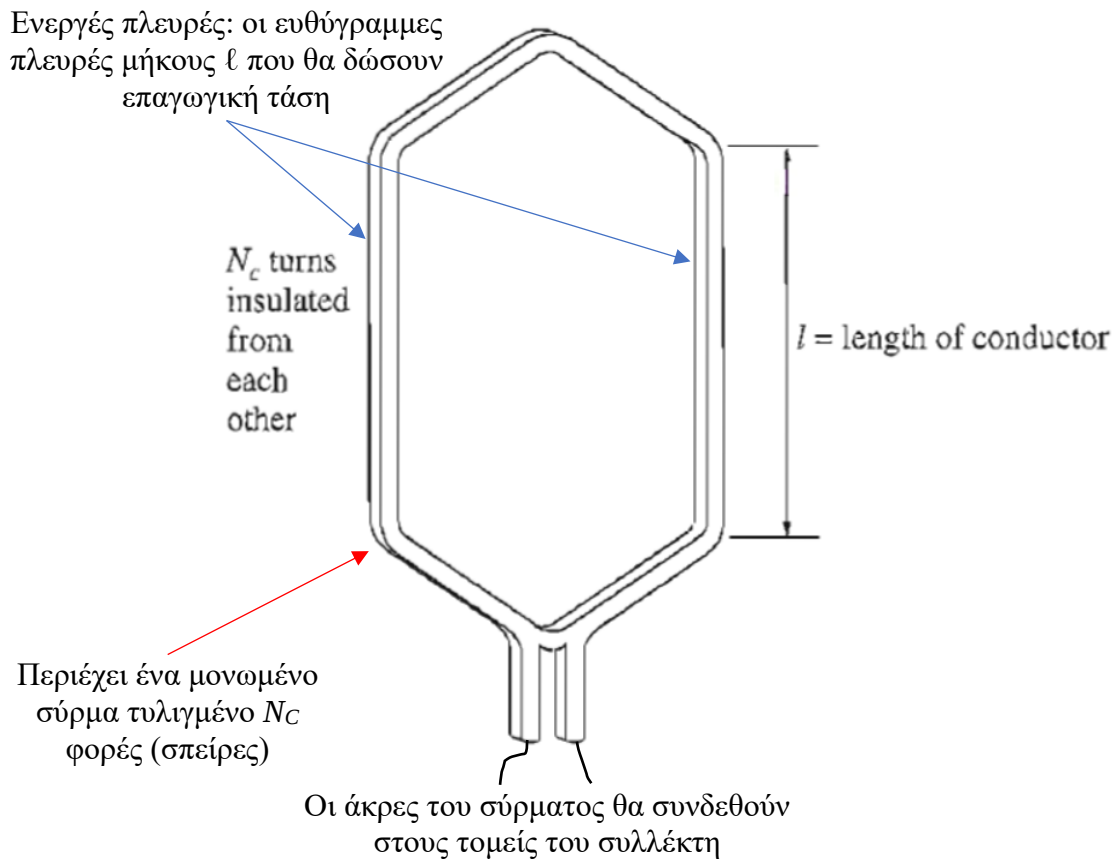


Συστάδα αγωγών

Συστάδα αγωγών ή καλώδιο (coil) = αγωγίμο πλαίσιο με N_C σπείρες (turns)



Αριθμός ενεργών αγωγών σε κάθε συστάδα (coil) = $2N_C$

Άλλες ονοματολογίες:

η συστάδα λέγεται και ομάδα αγωγών

η κάθε ενεργή πλευρά με τους N_C αγωγούς λέγεται στοιχείο της ομάδας

κάθε ομάδα έχει δύο στοιχεία τα οποία πρέπει να βρίσκονται κάτω από ετερόνυμους πόλους του μαγνητικού πεδίου.

Οι δύο πλευρές της συστάδας πρέπει να βρίσκονται κάτω από ετερόνυμους πόλους, δηλ. να απέχουν 180° ηλεκτρικές μοίρες.

Ηλεκτρική και μηχανική γωνία

$$\theta_e = \frac{P}{2} \theta_m$$

θ_m : μηχανική γωνία – η πραγματική γωνία περιστροφής του αγωγού στο χώρο. Π.χ. για να βρεθεί ο αγωγός στο αντιδιαμετρικό σημείο ως προς το κέντρο της μηχανής πρέπει να περιστραφεί 180° .

θ_e : ηλεκτρική γωνία – κανονικοποιημένη γωνία έτσι ώστε να είναι 180° όταν το μαγνητικό πεδίο έχει αντιστραφεί πλήρως κατά την ακτινική διεύθυνση, δηλαδή ο αγωγός να έχει περάσει στον γειτονικό αντίθετο πόλο

P : αριθμός πόλων της μηχανής

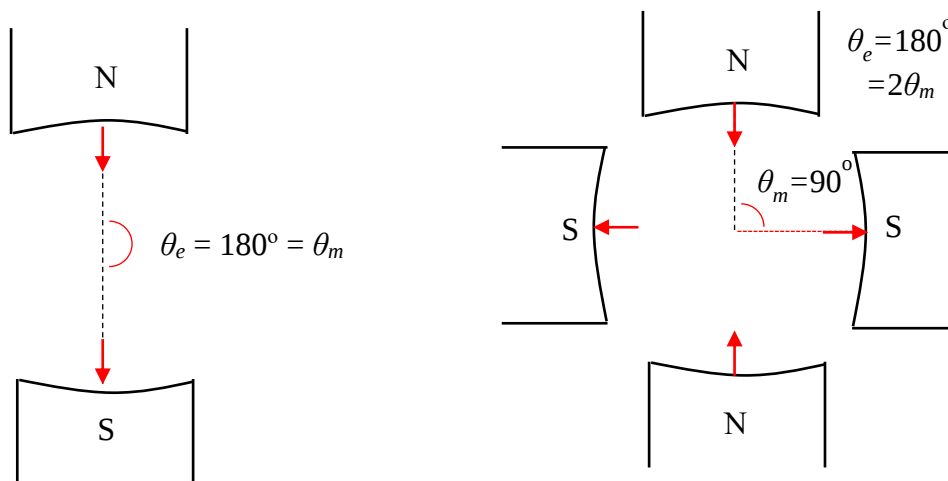
Οι 180° ηλεκτρικές μοίρες ονομάζονται πολικό βήμα.

Το πολικό βήμα εκφρασμένο σε μηχανικές μοίρες είναι: $\theta_p = \frac{360^\circ}{P}$

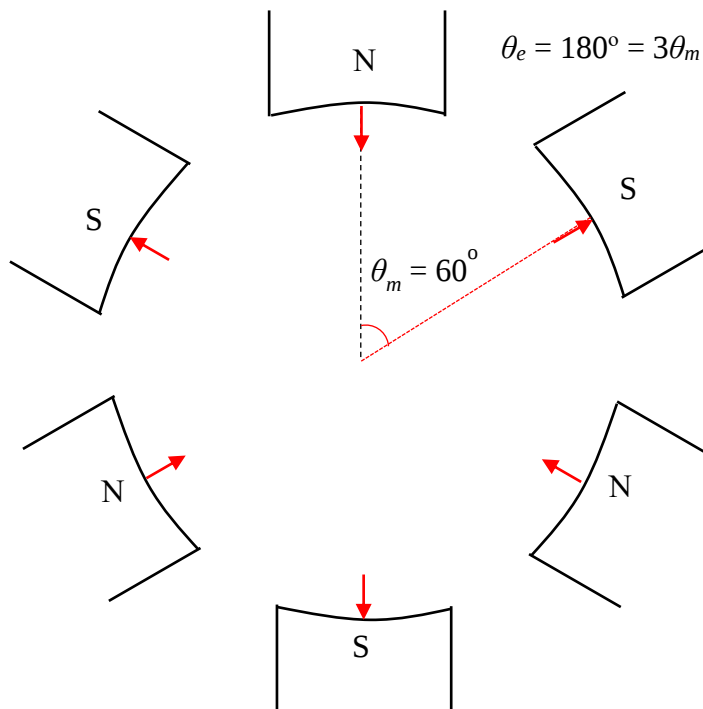
Το τύμπανο με τα S σε αριθμό, συνολικά αυλάκια (slots) που έχει γύρω-γύρω καλύπτει επίσης έναν ολόκληρο κύκλο. Το πολικό βήμα σε αριθμό αυλακιών του τυμπάνου είναι: $y_p = \frac{S}{P}$

Όταν η μηχανή έχει δύο πόλους $P=2$ τότε οι ηλεκτρικές και οι μηχανικές γωνίες ταυτίζονται :

$$\theta_e = \frac{2}{2} \theta_m = \theta_m$$



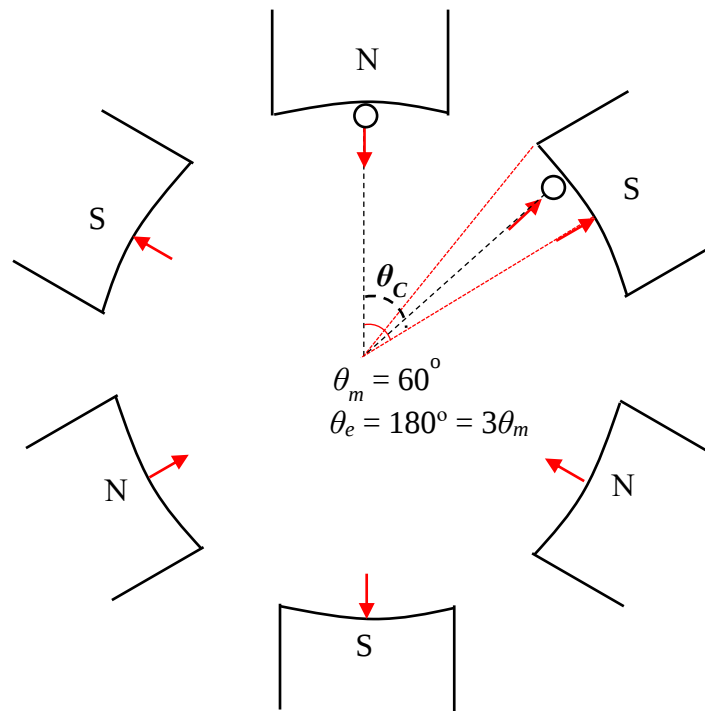
Όταν η μηχανή έχει τέσσερις πόλους, $P=4$, τότε οι ηλεκτρικές γωνίες είναι διπλάσιες από τις μηχανικές: $\theta_e = \frac{4}{2} \theta_m = 2\theta_m$. Ο κάθε αγωγός χρειάζεται να περιστραφεί μηχανικά μόνο 90° για να βρεθεί κάτω από αντίθετο πόλο.



