μήκος μιας ράβδου, αν βέβαια ήταν δυνατόν το υλικό της να παραμείνει απόλυτα ελαστικό σε όλη τη διάρκεια της υπερβολικής αυτής παραμόρφωσης. Αναμένουμε λοιπόν μεγάλες τιμές για το μέτρο ελαστικότητας, που για τον χάλυβα είναι ίση με $210 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$.



Νόμος του Hooke

Σχέση μεταξύ ορθής τάσης – γραμμικής παραμόρφωσης

Δρ. Μηχ. Μηχ. Α. Τσουκνίδας

Σχήμα 9

Υλικό	Ελαστικές σταθερές			Τάση Διαρροής		Τάση Θραύσης				Φυσικές σταθερές	
	Μέτρο Ελαστικότητας	Μέτρο Διάτμησης	Λόγος Poisson μ	Εφελκυσμός	Διάτμηση	Εφελκυσμός	Θλίψη	Διάτμηση	Ολκμότητα (Επιμήκηση θραύσης)	Πυκνότητα	Συντελεστής θερμικής διαστολής
	GPa	GPa	—	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	(%)	kg/m ³	10 ⁻⁶ /C ⁰
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ											
Κράμμα (99% Al)	70	26		95	55	110	...	70	20	2710	23.6
Κράμμα (44% Cu)	72	27	.34	410	220	480	...	290	13	2800	23.0
Κράμμα (1% Mg)	69	26		255	140	290	...	185	17	2710	23.6
ΚΡΑΜΜΑ ΜΑΓΝΗΣΙΟΥ (8.5% Al)	45	...	.30	275	...	380	...	165		1800	26.0
ΜΟΛΥΒΔΟΣ	5		.44	14	14	175			50	1400	
ΞΥΛΕΙΑ											
Έλατο (παρ/λα στις ίνες)	12.5	...		...	...	56	50	7.5		525	3+4
Πεύκο	11	...		...	...	57	50	9.2		610	3+4
Δρυς (παρ/λα στις ίνες)	12.5	...		...	...	48	42	6.8		556	3+4
ΧΑΛΥΒΑΣ											
Δομικός	200	83		250	145	400	...	...	23	7860	11.7
Υψηλής αντοχής (StIII)	200	83		345	210	480	...	...	21	7860	11.7
Υψηλής αντοχής (StIV)	200	83		690	380	825	...	...	18	7860	11.7
Ανοξειδωτος											
Ψυχρά κατεργασμένος	190	72		520	...	860	...	700	12	7920	17.3
Θερμικά κατεργασμένος	190	72		275	152	620	...	...	50	7920	17.3
ΧΥΤΟΣΙΔΗΡΟΣ (4.5%C)											
Στακτόχρους, ASTM-A-48	70	28		...	...	170	650	240	10.5	7200	12.1
Ελατός ASTM-A - 47	165	64	.25	230	...	340	620	330	10	7200	12.1
ΔΙΑΦΟΡΑ ΥΛΙΚΑ											
Νάϋλον	2	...	.40	...	...	55	...	...		1100	81
Πολυστυρένιο	3	...		...	...	48	90	55		1050	72
Λάστιχο	...	...	.43	...	...	14	...	...		919	162
Νεοπρίν	...	...		...	...	24	...	...		1250	...
Γρανίτης	70	...		...	...	20	240	35		2770	7
Γυαλί, 98% χαλαζίας	65	28	.1+.28			...	50	...		2190	80



Δρ. Μηχ. Μηχ. Α. Τσουκνίδας

Μηχανικές ιδιότητες διαφόρων υλικών

Σχήμα 10

Μέχρι τώρα, διαπιστώσαμε ότι ο νόμος του Hooke συνδέει τις ορθές τάσεις με την γραμμική παραμόρφωση στην ελαστική περιοχή, με την γραμμική σχέση $\sigma = \epsilon E$.

Αντίστοιχα, ο νόμος του Hooke συνδέει επίσης τις διατμητικές τάσεις τα με τη γωνιακή παραμόρφωση γ , με την ανάλογη γραμμική σχέση:

$$\tau = G\gamma \quad \text{όπου το } \gamma \text{ εκφράζεται σε [rad]}$$

Όπου το G είναι σταθερή ποσότητα που έχει διαστάσεις τάσης, όπως φαίνεται από την παραπάνω εξίσωση και χαρακτηρίζει τις μηχανικές ιδιότητες των διαφόρων υλικών. Είναι δε κάτι ανάλογο του μέτρου ελαστικότητας E και ονομάζεται **δεύτερο μέτρο ελαστικότητας** ή **μέτρο διάτμησης** ή και **μέτρο ολίσθησης, σε αντιστοιχία με τις** ονομασίες της γωνίας γ .

