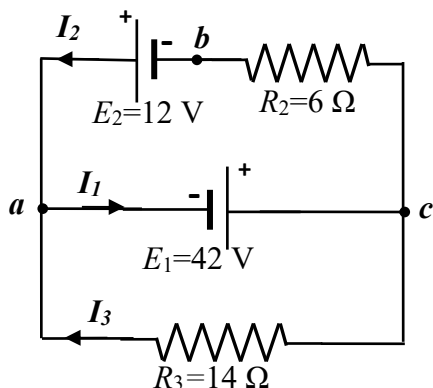




ΘΕΜΑ 1. [3]

Υπολογίστε τα ρεύματα και τις πτώσεις τάσης του διπλανού κυκλώματος

$$V_{ca}, V_{ab} \quad [1]$$

$$V_{cb} \quad [1]$$

$$I_1, I_2, I_3 \quad [1]$$

ΛΥΣΗ

Από το κύκλωμα βλέπουμε ότι οι ζητούμενες πτώσεις τάσης V_{ca} , V_{ab} είναι αυτές στα άκρα των πηγών από το θετικό πόλο (μεγαλύτερο δυναμικό) προς τον αρνητικό πόλο (μικρότερο δυναμικό). Άρα:

$$V_{ca} = V_c - V_a = E_1 = 42 \text{ V}$$

$$V_{ac} = V_a - V_c = -42 \text{ V}$$

$$V_{ab} = V_a - V_b = E_2 = 12 \text{ V}$$

και

$$V_{ba} = V_b - V_a = -12 \text{ V}$$

Για να βρούμε την τρίτη ζητούμενη πτώση τάσης V_{cb} χρησιμοποιούμε τον 2^ο κανόνα του Kirchhoff (κανόνα τάσεων) σε ένα βρόχο που να την περιέχει και να γνωρίζουμε όλες τις υπόλοιπες τάσεις, δηλαδή στο βρόχο $c \rightarrow b \rightarrow a \rightarrow c$:

Άθροισμα όλων των πτώσεων τάσης του βρόχου από κάθε σημείο στο επόμενο με τη σειρά = 0 $\Rightarrow$

$$V_{cb} + V_{ba} + V_{ac} = 0 \Rightarrow V_{cb} - 12 - 42 = 0 \Rightarrow V_{cb} = 54 \text{ V}$$

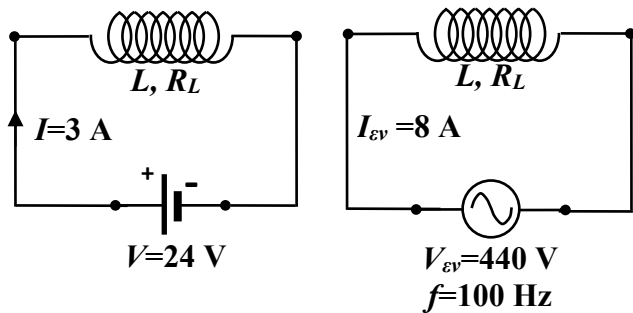
Για τα ηλεκτρικά ρεύματα I_2 και I_3 χρησιμοποιούμε τον νόμο του Ohm, αφού ξέρουμε την αντίσταση που διαρρέει το κάθε ρεύμα και την αντίστοιχη τάση στα άκρα της αντίστασης :

$$I_2 = \frac{V_{cb}}{R_2} = \frac{54}{6} = 9 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_{ca}}{R_3} = \frac{42}{14} = 3 \text{ A}$$

Για το τρίτο ρεύμα I_1 χρησιμοποιούμε τον 1^ο κανόνα του Kirchhoff (κανόνα ρευμάτων) σε έναν κόμβο όπου τα τρία ρεύματα συναντιούνται, π.χ. τον a :

$$I_{\text{εξερχόμενα}} = I_{\text{εισερχόμενα}} \Rightarrow I_1 = I_2 + I_3 = 9 + 3 = 12 \text{ A}$$



ΘΕΜΑ 2. [3] Από τα δεδομένα των διπλανών κυκλωμάτων να προσδιορίσετε την ωμική αντίσταση R_L , τη σύνθετη αντίσταση Z_L , την επαγωγική αντίδραση X_L και τον συντελεστή αυτεπαγωγής L του

R_L	[0,5]
Z_L	[0,5]
X_L	[1]
L	[1]

ΛΥΣΗ

Απλή εφαρμογή τύπων

Νόμος του Ohm στο συνεχές ρεύμα :

$$I = \frac{V}{R_L} \Rightarrow R_L = \frac{V}{I} = \frac{24}{3} = 8 \, \Omega$$

Νόμος του Ohm στο εναλλασσόμενο ρεύμα :

$$I_{ev} = \frac{V_{ev}}{Z_L} \Rightarrow Z_L = \frac{V_{ev}}{I_{ev}} = \frac{440}{8} = 55 \, \Omega$$