Όταν η μηχανή έχει έξι πόλους, $P=6$, τότε οι ηλεκτρικές γωνίες είναι τριπλάσιες από τις μηχανικές : $\theta_e = \frac{6}{2} \theta_m = 3\theta_m$. Ο κάθε αγωγός χρειάζεται να περιστραφεί μηχανικά μόνο 60° για να βρεθεί κάτω από αντίθετο πόλο.

Μία συστάδα πρέπει να έχει άνοιγμα 180° ηλεκτρικές μοίρες ώστε όταν η μία ενεργή πλευρά της βρίσκεται κάτω από βόρειο πόλο η άλλη να βρίσκεται κάτω από νότιο πόλο. Τότε η συστάδα λέγεται πλήρους βήματος. Μπορεί όμως και να καλύπτει λίγο μικρότερη γωνία με την προϋπόθεση όμως, οι δύο πλευρές της να βρίσκονται πάντα κάτω από αντίθετους πόλους. Τότε ονομάζεται κλασματικού βήματος και το τύλιγμα, τύλιγμα χορδής (οι συνδέσεις των ενεργών της πλευρών δεν είναι ηλεκτρικές «διάμετροι» αλλά χορδές).

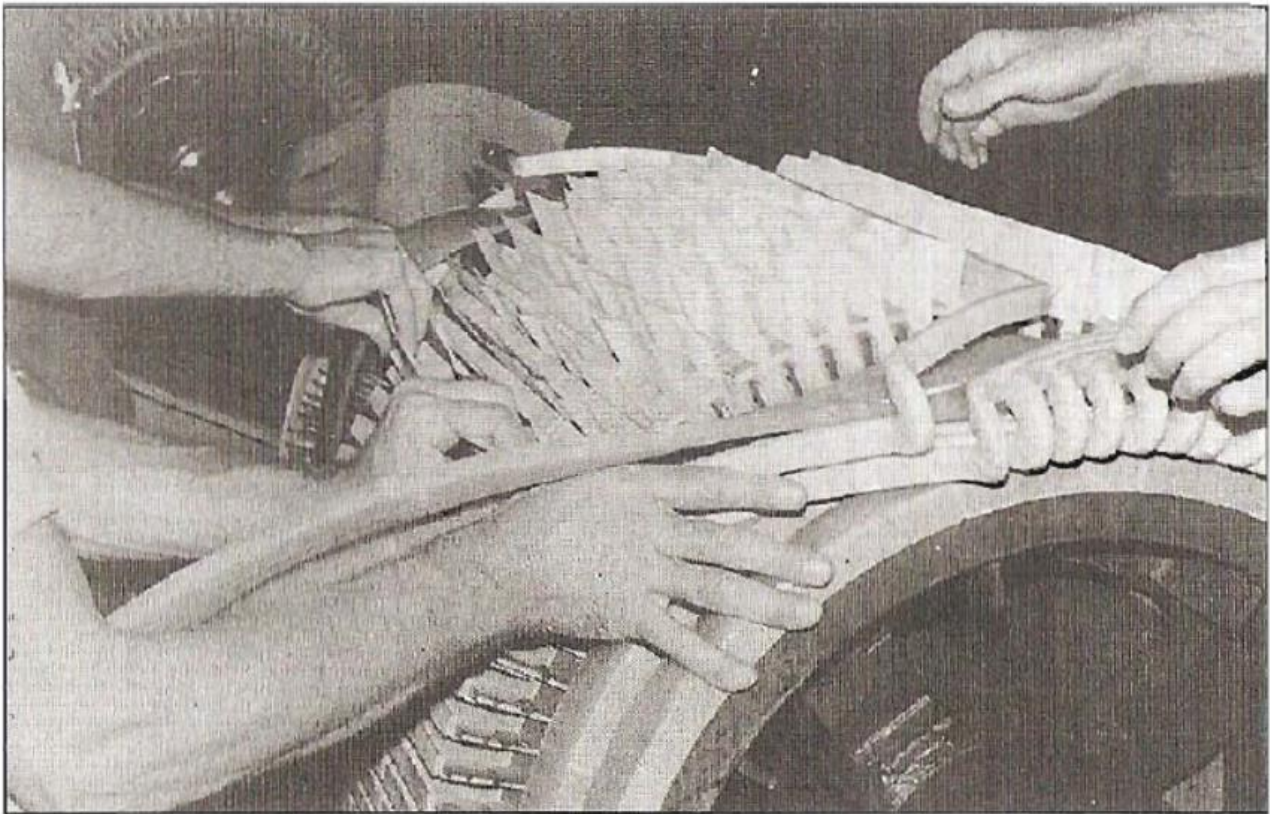
Π.χ. σε μηχανή με έξι πόλους $P=6$, όταν η μηχανική γωνία των δύο πλευρών της συστάδας είναι λίγο μικρότερη από 60° (και άρα η ηλεκτρική λίγο μικρότερη από 180°) έχουμε κλασματικό βήμα.



Συντελεστής κλασματικού βήματος $p = \frac{\theta_{ce}}{180^\circ} \times 100\%$

Αυτό συμβαίνει συνήθως επειδή βοηθάει στη μεταγωγή.

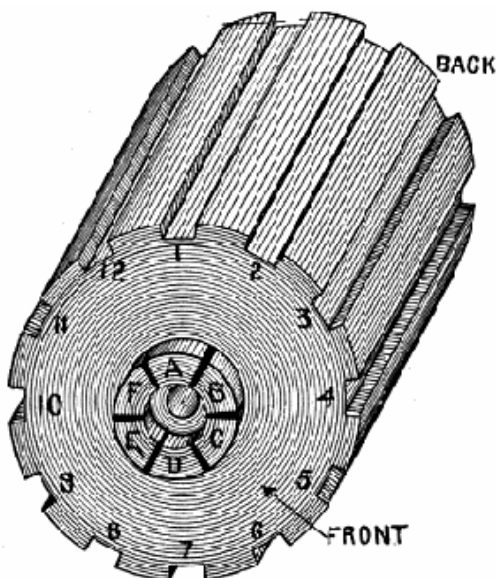
Τυλίγματα (περιέλιξη)



(τα παρακάτω σχέδια είναι από το Hawkins Electrical Guide 1914)

Πίνακας τυλίματος

Αριθμώ τα αυλάκια του τυμπάνου: 1-2-3-...-11-12 και τους τομείς του συλλέκτη: A(1)-B(2)-C(3)-D(4)-E(5)-F(6) κατά τη φορά που θα γίνει η περιέλιξη



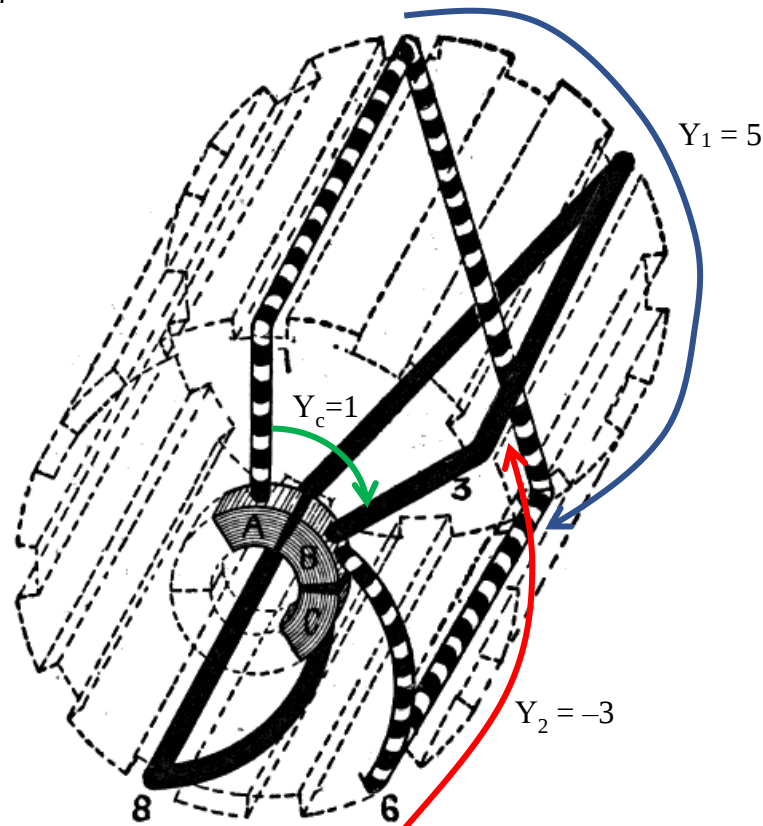
WINDING TABLE.

	A	1	6	B
	B	3	8	C
	C	5	10	D
	D	7	12	E
	E	9	2	F
	F	11	4	A

1^η 2^η 3^η 4^η

Ο πίνακας περιέλιξης προσδιορίζεται από τα βήματα του τυλίματος.

Το τύλιγμα των δύο πρώτων συστάδων



Πρώτο μερικό βήμα (back pitch) $Y_1 = 6 - 1 = 5$: απόσταση σε δοντάκια μεταξύ αρχής και τέλους μιας συστάδας στο πίσω μέρος του τυμπάνου, είναι ίσος με το πολικό βήμα (απόσταση διαδοχικών αντίθετων πόλων).

Βήμα συλλέκτη (commutator pitch) $Y_c = 2 (B) - 1 (A) = 1$ σε τομείς συλλέκτη από την αρχή ως το τέλος μιας συστάδας

Δεύτερο μερικό βήμα (front pitch) $Y_2 = 3 - 6 = -3$: απόσταση σε δοντάκια μεταξύ της αρχής μίας συστάδας με το τέλος της προηγούμενης συστάδας στο μπροστινό μέρος του τυμπάνου.