Αποδεικνύεται ότι τα δύο αυτά μέτρα ελαστικότητας E και G , συνδέονται μεταξύ τους με τη σχέση:

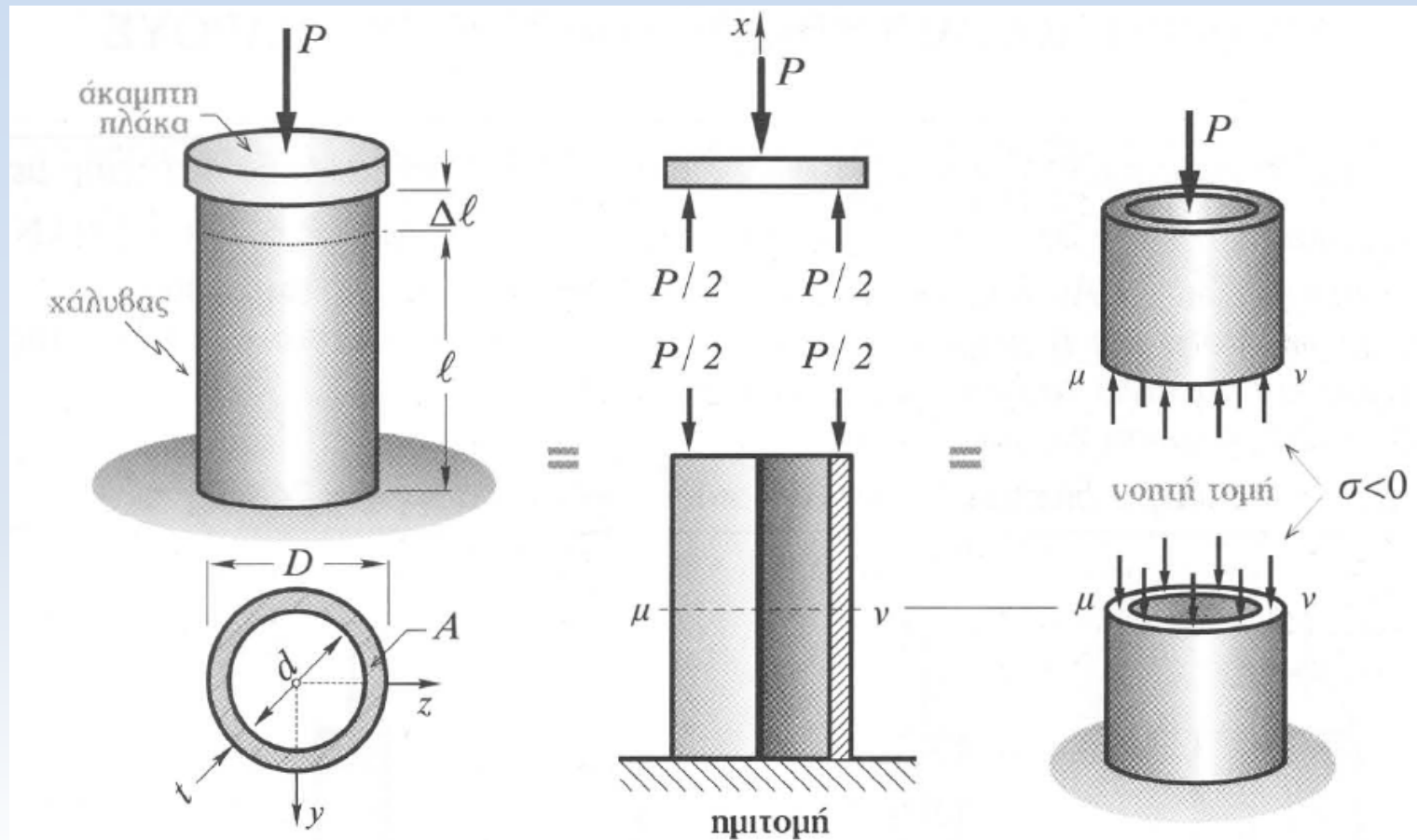
$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

Όπου το μ ονομάζεται **λόγος του Poisson**, είναι καθαρός αριθμός και για τα μέταλλα παίρνει την τιμή περίπου μ ή $\nu = 0.3$. Έτσι, από την παραπάνω εξίσωση εύκολα προκύπτει ότι για τα μέταλλα μπορούμε να χρησιμοποιούμε για το G την προσεγγιστική σχέση:

$$G \approx 0.385 \cdot E$$



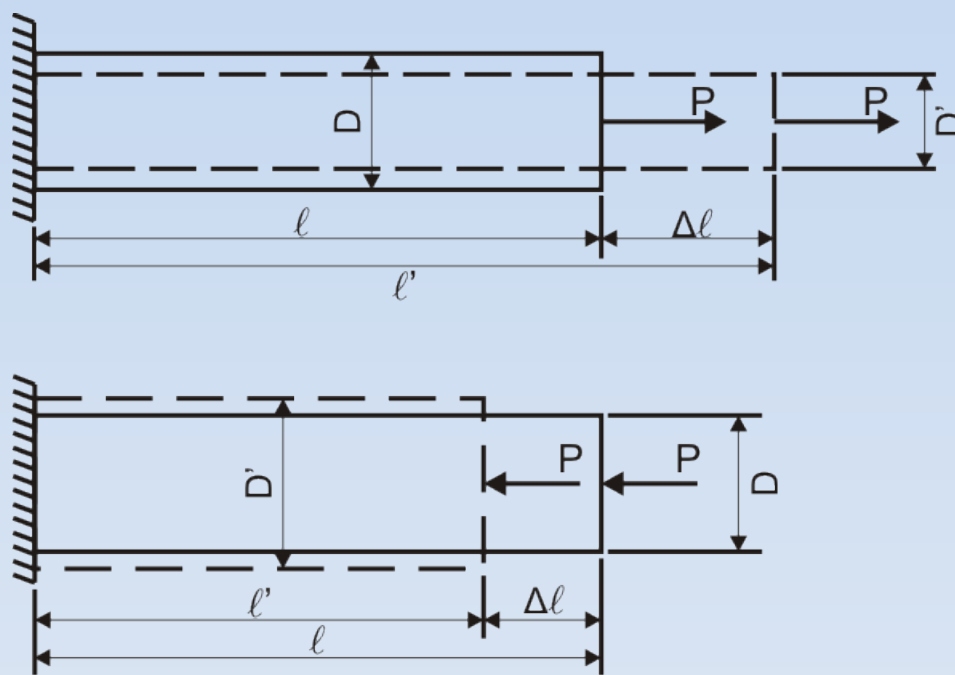
Σε έναν χαλύβδινο στύλο ύψους $\lambda = 4\text{m}$, του οποίου η διατομή είναι κυκλικός δακτύλιος με εξωτερική διάμετρο $D = 100\text{ mm}$ και πάχος $t = 5\text{ mm}$, επενεργεί ένα αξονικό θλιπτικό φορτίο $P = 10^5\text{ N}$ με τη βοήθεια μιας άκαμπτης πλάκας. Δίνεται το μέτρο ελαστικότητας του χάλυβα $E = 210\text{ GPa}$. Ζητείται η επιβράχυνση, οι ανοιγμένες παραμορφώσεις, οι τελικές διαστάσεις του στύλου καθώς και η αναπτυσσόμενη ορθή τάση εντός του χάλυβα.