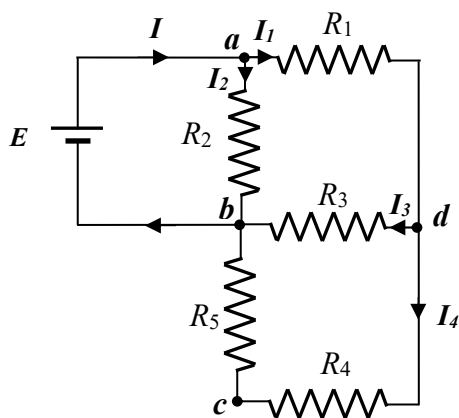
Ορισμός σύνθετης αντίστασης :

$$Z_L = \sqrt{R_L^2 + X_L^2} \Rightarrow Z_L^2 = R_L^2 + X_L^2 \Rightarrow X_L^2 = Z_L^2 - R_L^2 \Rightarrow X_L = \sqrt{Z_L^2 - R_L^2} \Rightarrow$$

$$X_L = \sqrt{55^2 - 8^2} = \sqrt{3.025 - 64} = \sqrt{2.961} = 54,415 \approx 54,4 \, \Omega$$

Κυκλική συχνότητα : $\omega = 2\pi f$

Ορισμός επαγωγικής αντίδρασης : $X_L = L\omega \Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{54,415}{2\pi(100)} = 0,0866 \approx 0,087 = 87 \, \text{mH}$

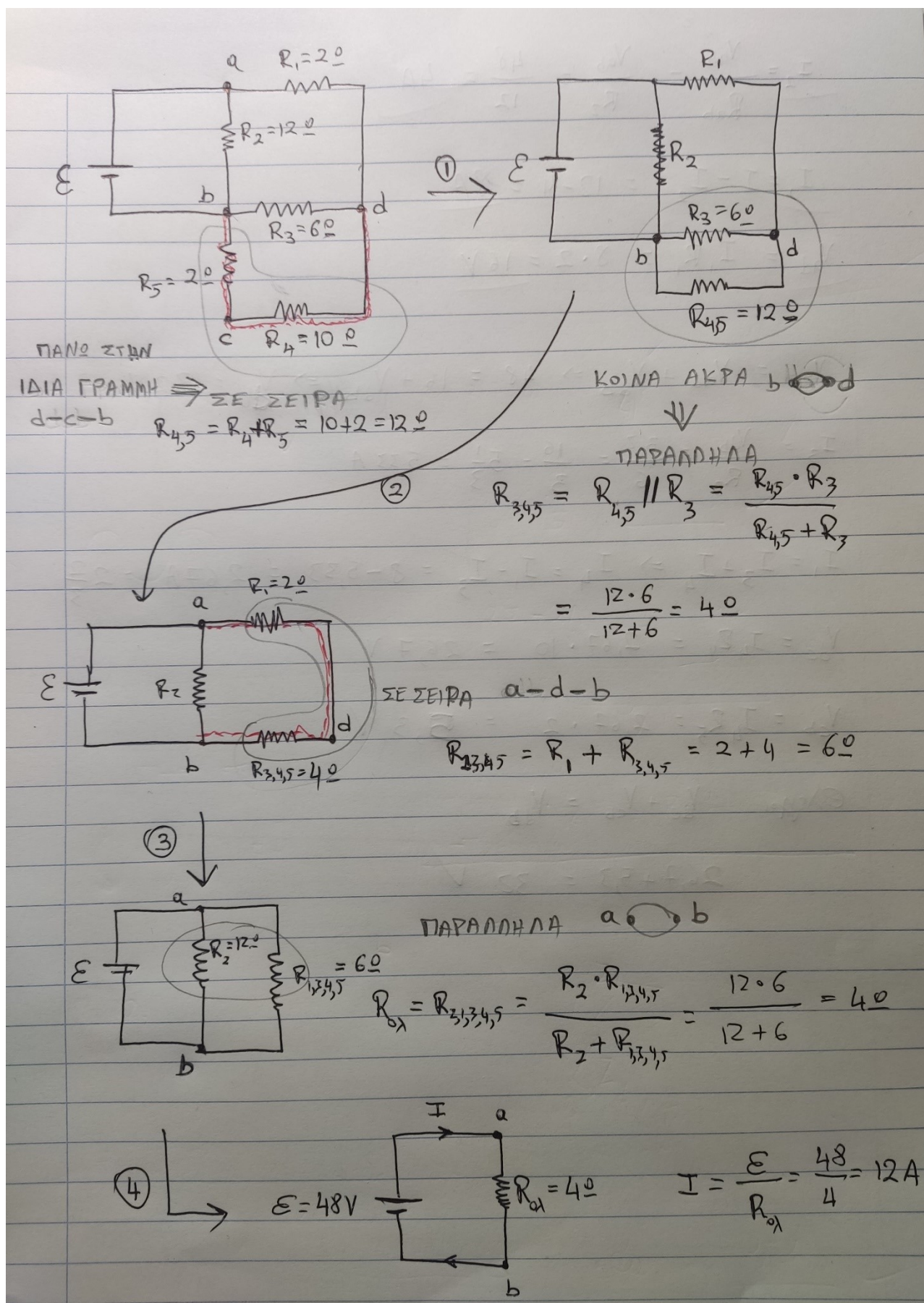


ΘΕΜΑ 3. [4] Βρείτε την ολική αντίσταση, τα ρεύματα και τις πτώσεις τάσης που ζητούνται. Δεδομένα :