Διαδικασία περιέλιξης:

0) έναρξη : συνδέω ένα καλώδιο στον τομέα Α (1^η στήλη πίνακα) και το βάζω στο αυλάκι 1 τυχαία (2^η στήλη πίνακα) ,

1) τεντώνω το καλώδιο μέσα από το αυλάκι 1 ως την πίσω πλευρά και το γυρίζω στην μπροστινή πλευρά μέσα από το αυλάκι $1 + Y_1 = 6$ (3^η στήλη πίνακα),

2) το συνδέω στον $A + Y_c$ τομέα: $1 + 1 = 2$ (Β)

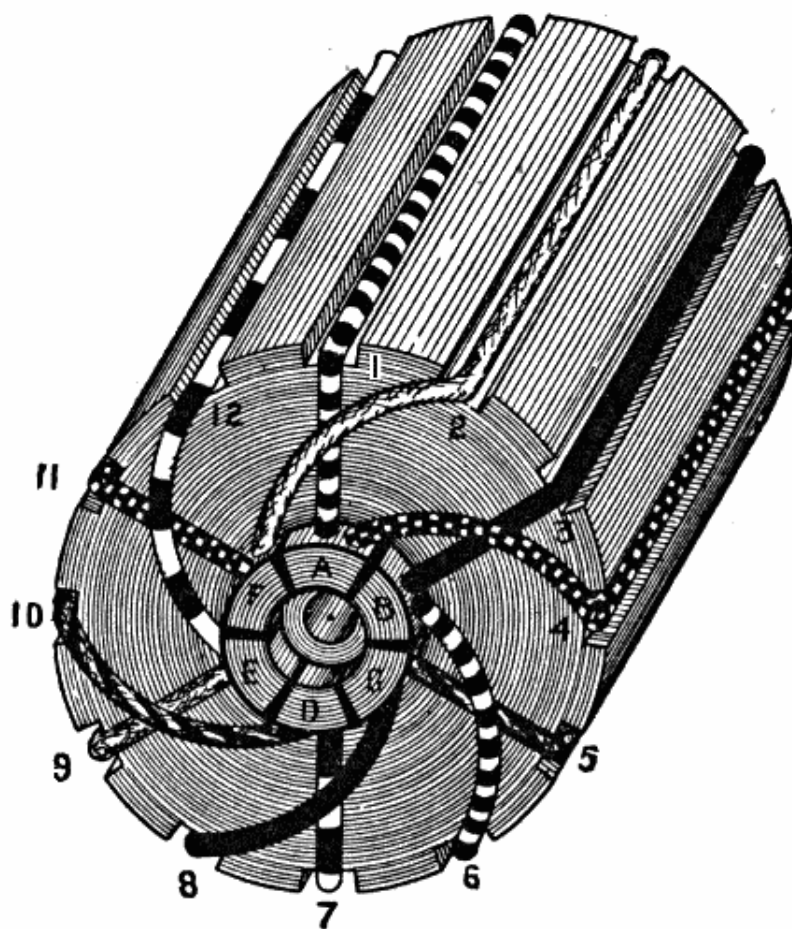
3) συνδέω το επόμενο καλώδιο πάλι στο Β και το περνάω στο αυλάκι που είναι $Y_2 = -3$ δοντάκια παρακάτω από το τέλος του προηγούμενου, δηλαδή από το αυλάκι $6 - 3 = 3$.

4) επαναλαμβάνω τα προηγούμενα στάδια 1-2-3.

Αφού τα συνδέσω όλα πρέπει να καταλήξω με το τελευταίο καλώδιο πάλι στον τομέα Α.

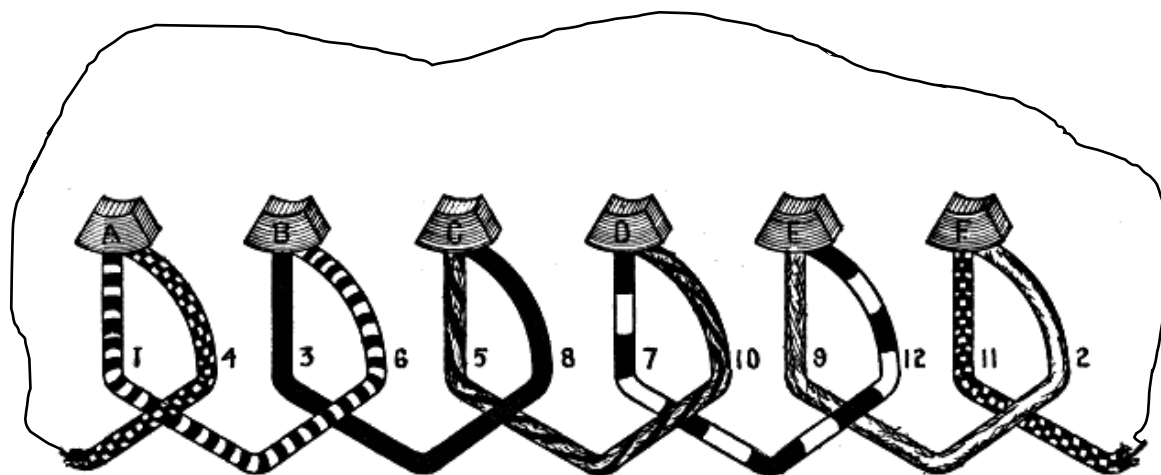
Βήμα τυλίγματος Y : απόσταση σε δοντάκια μεταξύ των αρχών δύο διαδοχικών συστάδων
 $Y = Y_1 + Y_2 = 5 - 3 = 2$,

Το πλήρες τύλιγμα



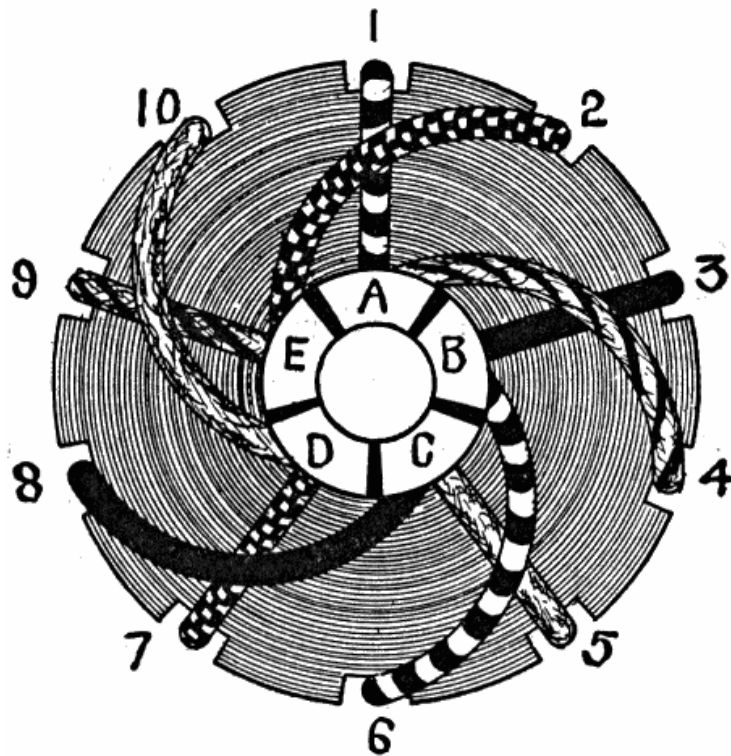
Το παραπάνω είναι απλό προοδευτικό βροχοτύλιγμα μονής στρώσης

Όλες οι συστάδες συνδέονται σε σειρά σε ένα μεγάλο βρόχο μέσω των τομέων του συλλέκτη

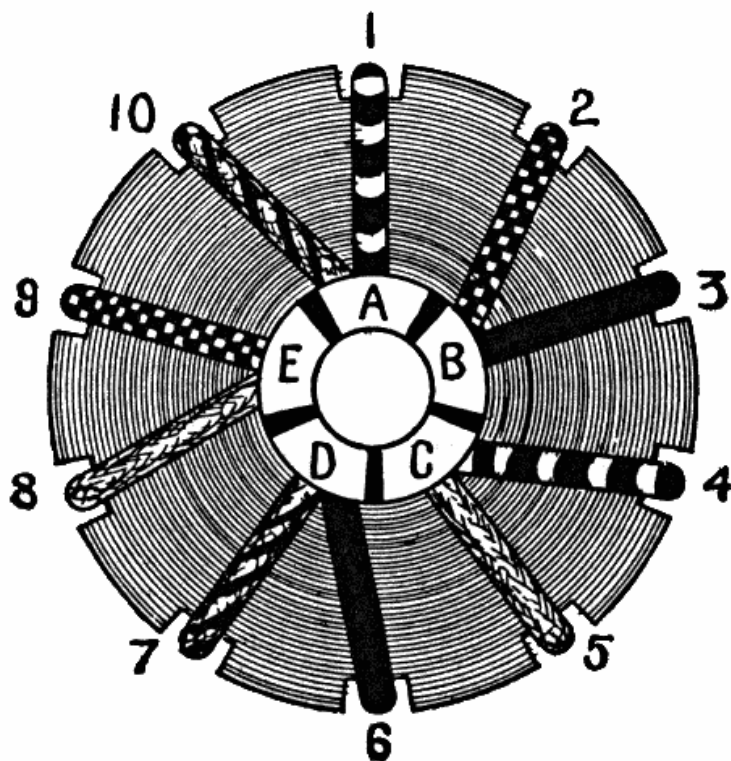


Παραδείγματα

Απλό προοδευτικό βροχοτύλιγμα μονής στρώσης → 5 συστάδες = 5 τομείς σε 10 αυλάκια



