

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2021-22

ΜΑΘΗΜΑ: ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ-Θ (ΤΕ)

Πέμπτη, 8 Σεπτεμβρίου 2022, 14:30-16:30 αιθ. 3404
 Εισηγητής: Κώστας Φιλίππιδης (kphilippides@uowm.gr)

Σε κάθε θέμα πρέπει να σχεδιάσετε το αντίστοιχο κύκλωμα για να πάρετε τον πλήρη βαθμό που αναφέρεται.

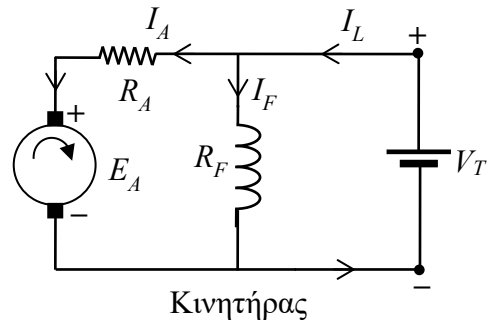
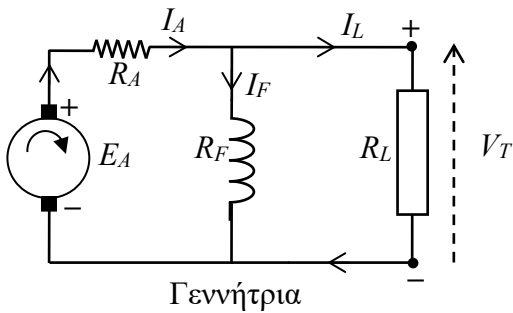
ΘΕΜΑ 1. [3]

Γεννήτρια παράλληλης διέγερσης 18 kW, 600 V με $R_A = 0,1 \Omega$ και $R_F = 200 \Omega$ παραδίδει το πλήρες φορτίο της στην ονομαστική τάση όταν περιστρέφεται με ταχύτητα 1.800 rpm. Συνδέουμε τη μηχανή ως κινητήρα. Ο κινητήρας λαμβάνει ισχύ 18 kW σε τάση εισόδου 600 V.

- 1.1 Ποια είναι η ταχύτητα περιστροφής του κινητήρα? [2]
- 1.2 Τι ροπή αναπτύσσεται στη μηχανή όταν λειτουργεί ως γεννήτρια; [0,5]
- 1.3 Τι ροπή αναπτύσσεται στη μηχανή όταν λειτουργεί ως κινητήρας; [0,5]

Απάντηση

Κυκλώματα



Εξισώσεις

Μαγνητικές :	$E_A = K\Phi\omega$	$\tau_{ind} = K\Phi I_A$		
Ηλεκτρικές Γεννήτριας	$I_A = I_F + I_L$	$E_A = V_T + I_A R_A$	$V_T = I_F R_F$	$P_{out} = V_T I_L$
Μηχανικές Γεννήτριας:	$P_{in} = \tau_{app}\omega$	$\omega = \frac{2\pi}{60}n$		
Ηλεκτρικές Κινητήρα	$I_L = I_F + I_A$	$V_T = E_A + I_A R_A$	$V_T = I_F R_F$	$P_{in} = V_T I_L$
Μηχανικές Κινητήρα:	$P_{out} = \tau_{out}\omega$	$\omega = \frac{2\pi}{60}n$		

1.1 [2]

Γεννήτρια (generator)

$$I_F = \frac{V}{R_F} = \frac{600}{200} = 3 \text{ A}, \quad I_L = \frac{P_{out}}{V_T} = \frac{18.000}{600} = \frac{180}{6} = 30 \text{ A}, \quad I_A = I_L + I_F = 30 + 3 = 33 \text{ A}$$

επαγωγική τάση γεννήτριας: $E_{A(g)} = V_T + I_A R_A = 600 + (33)(0,1) = 603,3 \text{ V}$

Κινητήρας (motor)

$$I_F = \frac{V}{R_F} = \frac{600}{200} = 3 \text{ A}, \quad I_L = \frac{P_{in}}{V_T} = \frac{18.000}{600} = 30 \text{ A}, \quad I_A = I_L - I_F = 30 - 3 = 27 \text{ A}$$

επαγωγική τάση κινητήρα: $E_{A(m)} = V_T - I_A R_A = 600 - (27)(0,1) = 597,3 \text{ V}$

Η διέγερση είναι ίδια και στις δύο συνδέσεις αφού το ρεύμα διέγερσης είναι ίδιο. Οι επαγωγικές τάσεις συνδέονται με τις αντίστοιχες ταχύτητες με τον τύπο $E_A = K\Phi\omega = K'\Phi n$, οπότε διαιρώντας παίρνουμε:

$$\frac{n_m}{n_g} = \frac{E_{A(m)}}{E_{A(g)}} \Rightarrow n_m = n_g \frac{E_{A(m)}}{E_{A(g)}} = (1.800) \frac{597,3}{603,3} = 1.782 \text{ rpm}$$

1.2 [0,5] και 1.3 [0,5]

Μπορούμε να βρούμε τις ροπές από την εξίσωση της μετατρεπόμενης ισχύος από μηχανική σε ηλεκτρική και αντίστροφα.