$R_1=2 \, \Omega$, $R_2=12 \, \Omega$, $R_3=6 \, \Omega$,
 $R_4=10 \, \Omega$, $R_5=2 \, \Omega$,
 $E=48 \, \text{V}$

$R_{ολ}$,	1 μονάδα
I , I_2 , I_1	1 μονάδα
V_{ad} , V_{db} , I_3	1 μονάδα
I_4 , V_{dc} , V_{cb}	1 μονάδα

Το πως βρίσκουμε την ολική ισοδύναμη αντίσταση φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:



Τα παραπάνω μπορούν να γραφτούν σε μια πράξη :

$$R_{ολ} = \overbrace{\left\{ \left[\overbrace{\left(\overbrace{R_4 + R_5}^1 \right) \parallel R_3}^2 \right] + R_1 \right\} \parallel R_2}^4$$

Οι αριθμοί δείχνουν τη σειρά που πρέπει να γίνουν οι πράξεις. Ξεκινάμε από την πιο εσωτερική παρένθεση (1) και προχωράμε με τη σειρά προς την εξωτερική αγκύλη (3):

$$R_{ολ} = \left\{ \left[(R_4 + R_5) \parallel R_3 \right] + R_1 \right\} \parallel R_2 = \left\{ \left[(10 + 2) \parallel 6 \right] + 2 \right\} \parallel 12 \quad (1)$$

$$= \left\{ \left[(12) \parallel 6 \right] + 2 \right\} \parallel 12 \quad (2)$$

$$= \left\{ \left[\frac{12 \cdot 6}{12 + 6} \right] + 2 \right\} \parallel 12 = \{ [4] + 2 \} \parallel 12 \quad (3)$$

$$= \{6\} \parallel 12 \quad (4)$$

$$= \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} = 4 \, \Omega$$

$$\text{Νόμος Ohm στην ολική αντίσταση : } I = \frac{E}{R_{ολ}} = \frac{48}{4} = 12 \, \text{A}$$

Από δω και πέρα πάμε βήμα-βήμα υπολογίζοντας κάθε φορά **κάτι** που μπορούμε να υπολογίσουμε από τα αποτελέσματα που έχουμε ως τώρα.

Η αντίσταση R_2 έχει τα ίδια άκρα $a-b$ με την πηγή, άρα : $V_{ab} = E = 48 \, \text{V}$

$$\text{Νόμος Ohm στην αντίσταση } R_2 : \quad I_2 = \frac{V_{ab}}{R_2} = \frac{48}{12} = 4 \, \text{A}$$

$$1^{\text{ος}} \text{ κανόνας Kirchhoff στον κόμβο } a : \quad I = I_1 + I_2 \Rightarrow 12 = I_1 + 4 \Rightarrow I_1 = 8 \, \text{A}$$

$$\text{Νόμος Ohm στην αντίσταση } R_1 : \quad I_1 = \frac{V_{ad}}{R_1} \Rightarrow V_{ad} = I_1 R_1 = 8 \times 2 = 16 \, \text{V}$$

2^{ος} κανόνας Kirchhoff στο βρόχο $a \rightarrow d \rightarrow b \rightarrow a$:

$$V_{ad} + V_{db} + V_{ba} = 0 \Rightarrow 16 + V_{db} - 48 = 0 \Rightarrow V_{db} = 48 - 16 = 32 \, \text{V}$$

$$\text{Νόμος Ohm στην αντίσταση } R_3 : \quad I_3 = \frac{V_{db}}{R_3} = \frac{32}{6} = \frac{16}{3} = 5,33 \, \text{A}$$

$$1^{\text{ος}} \text{ κανόνας Kirchhoff στον κόμβο } d : \quad I_1 = I_3 + I_4 \Rightarrow 8 = 5,33 + I_4 \Rightarrow I_4 = 2,67 \, \text{A}$$

$$\text{Νόμος Ohm στην αντίσταση } R_4 : \quad I_4 = \frac{V_{dc}}{R_4} \Rightarrow V_{dc} = I_4 R_4 = 2,67 \times 10 = 26,7 \, \text{V}$$

$$\text{Νόμος Ohm στην αντίσταση } R_5 : \quad I_4 = \frac{V_{cb}}{R_5} \Rightarrow V_{cb} = I_4 R_5 = 2,67 \times 2 = 5,3 \, \text{V}$$

Έλεγχος σε κόμβους και βρόχους που δεν έχουμε χρησιμοποιήσει ως τώρα:

$$\text{Κόμβος } b : \quad I = I_2 + I_3 + I_4 \Rightarrow 12 = 4 + 2,67 + 5,33 \Rightarrow 12 = 12 \, OK$$

$$\text{Βρόχος } d \rightarrow c \rightarrow b \rightarrow d : \quad V_{dc} + V_{cb} + V_{bd} = 0 \Rightarrow 26,7 + 5,3 - 32 = 0 \Rightarrow 32 - 32 = 0 \, OK$$