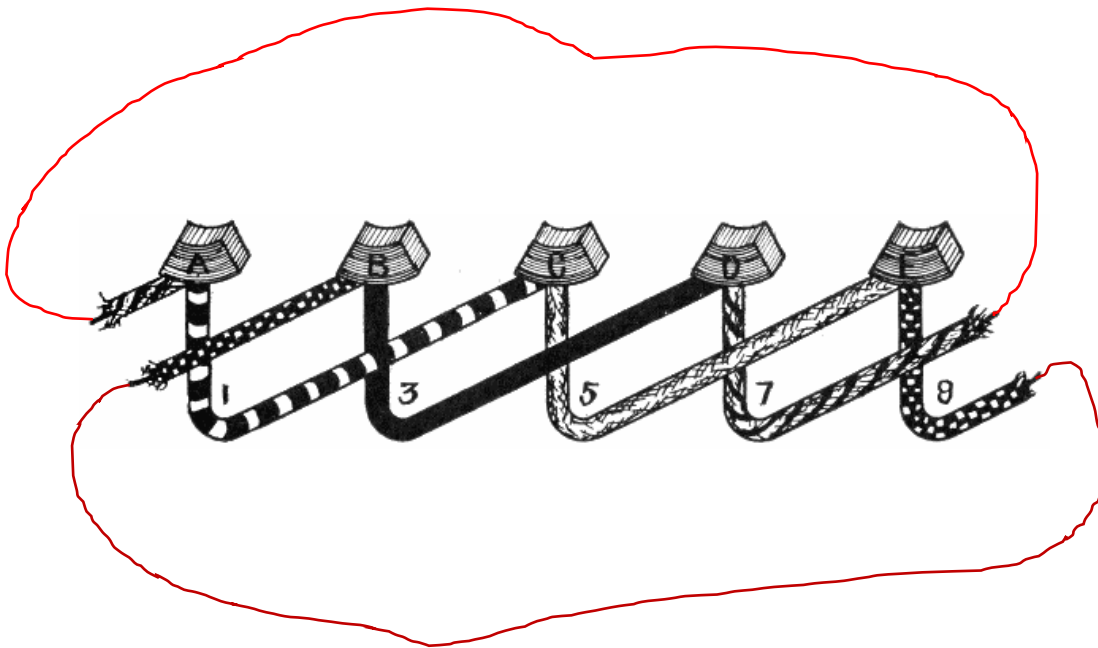
απλό οπισθοδρομικό κυματοτύλιγμα μονής στρώσης → 5 συστάδες = 5 τομείς σε 10 αυλάκια



Από Α σε Ε γειτονικούς υπάρχουν δύο καλώδια 1, 5. Το 5 καταλήγει στον προηγούμενο τομέα τον Ε. Αν κατέληγε στον Β θα ήταν προοδευτικό.

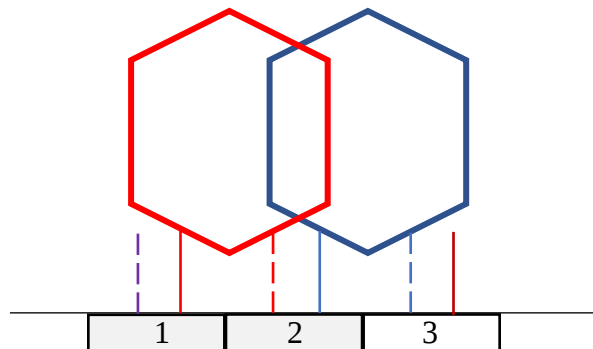
Τι σημαίνουν: οπισθοδρομικό, προοδευτικό, βροχοτύλιγμα, κυματοτύλιγμα?
Πόσους πόλους έχει η μηχανή? το πολικό βήμα είναι πλήρες ή κλασματικό

Βλέπουμε ότι στο κυματοτύλιγμα ο βρόχος είναι διπλωμένος σε οκτάρι



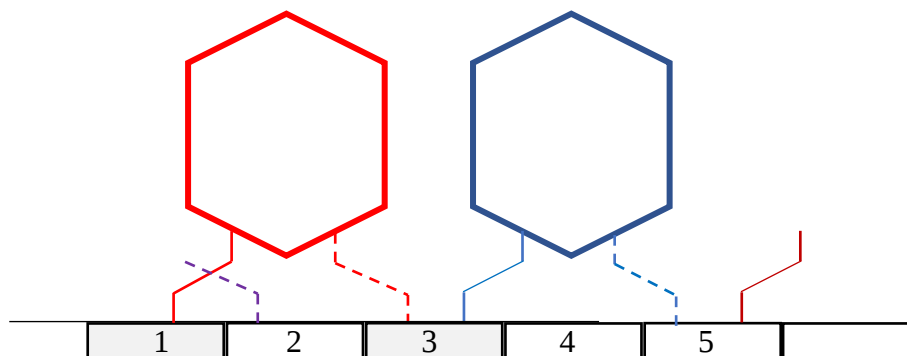
Βροχοτύλιγμα (ή παράλληλο τύλιγμα, lap winding)

Τα άκρα κάθε συστάδας συνδέονται σε γειτονικούς τομείς του συλλέκτη ((η δεύτερη πλευρά της συστάδας βρίσκεται στον επόμενο αντίθετο πόλο)



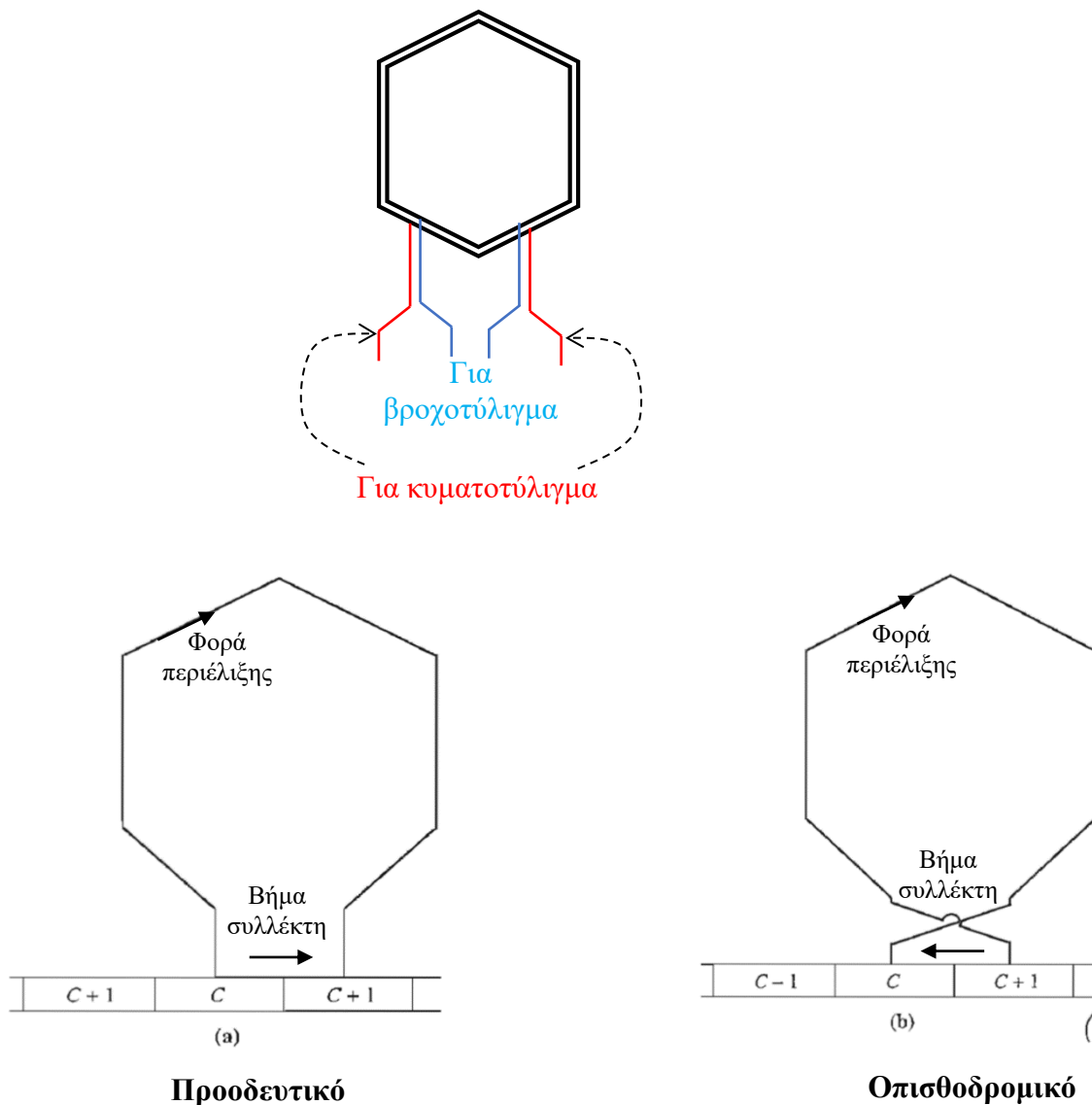
Κυματοτύλιγμα (ή τύλιγμα σειράς, wave winding)

Τα άκρα κάθε συστάδας δεν συνδέονται σε γειτονικούς τομείς του συλλέκτη (η δεύτερη πλευρά της συστάδας βρίσκεται στον μεθεπόμενο αντίθετο πόλο)



[ο συλλέκτης στην παραπάνω εικόνα πρέπει να έχει περιττό αριθμό τομέων π.χ. 9 ώστε μόλις συμπληρώσω κύκλο στο 9 (1-3-5-7-9) να πάω μετά στο 2 και να κάνω το δεύτερο κύκλο (2-4-6-8-1)]

Ισοσταθμισμένο (βατραχοειδές, frog-leg)

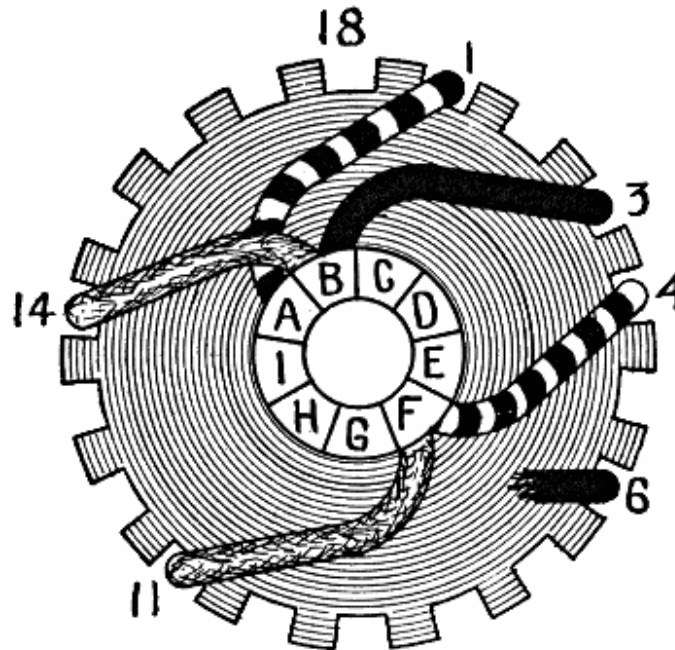


Αν όλοι οι υπόλοιποι παράγοντες είναι ίδιοι τότε αλλάζει η φορά του ρεύματος που λαμβάνουν οι ψήκτρες.