Γεννήτρια: μηχανική σε ηλεκτρική

$$\tau_{(g)}\omega_{(g)} = E_{A(g)}I_{A(g)} \Rightarrow \tau_{(g)} = \frac{E_{A(g)}I_{A(g)}}{\omega_{(g)}} = \frac{(603,3)(33)}{2\pi(1.800)/60} = 105,6 \text{ Nm}$$

Κινητήρας: ηλεκτρική σε μηχανική

$$E_{A(m)}I_{A(m)} = \tau_{(m)}\omega_{(m)} \Rightarrow \tau_{(m)} = \frac{E_{A(m)}I_{A(m)}}{\omega_{(m)}} = \frac{(597,3)(27)}{2\pi(1.782)/60} = 86,4 \text{ Nm}$$

Ισοδύναμα μπορούμε να υπολογίσουμε τη συνδυασμένη σταθερά $K\Phi$ που είναι η ίδια και στις δύο περιπτώσεις και να υπολογίσουμε απευθείας την αναπτυσσόμενη ροπή από τη σχέση ορισμού της $\tau = K\Phi I_A$

$$\left. \begin{aligned} E_{A(g)} &= K\Phi\omega_{(g)} \\ E_{A(m)} &= K\Phi\omega_{(m)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} K\Phi &= \frac{E_{A(g)}}{\omega_{(g)}} = \frac{603,3}{2\pi(1.800)/60} = 3,20 \text{ Wb} \\ K\Phi &= \frac{E_{A(m)}}{\omega_{(m)}} = \frac{597,3}{2\pi(1.782)/60} = 3,20 \text{ Wb} \end{aligned}$$

$$\tau_{(g)} = K\Phi I_{A(g)} = (3,20)(33) = 105,6 \text{ Nm}$$

$$\tau_{(m)} = K\Phi I_{A(m)} = (3,20)(27) = 86,4 \text{ Nm}$$

ΘΕΜΑ 2. [3]

Γεννήτρια παράλληλης διέγερσης δίνει τις ονομαστικές τιμές ισχύος 7,2 kW και τάσης εξόδου 240 V όταν περιστρέφεται με ταχύτητα 128 rad/s. Η μηχανή έχει αντίσταση οπλισμού $R_A = 0,5 \Omega$ και αντίσταση πηνίου διέγερσης $R_F = 120 \Omega$. Οι σταθερές της απώλειες (μηχανικές και πυρήνα σιδήρου) στο πλήρες φορτίο είναι $P_C = 108 \text{ W}$. Να υπολογίσετε :

2.1 την επαγωγική τάση που παράγει η γεννήτρια στο πλήρες φορτίο [1]

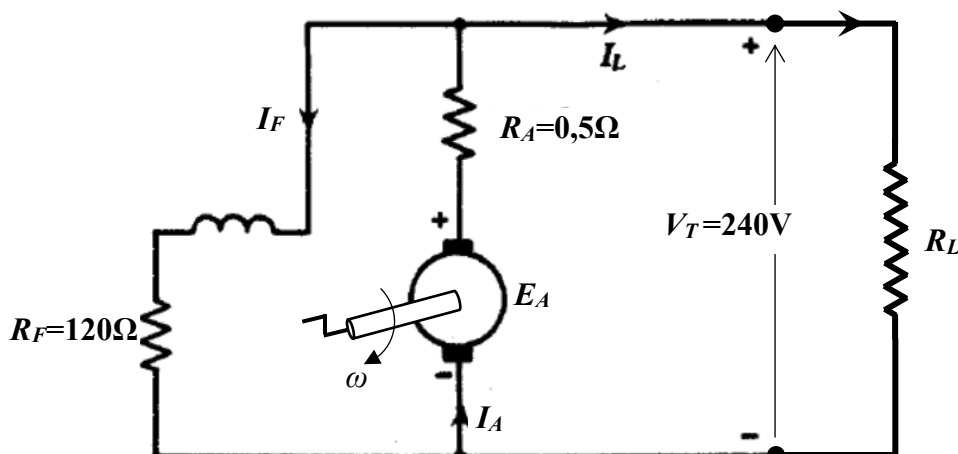
2.2 τη συνδυασμένη σταθερά $K\Phi$ [0,5]

2.3 τη ροπή που αναπτύσσεται στη γεννήτρια στο πλήρες φορτίο [0,5]