Παράδειγμα 1

Δρ. Μηχ. Μηχ. Α. Τσουκνίδας

Σχήμα 12



Κατά τον εφελκυσμό ή την θλίψη ενός φορέα παρατηρείται η επιμήκυνση ή η επιβράχυνση του φορέα. Προκειμένου όμως ο όγκος να παραμένει σταθερός θα πρέπει να συμβαίνει μια μεταβολή και στην εγκάρσια διάσταση του φορέα. Ορίζουμε ως εγκάρσια παραμόρφωση, σε αντιστοιχία με την γραμμική ή αξονική παραμόρφωση το μέγεθος:

$$\varepsilon_q = \frac{\Delta D}{D} = \frac{D' - D}{D}$$

$$\varepsilon > 0 \Rightarrow \varepsilon_q < 0$$

$$\varepsilon < 0 \Rightarrow \varepsilon_q > 0$$



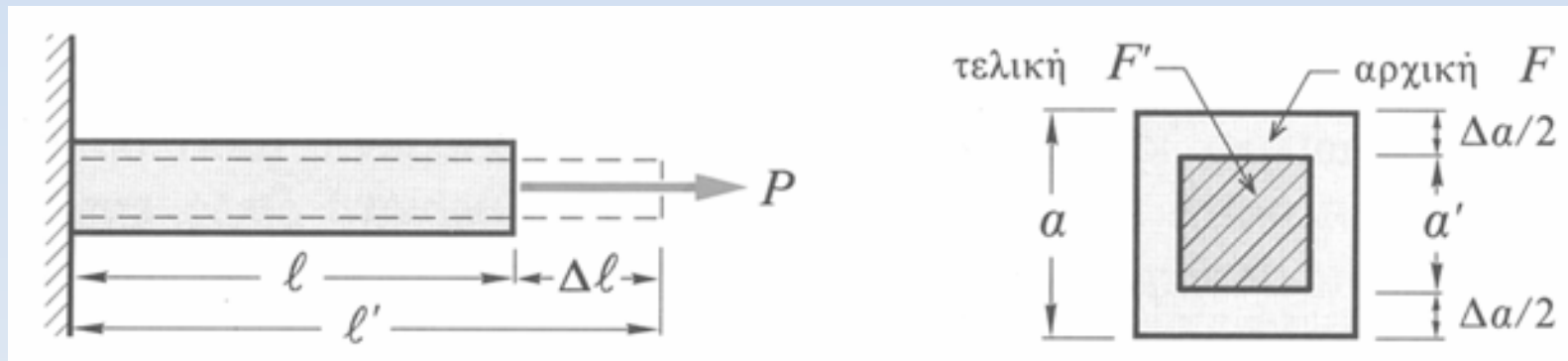
Παρατηρήθηκε ότι υπάρχει μια αναλογία ανάμεσα στην γραμμική και εγκάρσια παραμόρφωση για κάθε υλικό. Ο λόγος μεταξύ της εγκάρσιας και της γραμμικής παραμόρφωσης ονομάζεται λόγος Poisson και αποτελεί χαρακτηριστικό μέγεθος για κάθε υλικό:

$$\mu = -\frac{\varepsilon_q}{\varepsilon}$$

Για τους χάλυβες ο λόγος Poisson είναι ίσος με 0.3.



Μια χαλύβδινη αβαρής ράβδος τετραγωνικής διατομής με πλευρά $a = 3 \text{ cm}$ και μήκος $\lambda = 1.5 \text{ m}$, εφελκύεται από αξονική δύναμη $P = 20 \text{ kN}$. Να υπολογιστεί η επί τοις % μείωση της διατομής της αν ο λόγος Poisson είναι ίσος με 0.3. Δίνεται το μέτρο ελαστικότητας του χάλυβα $E = 210 \text{ GPa}$.



Η αστοχία μιας κατασκευής, επέρχεται συνήθως όταν η υπάρχουσα τάση υπερβεί μία κρίσιμη τιμή. Η κρίσιμη αυτή τιμή, μπορεί να είναι η τάση διαρροής (για όλκιμα υλικά) ή η τάση θραύσης (για ψαθυρά υλικά). Για να είναι μία κατασκευή ασφαλής, πρέπει η τάση να μην υπερβαίνει την επιτρεπόμενη τάση του υλικού. Όπως είδαμε, η επιτρεπόμενη τάση είναι ένα κλάσμα μόνον της τάσης αστοχίας του υλικού.