Στο κυματοτύλιγμα, προοδευτικό σημαίνει +1 από τη μέση του συλλέκτη (αμέσως μετά τη μέση) ενώ οπισθοδρομικό σημαίνει -1 από τη μέση (λίγο πριν τη μέση). Η μέση κάθε φορά είναι το διαμετρικό σημείο απέναντι από τον αρχικό τομέα.

Ασκήσεις

Α) Βροχοτύλιγμα ή κυματοτύλιγμα ? προοδευτικό ή οπισθοδρομικό ?



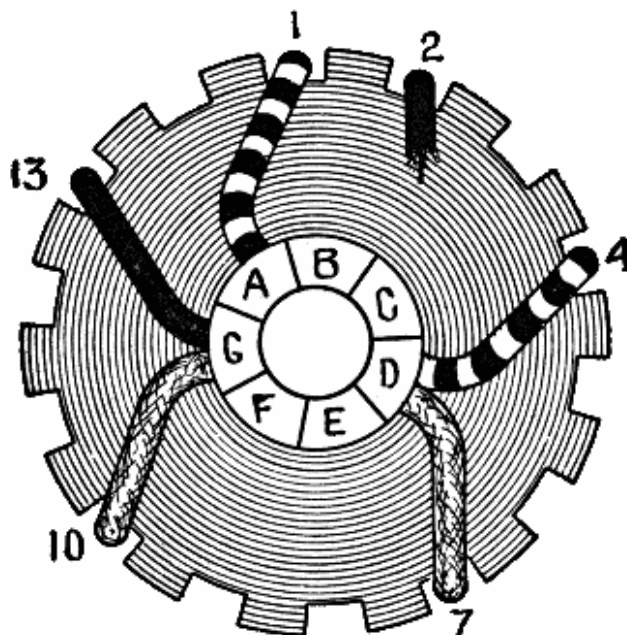
Συστάδα 1-4: τα άκρα της δεν είναι σε επόμενους τομείς συλλέκτη (το τέλος της είναι σε τομέα παρακάτω από τον Β), άρα **κυματοτύλιγμα**
 Με αρχή το Α η μέση του συλλέκτη είναι η μόνωση μεταξύ Ε και F
 Το τέλος της είναι μετά τη μέση, στον τομέα F, άρα **προοδευτικό**
 Αν το τέλος της ήταν στο Ε θα ήταν οπισθοδρομικό

Που θα καταλήξει η συστάδα 3-6 ?

Συμπληρώστε την περιέλιξη

καλώδιο	τομέας αρχής	αυλάκι 1 ^{ης} πλευράς	αυλάκι 2 ^{ης} πλευράς	τομέας τέλους
	A	1	4	F
	F	11	14	B
	B	3	6	

Β) Βροχοτύλιγμα ή κυματοτύλιγμα ? προοδευτικό ή οπισθοδρομικό ?



Συστάδα 1-4:

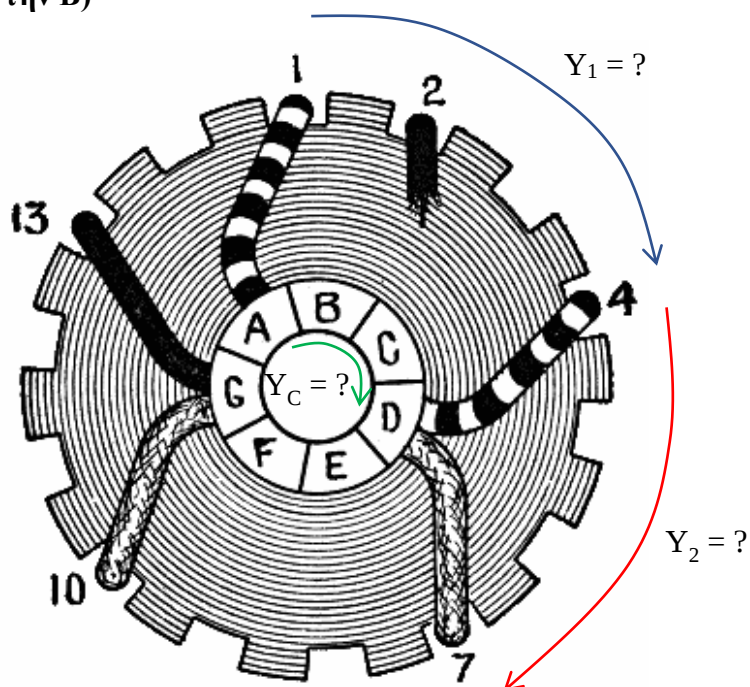
τα άκρα της δεν είναι σε επόμενους τομείς συλλέκτη (το τέλος της είναι σε τομέα παρακάτω από τον Β), άρα **κυματοτύλιγμα**
 Με αρχή το Α η μέση του συλλέκτη είναι μεταξύ D και E
 Το τέλος της είναι στον τομέα D, πριν τη μέση, άρα **οπισθοδρομικό**
 Αν το τέλος της ήταν στο Ε θα ήταν προοδευτικό

Που θα καταλήξει η συστάδα 13-2 (στο C, + 3 από το G)

Συμπληρώστε την περιέλιξη

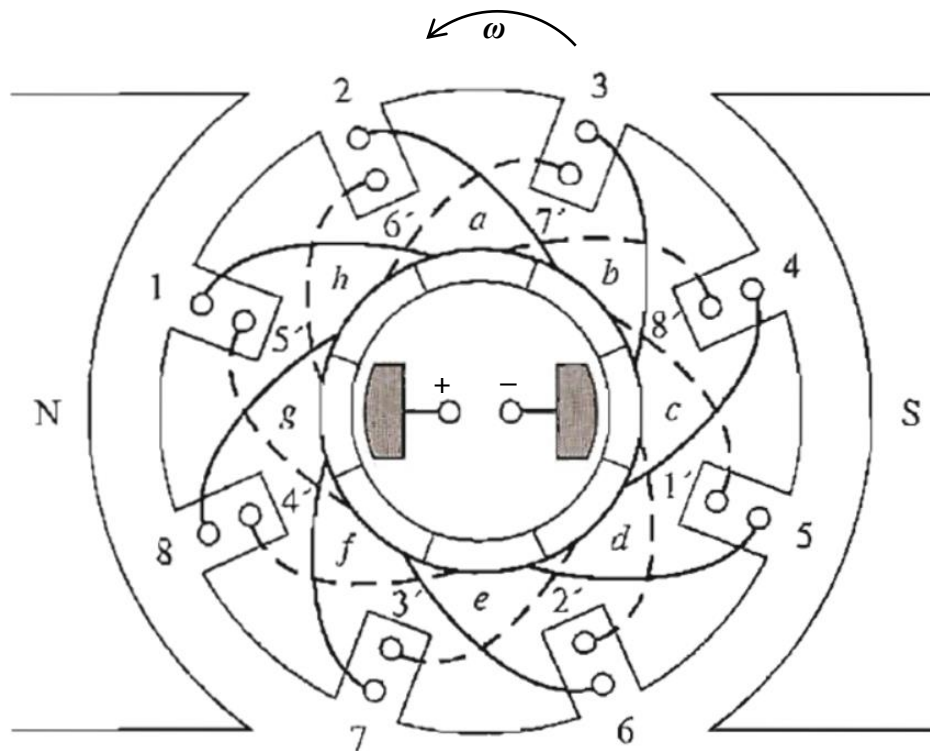
καλώδιο	τομέας αρχής	αυλάκι 1 ^{ης} πλευράς	αυλάκι 2 ^{ης} πλευράς	τομέας τέλους
	A	1	4	D
	D	7	10	G
	B	13	2	

Για να το κάνετε, πρέπει πρώτα να βρείτε τα βήματα της κάθε περιέλιξης όπως έχουν οριστεί προηγουμένως . Π.χ. για την Β)

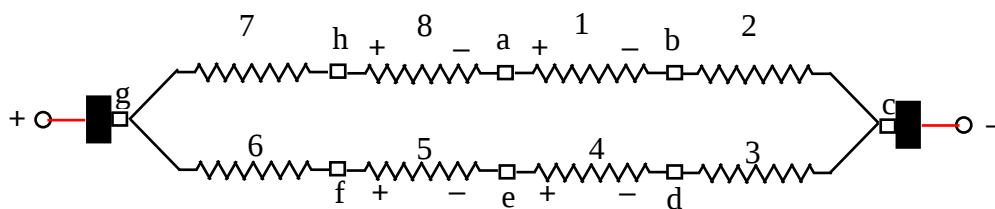


Παράλληλοι κλάδοι (διαδρομές του ρεύματος)

Παράδειγμα: βροχοτύλιγμα 2-pole, 8-coils, 8-slots (Fig. 8-14)