2.4 την απόδοση της γεννήτριας στο πλήρες φορτίο [1]

Απάντηση

Κύκλωμα



2.1 [1]

$$I_F = \frac{V_T}{R_F} = \frac{240}{120} = 2 \text{ A},$$

$$P_{out} = V_T I_L \Rightarrow I_L = \frac{P_{out}}{V_T} = \frac{7.200}{240} = \frac{3 \cdot 24 \cdot 10}{24} = 30 \text{ A},$$

$$I_A = I_F + I_L = 2 + 30 = 32 \text{ A}$$

$$E_A = V + I_A R_A = 240 + (32)(0,5) = 240 + 16 = 256 \text{ V}$$

2.2 [0,5]

$$E_A = K \Phi \omega \Rightarrow K \Phi = \frac{E_A}{\omega} = \frac{256}{128} = 2,00 \text{ Wb}$$

2.3 [0,5]

$$\tau = K \Phi I_A = (2,00)(32) = 64 \text{ Nm}$$

2.4 [1]

Εξερχόμενη ισχύς : $P_{out} = 7,2 \text{ kW}$

Απώλειες πηνίου διέγερσης : $P_F = I_F^2 R_F = (2^2)(120) = 480 \text{ W} = 0,480 \text{ kW}$

Απώλειες πηνίου οπλισμού : $P_A = I_A^2 R_A = (32^2)(0,5) = 512 \text{ W} = 0,512 \text{ kW}$

Σταθερές απώλειες : $P_C = 0,108 \text{ kW}$

Συνολικές απώλειες : $P_{loss} = P_F + P_A + P_C = 0,480 + 0,512 + 0,108 = 1,1 \text{ kW}$

Εισερχόμενη ισχύς : $P_{in} = P_{out} + P_{loss} = 7,2 + 1,1 = 8,3 \text{ kW}$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} 100\% = \frac{7,2}{8,3} 100\% = 86,75\% \approx 87\%$$

Η εφαρμοζόμενη ροπή στη γεννήτρια από την κινητήρια μηχανή πρέπει να είναι μεγαλύτερη από την αντιροπή που αναπτύσσεται στη γεννήτρια. Οι ροπές ισορροπούν επειδή υπάρχει και ροπή λόγω μηχανικών απωλειών (τριβές, αντίσταση αέρα). Πράγματι:

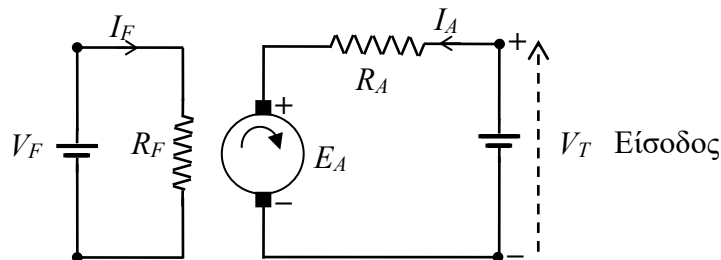
$$\tau_{app} = \frac{P_{in}}{\omega} = \frac{8.300}{128} = 64,8 \text{ Nm} > \tau_{ind}$$

ΘΕΜΑ 3. [2]

Κινητήρας ανεξάρτητης διέγερσης περιστρέφεται με ταχύτητα 1950 rpm, τραβώντας ρεύμα οπλισμού 50 A σε τάση 200 V. Η αντίσταση του πηνίου οπλισμού είναι 0,1 Ω. Το φορτίο στον κινητήρα αλλάζει ενώ κρατάμε τη διέγερση σταθερή και ο κινητήρας τραβάει τώρα 100 A στα 200 V.

Ποια είναι η αρχική τιμή και ποια είναι η τελική της ροπής που αναπτύσσει ο κινητήρας σε κάθε περίπτωση;

Απάντηση



Θα βρούμε τις αναπτυσσόμενες ροπές από την ισχύ που μετατρέπεται από ηλεκτρική σε μηχανική:

$$E_A I_A = P_{conv} = \tau_{ind} \omega \Rightarrow \tau_{ind} = \frac{E_A I_A}{\omega}$$

Χρειαζόμαστε τις επαγωγικές τάσεις και τη νέα ταχύτητα του κινητήρα. Υπολογίζουμε τις επαγωγικές τάσεις από το κύκλωμα.

$$E_1 = V_T - I_1 R_A = 200 - (50)(0,1) = 195 \text{ V}$$

$$E_2 = V_T - I_2 R_A = 200 - (100)(0,1) = 190 \text{ V}$$

Η ταχύτητα συνδέεται με την επαγωγική τάση με τον τύπο $E = K' \Phi n$. Η διέγερση δεν έχει αλλάξει

$$\left. \begin{aligned} E_2 &= K' \Phi n_2 \\ E_1 &= K' \Phi n_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_2 = n_1 \frac{E_2}{E_1} = (1950) \frac{190}{195} = 1900 \text{ rpm}$$

Ο κινητήρας γυρίζει πιο αργά. Έχει επιβραδυνθεί από το φορτίο.