Αν τα φορτία που καταπονούν μία κατασκευή είναι γνωστά, τότε η τάση εξαρτάται από τις τυχόν διαστάσεις της διατομής. Αντικείμενο του Μηχανικού είναι η εκλογή των κατάλληλων διαστάσεων, ώστε η κατασκευή να είναι ασφαλής, λειτουργική και οικονομική.

Έστω ράβδος η οποία καταπονείται από αξονική δύναμη P και έστω $\sigma_{\varepsilon\pi}$ η επιτρεπόμενη τάση του υλικού της. Σύμφωνα με όσα έχουμε προαναφέρει, πρέπει η τάση λειτουργίας σ , να είναι μικρότερη ή το πολύ ίση με την επιτρεπόμενη τάση του υλικού, δηλαδή:

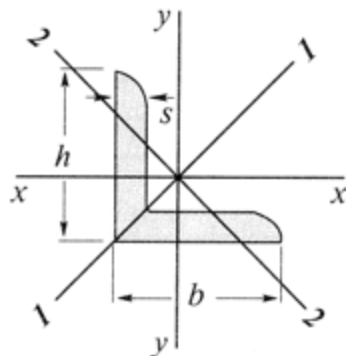
$$\sigma \leq \sigma_{\varepsilon\pi} \Rightarrow$$

$$\frac{P}{A} \leq \sigma_{\varepsilon\pi} \Rightarrow$$

$$A \geq \frac{P}{\sigma_{\varepsilon\pi}}$$

Η απαιτούμενη δηλαδή διατομή μιας ράβδου που εφελκύεται ή θλίβεται υπό αξονικό φορτίο, πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή το πολύ ίση με το πηλίκο του φορτίου, προς την επιτρεπόμενη τάση του υλικού της. Βάση την απαιτούμενη διατομή γίνεται ο υπολογισμός των διαστάσεων της διατομής. Ειδικά για δοκούς, οι οποίες είναι τυποποιημένες όσο αφορά την γεωμετρία της διατομής, γίνεται επιλογή μεγέθους διατομής βάση του υπολογισμένου εμβαδού.