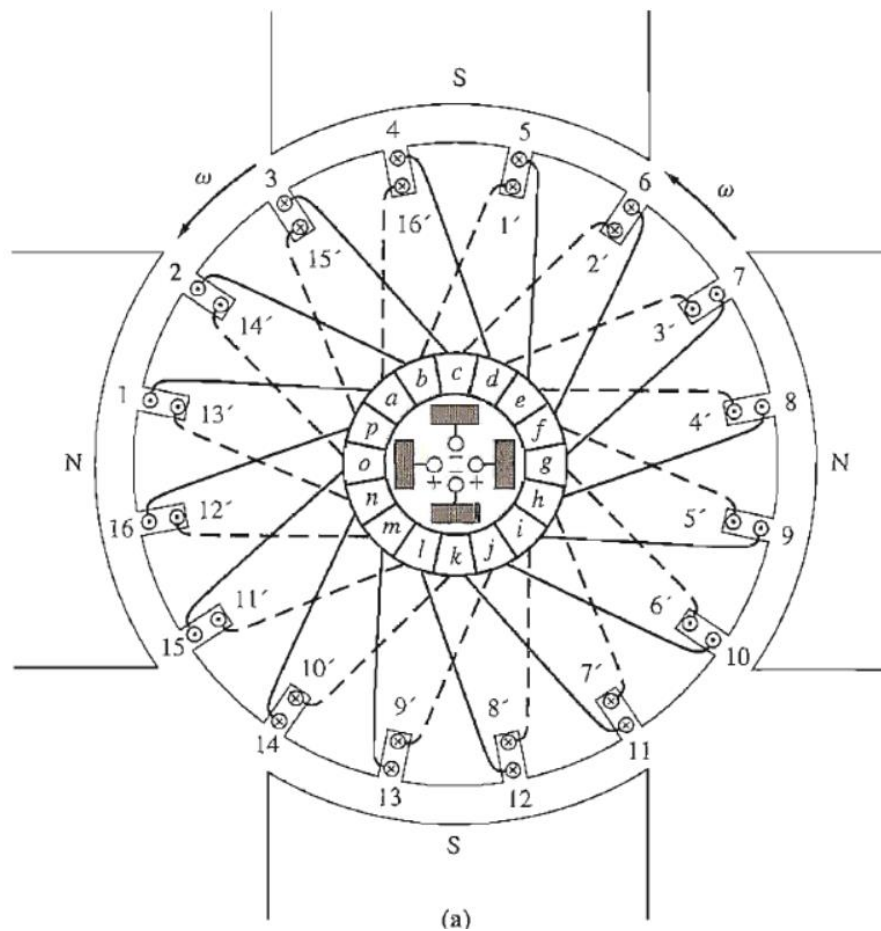


Αναπαράσταση βρόχου

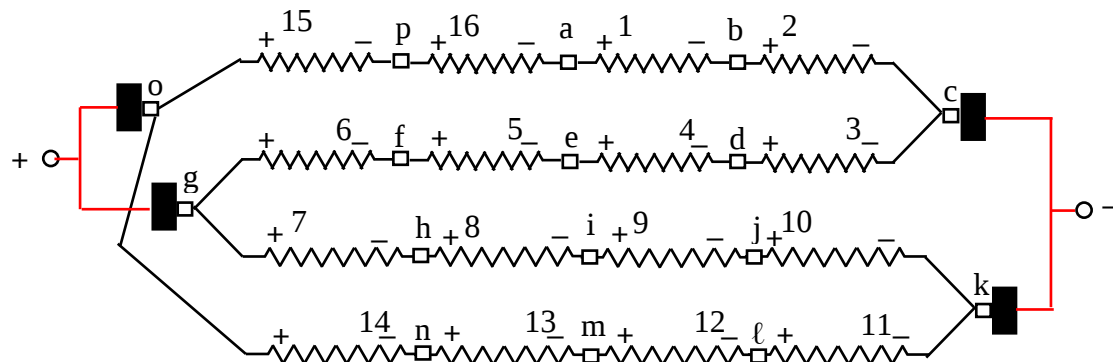


Οι ψήκτρες βραχυκυκλώνουν τις συστάδες που είναι στην ουδέτερη ζώνη.

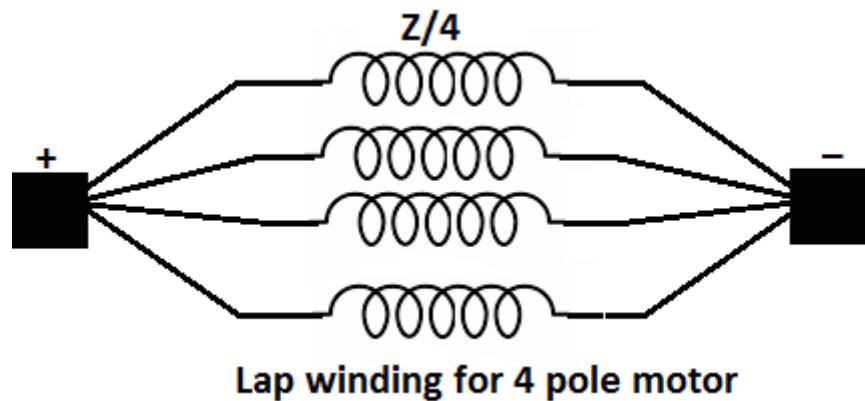
Παράδειγμα Βροχοτύλιγμα 4-pole, 16-coils, 16-slots (Fig. 8-15)



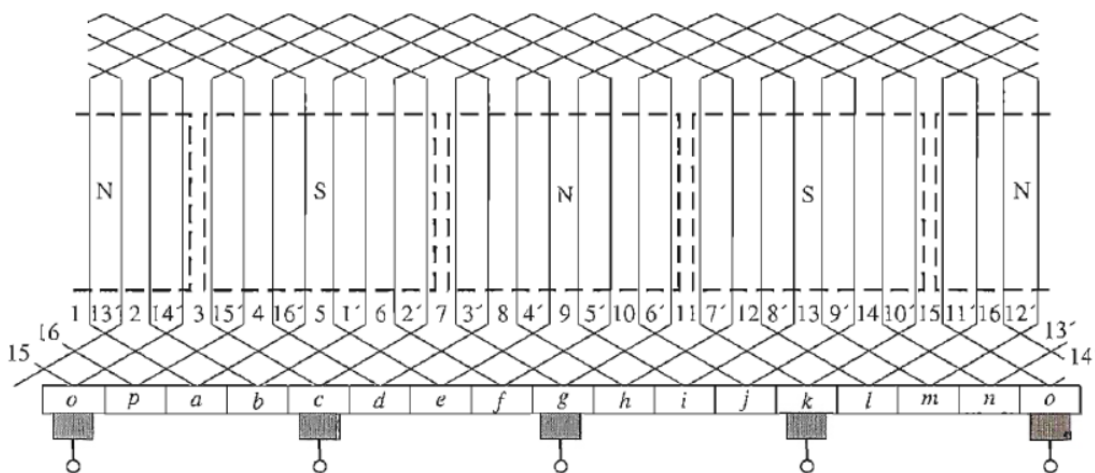
Αναπαράσταση βρόχου



Έχει 4 παράλληλους κλάδους, όσους και οι πόλοι της μηχανής



Αναπτυγμένο διάγραμμα βροχοτυλίγματος



Ξεκινώντας από ένα τομέα και ακολουθώντας την περιέλιξη καταλήγω πρώτα στον επόμενο τομέα (προοδευτικό) και όταν ολοκληρώσω ένα κύκλο καταλήγω στον ίδιο τομέα που άρχισα έχοντας περάσει από όλους τους αγωγούς και τους τομείς (απλό).

$a - 1 - 1' - b - 2 - 2' - c - 3 - 3' - d - 4 - 4' - e - 5 - 5' - \dots - o - 15 - 15' - p - 16 - 16' - a$

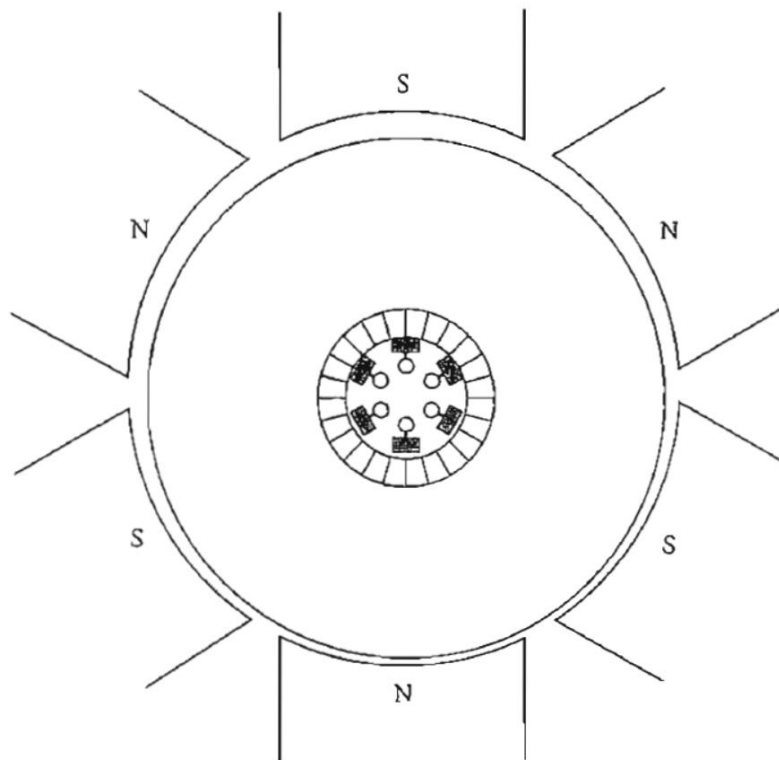
Άρα : Περιέλιξη = απλό προοδευτικό βροχοτύλιγμα

Ισοστάθμιση βροχοτυλίγματος

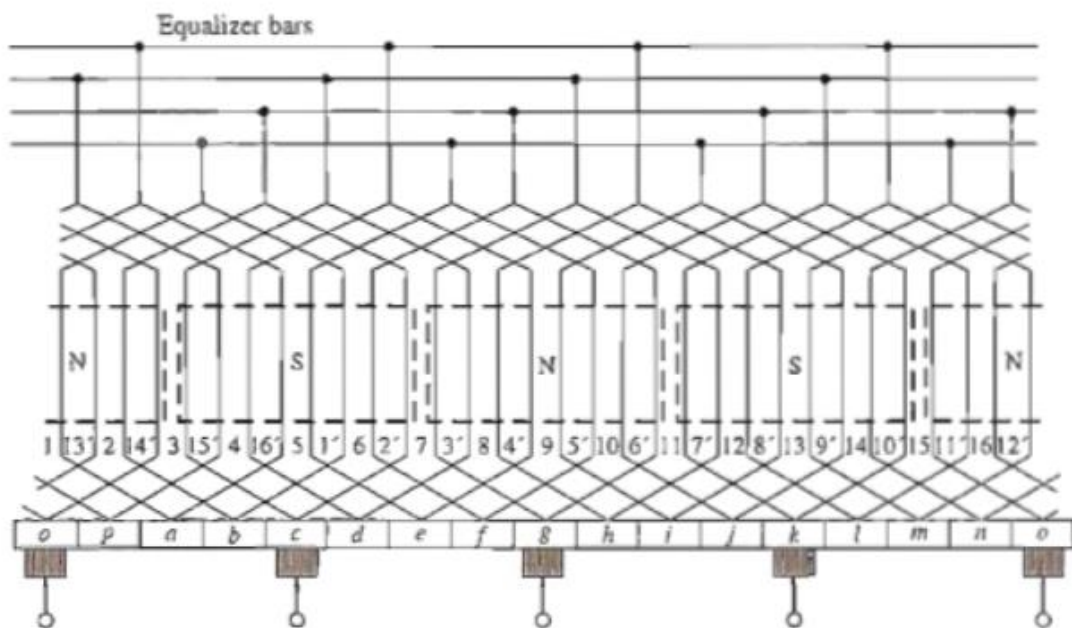
Για μηχανή με βροχοτύλιγμα και παραπάνω από δύο πόλους εμφανίζεται ένα προβληματάκι.