Οι ροπές είναι :

$$\tau_1 = \frac{E_1 I_1}{\omega_1} = \frac{(195)(50)}{\frac{2\pi}{60}(1950)} = \frac{3 \cdot 50}{\pi} = 47,75 \text{ Nm}$$

$$\tau_2 = \frac{E_2 I_2}{\omega_2} = \frac{(190)(100)}{\frac{2\pi}{60}(1900)} = \frac{3 \cdot 100}{\pi} = 2\tau_1 = 95,5 \text{ Nm}$$

Αφού η διέγερση δεν αλλάζει ενώ το ρεύμα οπλισμού διπλασιάζεται, τότε και η ροπή διπλασιάζεται.

Ισοδύναμα

$$K\Phi = \frac{E_A}{\omega} = \frac{195}{2\pi(1950)/60} = \frac{3}{\pi} = 0,955 \text{ Wb}$$

$$\tau_1 = K\Phi I_1 = \frac{3}{\pi}(50) = 47,75 \text{ Nm}$$

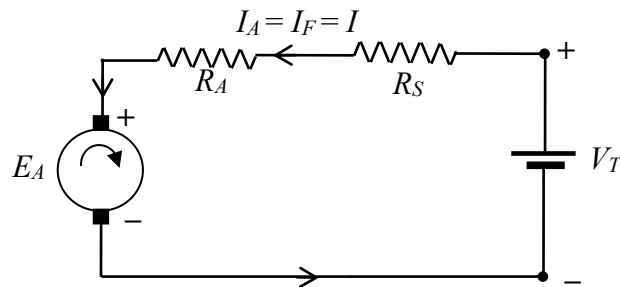
$$\tau_2 = K\Phi I_2 = \frac{3}{\pi}(100) = 2\tau_1 = 95,5 \text{ Nm}$$

ΘΕΜΑ 4. [2]

Κινητήρας διέγερσης σειράς αναπτύσσει ροπή 50 Nm όταν διαρρέεται από ρεύμα 24 A.

4.1 Τι ροπή θα αναπτύσσει όταν θα διαρρέεται από ρεύμα 48 A (αγνοήστε τον κορεσμό, δηλαδή θεωρήστε ότι λειτουργεί στην γραμμική περιοχή της καμπύλης μαγνήτισης όπου $\Phi = cI_F$). [1]

4.2 Αν και τις δύο φορές η μετατρεπόμενη ισχύς είναι 10 kW με τι ταχύτητες (rpm) περιστρέφεται ? [1]



4.1 [1]

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= K\Phi_1 I_1 = KcI_1^2 \\ \tau_2 &= K\Phi_2 I_2 = KcI_2^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{I_1^2}{I_2^2} \Rightarrow \tau_2 = \tau_1 \frac{I_2^2}{I_1^2} = 50 \frac{96^2}{48^2} = 50 \cdot (2)^2 = 200 \text{ Nm}$$

4.2 [1]

$$P_{conv} = \tau_{ind} \omega \Rightarrow \omega = \frac{P_{conv}}{\tau_{ind}}$$

$$\text{Άρα } \omega_1 = \frac{P_{conv}}{\tau_1} = \frac{10.000}{50} = 200 \text{ rad/s}, \quad n_1 = \omega_1 \frac{60}{2\pi} = 200 \frac{\cancel{\text{rad}}}{\cancel{2\pi} \cancel{\text{rad}}} \frac{1 \text{ r}}{1 \text{ min}} \frac{60 \cancel{\text{s}}}{1 \text{ min}} = 1.909,86 \text{ rpm} \approx 1910 \text{ rpm}$$

$$\omega_2 = \frac{P_{conv}}{\tau_2} = \frac{10.000}{200} = \frac{\omega_1}{4} = 50 \text{ rad/s}, \quad n_2 = \omega_2 \frac{60}{2\pi} = 50 \frac{\cancel{\text{rad}}}{\cancel{2\pi} \cancel{\text{rad}}} \frac{1 \text{ r}}{1 \text{ min}} \frac{60 \cancel{\text{s}}}{1 \text{ min}} = 477,5 \text{ rpm}$$

$$\text{Ή } P_{conv1} = P_{conv2} \Rightarrow \tau_1 \omega_1 = \tau_2 \omega_2 \Rightarrow \tau_1 n_1 = \tau_2 n_2 \Rightarrow n_2 = n_1 \frac{\tau_1}{\tau_2} = (1.910) \frac{50}{200} \Rightarrow n_2 = 477,5 \text{ rpm}$$