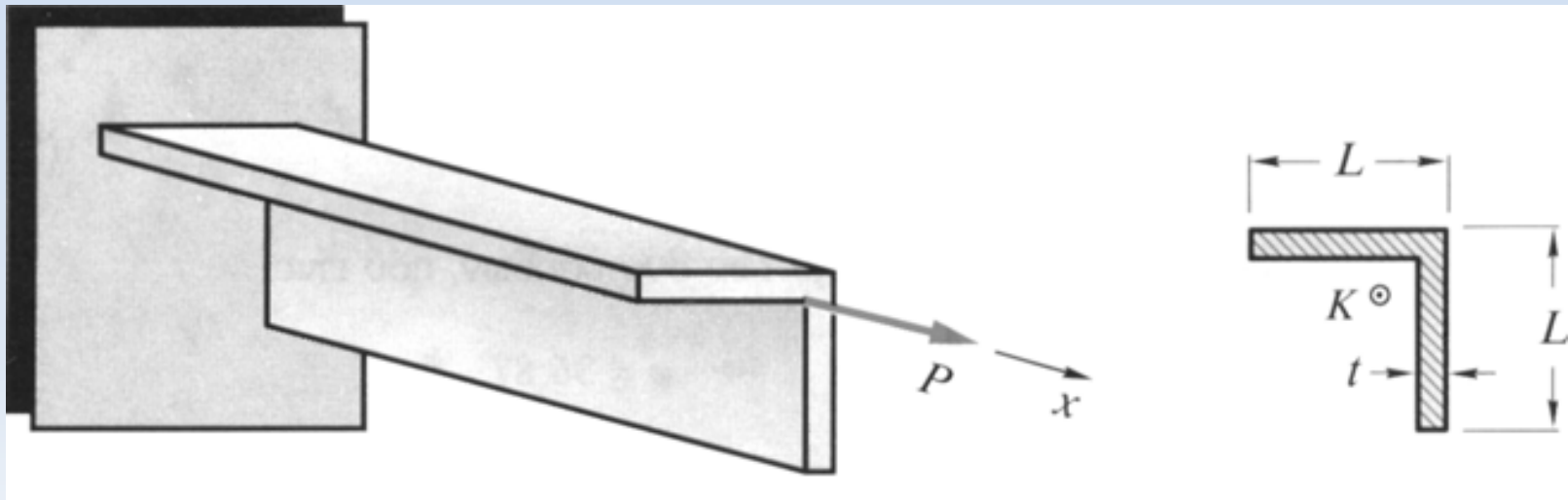


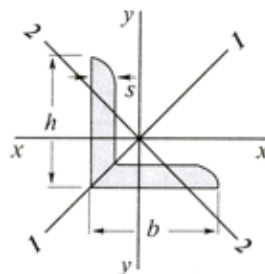


Συμ- βολι- σμός	Κανονικές διαστάσεις		F	G	Αποστάσεις αξόνων	Για τον άξονα κάμψης								
	r ₁ mm	r ₂ mm				x-x=y-y			I-I		2-2			
						x _k =y _k cm	I _x =I _y cm ⁴	W _x =W _y cm ³	i _x =i _y cm	I _I cm ⁴	i _I cm	I ₂ cm ⁴	W ₂ cm ³	i ₂ cm
	Ισοσκελή γωνιακά ελάσματα κατά το DIN 1028													
20×3	3.5	2	1.12	0.88	0.60	0.39	0.28	0.59	0.62	0.74	0.15	0.18	0.37	
25×3	3.5	2	1.42	1.12	0.73	0.79	0.45	0.75	1.27	0.95	0.31	0.30	0.47	
4			1.85	1.45	0.76	1.01	0.58	0.74	1.61	0.93	0.40	0.37	0.47	
30×3	5	2.5	1.74	1.36	0.84	1.41	0.65	0.90	2.24	1.14	0.57	0.48	0.57	
4			2.27	1.78	0.89	1.81	0.86	0.89	2.85	1.12	0.76	0.61	0.58	
5			2.78	2.18	0.92	2.16	1.04	0.88	3.41	1.11	0.91	0.70	0.57	
35×4	5	2.5	2.67	2.10	1.00	2.96	1.18	1.05	4.68	1.33	1.24	0.88	0.68	
5			3.28	2.57	1.04	3.56	1.45	1.04	5.63	1.31	1.49	1.01	0.67	
40×4	6	3	3.08	2.42	1.12	4.48	1.56	1.21	7.09	1.52	1.86	1.18	0.78	
5			3.79	2.97	1.16	5.43	1.91	1.20	8.64	1.51	2.22	1.35	0.77	



Να επιλεγεί ισοσκελές γωνιακό έλασμα από υλικό χάλυβα St 42 το οποίο καταπονείται από εφελκυστική αξονική δύναμη $P = 180 \text{ kN}$. Ο συντελεστής ασφαλείας να ληφθεί $\nu = 3$.