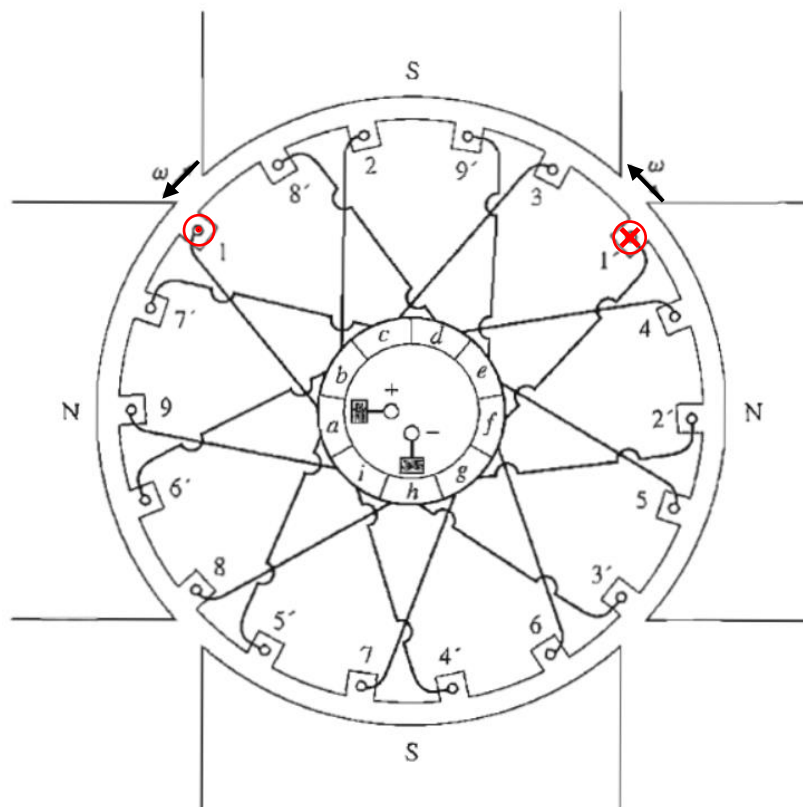
Οι τέσσερις παράλληλοι κλάδοι δεν έχουν ακριβώς την ίδια τάση (λόγω βαρύτητας και φθορών, δεξ σχήμα όπου το κάτω μέρος του τυμπάνου είναι πιο κοντά στους πόλους). Οι δύο πλευρές κάθε βρόχου δεν δίνουν ακριβώς την ίδια τάση επειδή κινούνται σε διαφορετικές αποστάσεις κάτω από τον αντίστοιχο πόλο.

Οι διαφορές αυτές ισοσταθμίζονται σε μεγάλο βαθμό είτε με μεταλλικές ράβδους που συνδέουν τα σημεία που πρέπει να έχουν ίδια τάση (τοποθετούνται σε ένα δακτύλιο μπροστά από το συλλέκτη) είτε με πρόσθετο κυματοτύλιγμα που συνδέει αυτά τα σημεία. Ωστε τα πρόσθετα μικρά ρεύματα που δημιουργούνται να κυκλοφορούν μέσα στη μηχανή και να μην βγουν στις ψήκτρες.

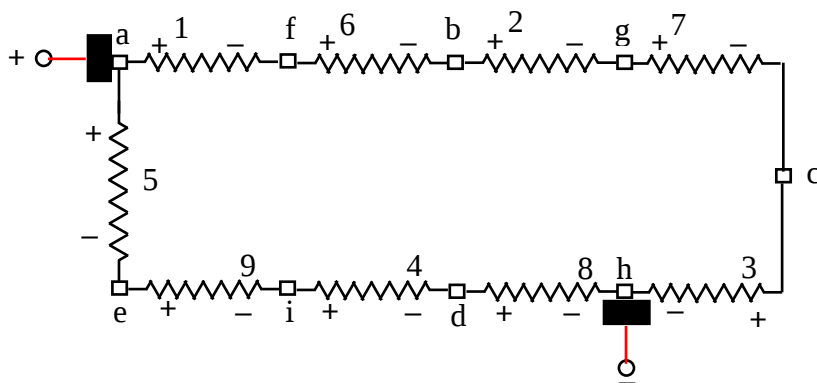


Όταν η ισοστάθμιση γίνεται με πρόσθετο τύλιγμα η περιέλιξη της μηχανής ονομάζεται ισοσταθμιστική και οι συστάδες αγωγών περιέχουν δύο ανεξάρτητες ομάδες συρμάτων, αυτά που θα περιελιχθούν με βροχοτύλιγμα και αυτά που θα περιελιχθούν με κυματοτύλιγμα



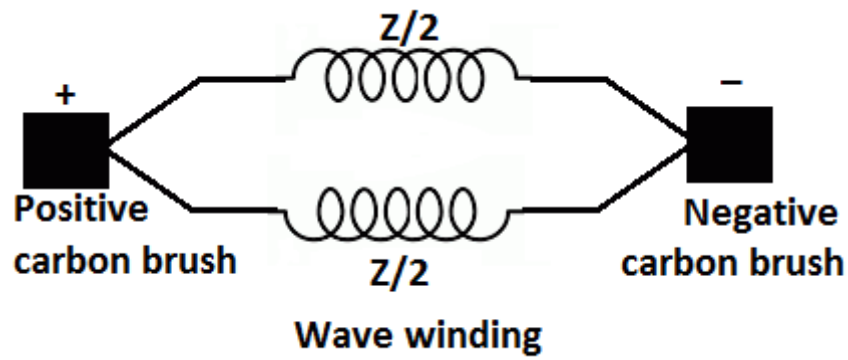
Κυματοτόλιγμα (ή τύλιγμα σειράς)

a – 1 – 1' – f – 6 – 6' – b – 2 – 2' – g – 7 – 7' – c – 3 – 3' – h – 8 – 8' – d – 4 – 4' – i – 9 – 9' – e – 5 – 5' – a

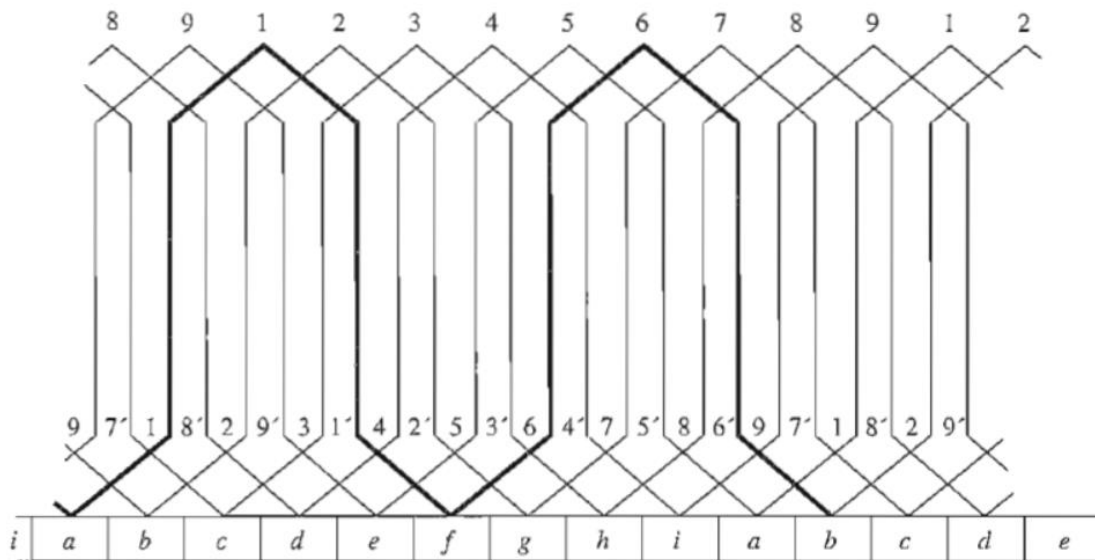


Ανάμεσα σε δύο τομείς συλλέκτη (π.χ. a-b) υπάρχουν δύο συστάδες (1, 6) που οι τέσσερις πλευρές τους είναι κάτω από όλους τους πόλους της μηχανής. Δεν υπάρχει πρόβλημα ισοστάθμισης.

Οι διαδρομές ρεύματος είναι δύο, παρόλο που οι πόλοι είναι τέσσερις. Γενικά πάντα είναι δύο στο κυματοτόλιγμα.



Αναπτυγμένο σχεδιάγραμμα κυματούλιγματος



1 – 6 – 2 – 7 – 3 – 8 – 4 – 9 απλό προοδευτικό (a-f) κυματούλιγμα

Σταθερά περιέλιξης της μηχανής K

Επαγωγική τάση :

$$E_A = K \Phi \omega$$

Επαγόμενη ροπή :

$$\tau_{ind} = K \Phi i$$

Για να υπολογίσουμε τη σταθερά K , τελικά αυτό που μας ενδιαφέρει είναι να ξέρουμε το **συνολικό αριθμό των ενεργών αγωγών** και τον **αριθμό των παράλληλων κλάδων** στους οποίους είναι μοιρασμένοι για κάθε κατηγορία τυλιγμάτων

Σύνοψη κατηγοριών τυλιγμάτων

1) ανάλογα με το αν το τελικό άκρο της συστάδας συνδέεται με το συλλέκτη σε τομέα πιο μπροστά από τον τομέα του αρχικού άκρου (**προοδευτικό**) ή πιο πίσω (**οπισθοδρομικό**). Αν όλα τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά είναι ίδια αυτό επηρεάζει τη φορά του ρεύματος.