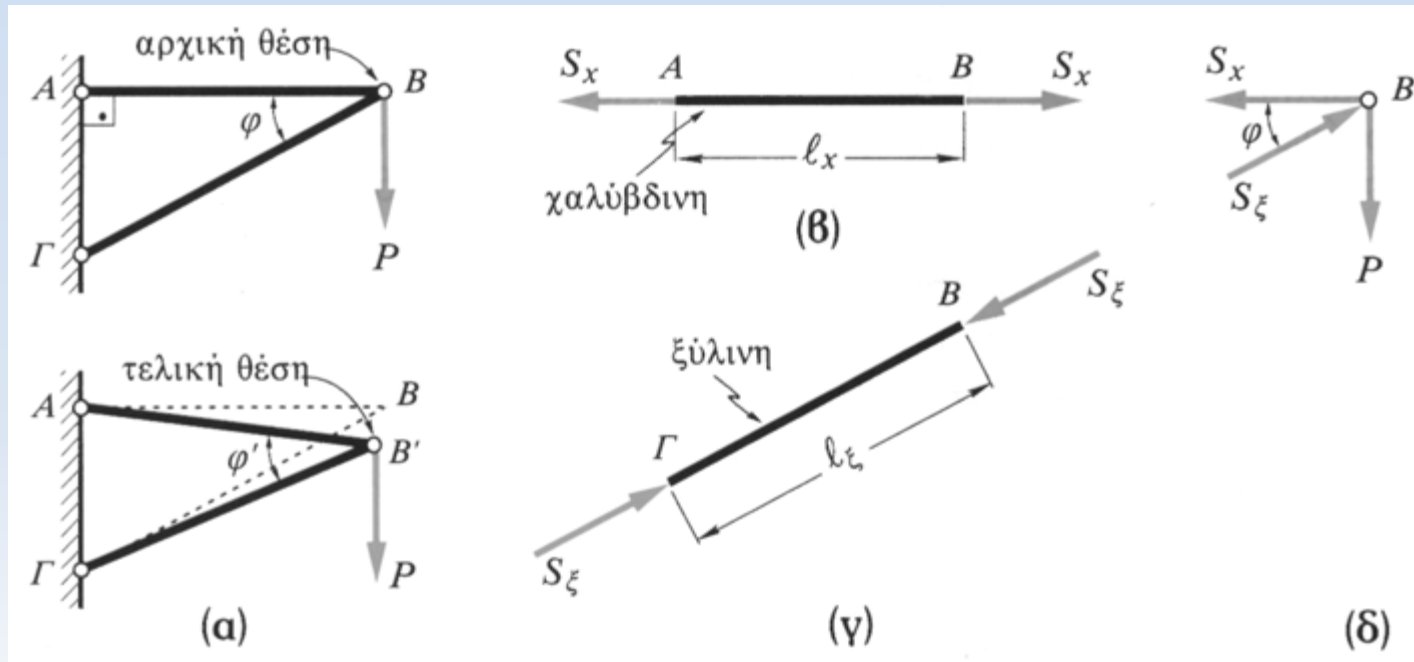




Συμ- βολι- σμός	Κανονικές διαστάσεις		F cm ²	G Kp/m	Αποστάσεις αξόνων	Για τον άξονα κάμψης								
	r ₁ mm	r ₂ mm				x-x=y-y		I-I		2-2				
						x _k =y _k cm	I _x =I _y cm ⁴	W _x =W _y cm ³	i _x =i _y cm	I _I cm ⁴	i _I cm	I ₂ cm ⁴	W ₂ cm ³	i ₂ cm
	Ισοσκελή γωνιακά ελάσματα κατά το DIN 1028													
20×3	3.5	2	1.12	0.88	0.60	0.39	0.28	0.59	0.62	0.74	0.15	0.18	0.37	
25×3	3.5	2	1.42	1.12	0.73	0.79	0.45	0.75	1.27	0.95	0.31	0.30	0.47	
4			1.85	1.45	0.76	1.01	0.58	0.74	1.61	0.93	0.40	0.37	0.47	
30×3	5	2.5	1.74	1.36	0.84	1.41	0.65	0.90	2.24	1.14	0.57	0.48	0.57	
4			2.27	1.78	0.89	1.81	0.86	0.89	2.85	1.12	0.76	0.61	0.58	
5			2.78	2.18	0.92	2.16	1.04	0.88	3.41	1.11	0.91	0.70	0.57	
60×5	8	4	5.82	4.57	1.64	19.4	4.45	1.82	30.7	2.30	8.03	3.46	1.17	
6			6.91	5.42	1.69	22.8	5.29	1.82	36.1	2.29	9.43	3.95	1.17	
8			9.03	7.09	1.77	29.1	6.88	1.80	46.1	2.26	12.1	4.84	1.16	
65×7	9	4.5	8.70	6.83	1.85	33.4	7.18	1.96	53.0	2.47	13.8	5.27	1.26	
70×6	9	4.5	8.13	6.38	1.93	36.9	7.27	2.13	58.5	2.68	15.3	5.60	1.37	
7			9.40	7.38	1.97	42.4	8.43	2.12	67.1	2.67	17.6	6.31	1.37	
9			11.9	9.34	2.05	52.6	10.6	2.10	83.1	2.64	22.0	7.59	1.36	
75×7	10	5	10.1	7.94	2.09	52.4	9.67	2.28	83.6	2.88	21.1	7.15	1.45	
8			11.5	9.03	2.13	58.9	11.0	2.26	93.3	2.85	24.4	8.11	1.46	
80×6	10	5	9.35	7.34	2.17	55.8	9.57	2.44	88.5	3.08	23.1	7.54	1.57	
8			12.3	9.66	2.26	72.3	12.6	2.42	115	3.06	29.6	9.25	1.55	
10			15.1	11.9	2.34	87.5	15.5	2.41	139	3.03	35.9	10.9	1.54	
90×7	11	5.5	12.2	9.61	2.45	92.6	14.1	2.75	147	3.46	38.3	11.0	1.77	
9			15.5	12.2	2.54	116	18.0	2.74	184	3.45	47.8	13.3	1.76	



Να προσδιοριστούν οι απαιτούμενες διατομές της χαλύβδινης ράβδου AB και της ξύλινης BΓ, αν το κατακόρυφο φορτίο στο B είναι $P = 40 \text{ kN}$. Η επιτρεπόμενη τάση του ξύλου να ληφθεί 100 N/cm^2 για θλίψη και 80 N/cm^2 για εφελκυσμό. Η αντίστοιχη τάση του χάλυβα είναι ίση με $10 \cdot 10^3 \text{ N/cm}^2$. Δίνονται: $\lambda_x = 4 \text{ m}$, $\lambda_\xi = 5 \text{ m}$.



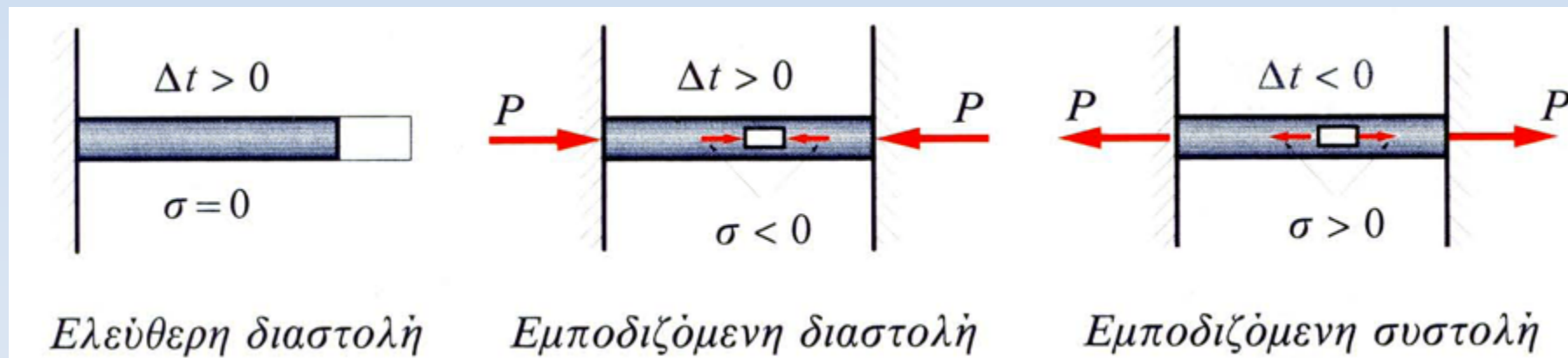
Θερμικές Τάσεις



Δρ. Μηχ. Μηχ. Α. Τσουκνίδας

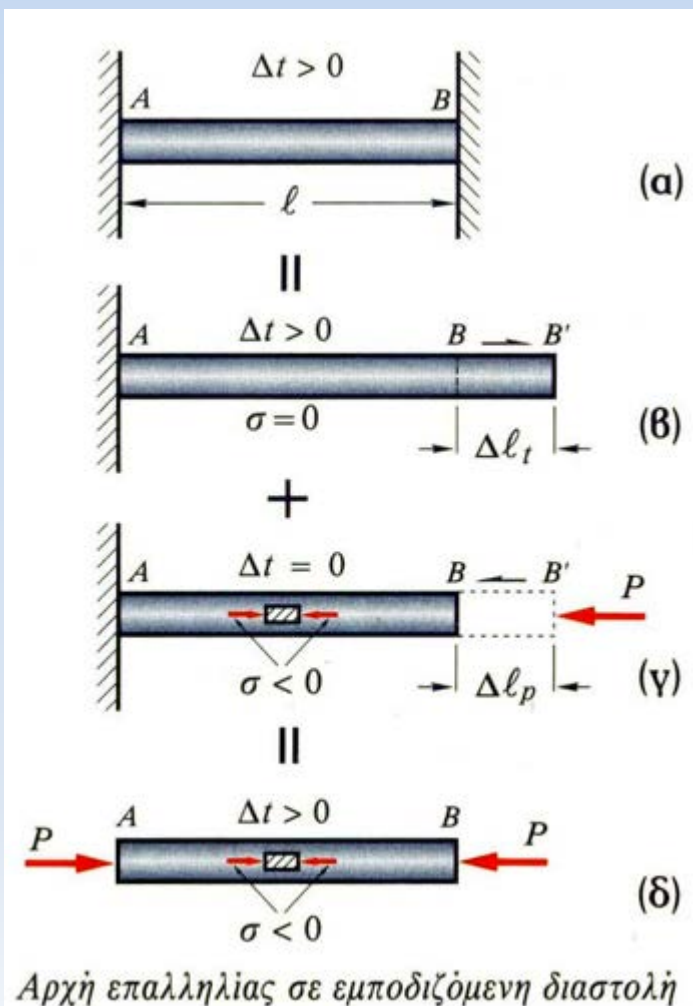
Σχήμα 21

Είναι γνωστό ότι η μεταβολή της θερμοκρασίας ενός σώματος προκαλεί μεταβολή των γραμμικών του διαστάσεων. Αν το σώμα είναι ελεύθερο να μεταβάλλει ης διαστάσεις του, τότε η μεταβολή της θερμοκρασίας δεν μεταβάλλει την εντατική του κατάσταση ή όπως λέγεται το σώμα παραμένει ελεύθερο τάσεων (έχει δηλαδή μηδενικές τάσεις $\sigma = 0$), παραμορφούμενο όμως λόγω της μεταβολής της θερμοκρασίας



Η ολική παραμόρφωση ενός σώματος που καταπονείται από εξωτερικές δυνάμεις και από θερμοκρασιακή μεταβολή, ισούται προφανώς με το άθροισμα των μερικών παραμορφώσεων που οφείλονται στις εξωτερικές δυνάμεις αφενός και στη μεταβολή της θερμοκρασίας αφετέρου, σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας. Αν όμως εμποδίζεται π.χ. λόγω συνδέσμων η παραμόρφωση που οφείλεται στη μεταβολή της θερμοκρασίας, τότε στο σώμα αναπτύσσονται τάσεις οι οποίες ονομάζονται θερμικές τάσεις ή ιδιοτάσεις λόγω θερμοκρασιακής μεταβολής.





$$\Delta \ell_t = \alpha \ell \Delta t$$

α : συντελεστής γραμμικής διαστολής



$$\Delta \ell_p = \frac{P \ell}{EF}$$

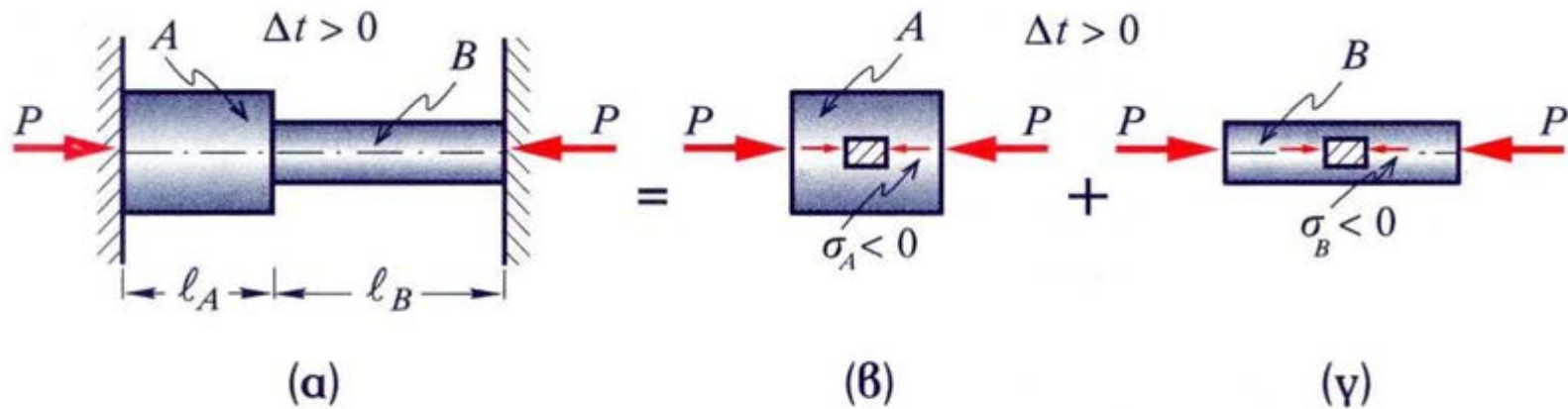
Νόμος του Hooke

$$\Delta \ell_t + \Delta \ell_p = 0 \Rightarrow \Delta \ell_t = -\Delta \ell_p \Rightarrow \alpha \ell \Delta t = -\frac{P \ell}{EF} \Rightarrow$$

$$P = -\alpha E F \Delta t$$

Εξίσωση συμβιβαστού των μετατοπίσεων





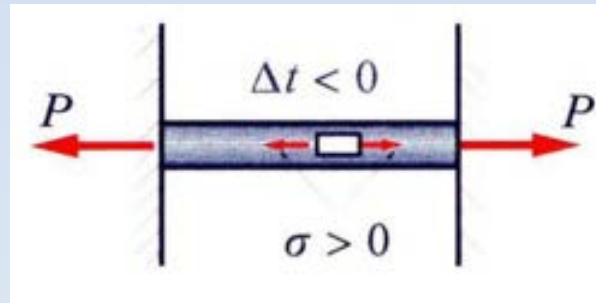
Σύνθετη πακτωμένη ράβδος σε θερμοκρασιακή μεταβολή

$$\Delta \ell_{o\lambda}^t + \Delta \ell_{o\lambda}^p = 0 \Rightarrow \Delta \ell_t^A + \Delta \ell_t^B = -\left(\Delta \ell_p^A + \Delta \ell_p^B \right) \Rightarrow$$

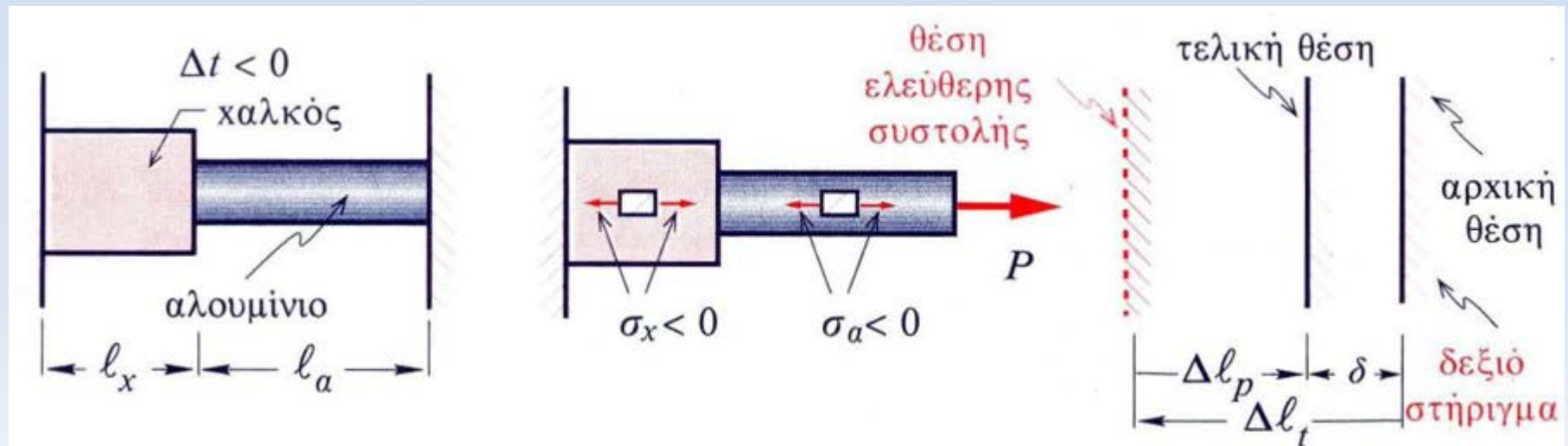
$$(a_A \ell_A + a_B \ell_B) \Delta t = -P \left(\frac{\ell_A}{E_A F_A} + \frac{\ell_B}{E_B F_B} \right)$$



Μια χάλκινη αβαρής ράβδος AB με μήκος $\lambda = 1.5 \text{ m}$ και διατομή $A = 20 \text{ cm}^2$ είναι στερεωμένη ανάμεσα σε δύο τοίχους. Σε θερμοκρασία 20°C η ράβδος ήταν ελεύθερη τάσεων. Να υπολογιστεί η τάση της ράβδου αν η θερμοκρασία κατέλθει στους -5°C . Τα άκρα A και B θεωρούνται ακλόνητα. Για το χαλκό δίνεται ο συντελεστής γραμμικής διαστολής $\alpha = 20 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$ και $E = 120 \text{ GPa}$.



Μία σύνθετη ράβδος είναι άκαμπτα ενωμένη με δύο τοίχους. Η αριστερή ράβδος είναι από χαλκό με διατομή $A_x = 80 \text{ cm}^2$ και μήκος $\lambda_x = 0.6 \text{ m}$, η δε δεξιά από αλουμίνιο με διατομή $A_\alpha = 20 \text{ cm}^2$ και μήκος $\lambda_\alpha = 0.4 \text{ m}$. Σε θερμοκρασία 20°C το σύστημα είναι ελεύθερο τάσεων. Όταν πέσει η θερμοκρασία, το δεξιό στήριγμα υποχωρεί κατά $\delta = 0.2 \text{ mm}$ κατά τη διεύθυνση συστολής του μετάλλου. Να υπολογιστεί η ελάχιστη θερμοκρασία που επιτρέπεται να αποκτήσει το σύστημα, έτσι ώστε η αναπτυσσόμενη τάση στο αλουμίνιο να μην υπερβεί το 140 N/mm^2 . Δίνονται: Για το χαλκό $E_x = 120 \text{ GN/m}^2$, $\alpha_x = 20 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$ και για το αλουμίνιο $E_\alpha = 70 \text{ GN/m}^2$, $\alpha_\alpha = 25 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$



Παράδειγμα 7

Δρ. Μηχ. Μηχ. Α. Τσουκνίδας

Σχήμα 26