2) ανάλογα με την **πολλαπλότητά** τους (m) : Δηλαδή αν έχουν το ίδιο πλήρες και ανεξάρτητο τύλιγμα επί δύο ή και επί τρεις ή παραπάνω φορές. Επηρεάζει το πλάτος της ψήκτρας η οποία πρέπει να απλώνεται ώστε να καλύπτει ταυτόχρονα όλα τα ανεξάρτητα κυκλώματα τα οποία συνδέει παράλληλα.

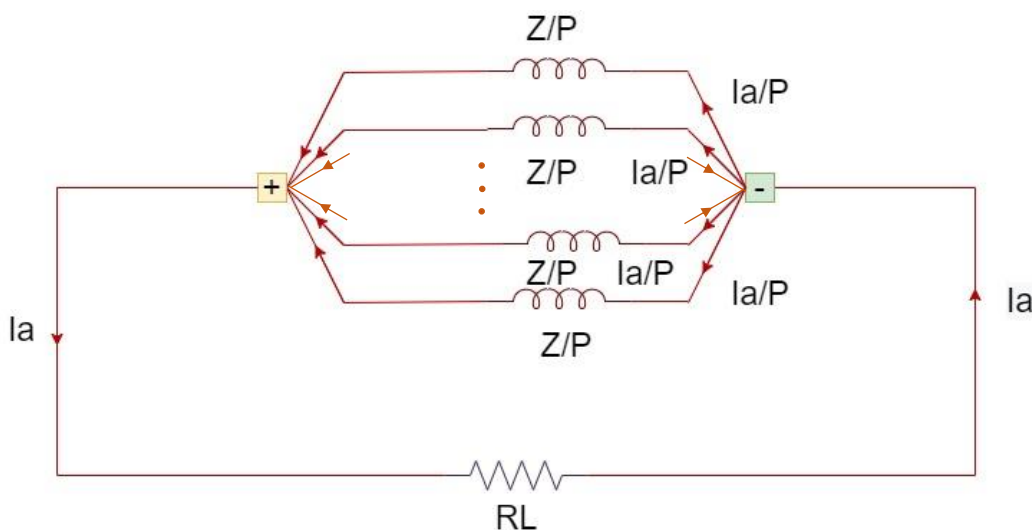
3) ανάλογα με το ποια είναι η **διαδοχή των συνδέσεων των άκρων** των διαφόρων συστάδων τους στο συλλέκτη. **Βροχοτύλιγμα**: το τελικό άκρο μιας συστάδας συνδέεται στον **επόμενο** τομέα του συλλέκτη από το αρχικό άκρο, εκεί συνδέεται και το αρχικό άκρο της επόμενης συστάδας. **Κυματοτύλιγμα** το τελικό άκρο μιας συστάδας συνδέεται σε κάποιο τομέα **πέραν του επόμενου**, εκεί συνδέεται και το αρχικό της επόμενης συστάδας. **Ισοσταθμισμένο**: συνδυασμός των προηγούμενων, μια συστάδα έχει δύο τυλίγματα και άρα 4 άκρες. Τα πρώτα συνδέονται ως βροχοτύλιγμα και τα δεύτερα ως κυματοτύλιγμα με κατάλληλο τρόπο.

Σε κάθε είδος τυλίγματος υπάρχουν συστάδες (πλαίσια) που συνδέονται σε σειρά και αυτά που είναι σε μία σειρά συνδέονται παράλληλα με αυτά που είναι σε άλλη σειρά σε παράλληλους κλάδους.

Αριθμός παράλληλων κλάδων

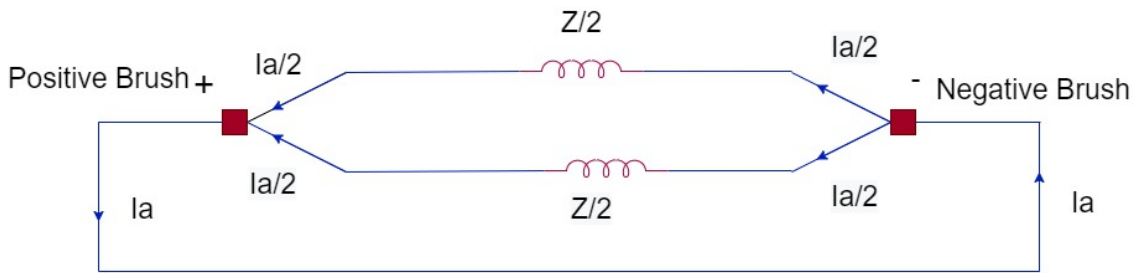
Παράλληλοι κλάδοι σε βροχοτύλιγμα : $a = P \cdot m$ εξαρτάται από τον αριθμό πόλων P

Βήμα συλλέκτη: $y_c = \pm m$



Παράλληλοι κλάδοι σε κυματοτύλιγμα : $a = 2 \cdot m$ ανεξάρτητο αριθμού πόλων

Βήμα συλλέκτη: $y_c = \frac{2(C \pm 1)}{P}$ για το απλό κυματοτύλιγμα (C αριθμός συστάδων)



Βλέπουμε ότι ο αριθμός των παράλληλων κλάδων διαφέρει μόνο όταν οι πόλοι της μηχανής είναι παραπάνω από δύο. Όταν οι πόλοι της μηχανής είναι $P = 2$ και στο βροχοτύλιγμα και στο κυματοτύλιγμα ο αριθμός των παράλληλων κλάδων θα είναι ο ίδιος.

Παράλληλοι κλάδοι σε ισοσταθμισμένο : $a = 2 \cdot P \cdot m_{lap}$

όπου m_{lap} η πολλαπλότητα του βροχοτυλίγματος

Παράδειγμα (Άσκηση Chapman 8-5)

Πόσους παράλληλους κλάδους έχει ο οπλισμός μιας μηχανής DC 12 πόλων αν η περιέλιξή της είναι

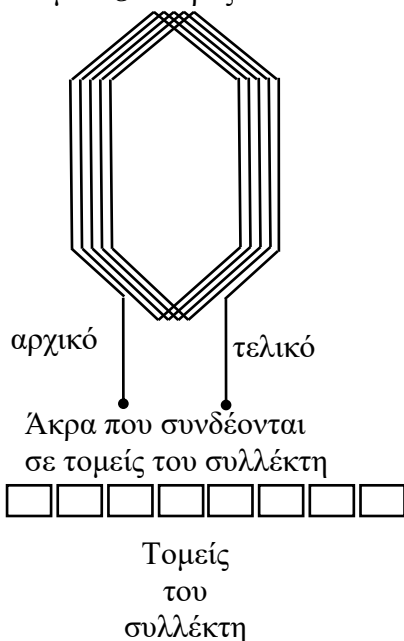
- A) απλό βροχοτύλιγμα
- B) διπλό κυματοτύλιγμα
- Γ) τριπλό βροχοτύλιγμα
- Δ) τετραπλό κυματοτύλιγμα

Απάντηση

- A) $a = P \cdot m = 12 \cdot 1 = 12$
- B) $a = 2 \cdot m = 2 \cdot 2 = 4$
- Γ) $a = P \cdot m = 12 \cdot 3 = 36$
- Δ) $a = 2 \cdot m = 2 \cdot 4 = 8$

Κριτήρια χρήσης τυλιγμάτων

Πλαίσιο με N_C σπείρες = συστάδα αγωγών



Θα την συμβολίζουμε
(πηνίο με ωμική αντίσταση)

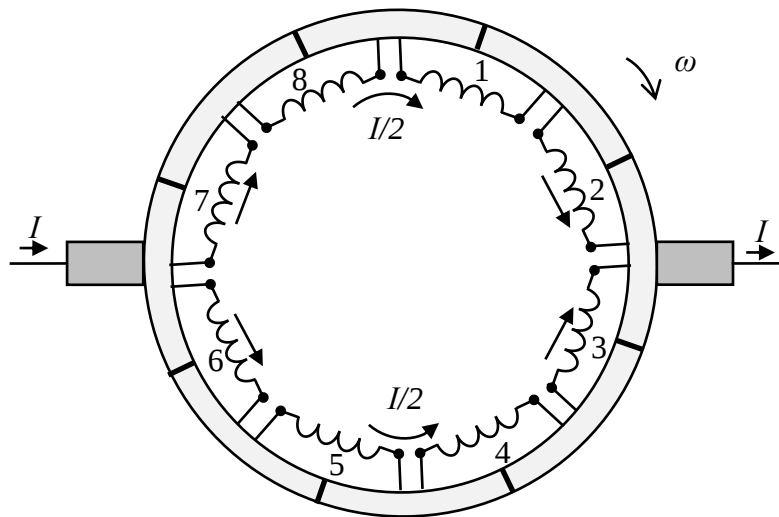


Κάθε συστάδα περιέχει $2N_C$ αγωγούς που καθένας δημιουργεί επαγωγική τάση $e = Bv\ell$

Το τύμπανο περιέχει αριθμό συστάδων C
ανάλογα με τα αυλάκια που έχει

Μέσω του συλλέκτη που είναι κυκλικός
συνδέονται όλες σε σειρά σε ένα κύκλο
(σε κάθε τομέα του συλλέκτη συνδέεται το ένα άκρο
δύο συστάδων: τελικό μιας με αρχικό επόμενης)

Την τάση την παίρνουμε στις ψήκτρες που
χωρίζουν την κυκλική σειρά των
συστάδων σε παράλληλους κλάδους



Βροχοτύλιγματα: προσφέρονται για χαμηλές τάσεις και υψηλά ρεύματα (λόγω των πολλών παράλληλων κλάδων όπου μπορεί να μοιραστεί το ρεύμα))

Κυματοτύλιγματα : προσφέρονται για υψηλές τάσεις και χαμηλά ρεύματα (λόγω πολλών συστάδων σε σειρά που οι τάσεις τους προστίθενται)

Παράδειγμα (Άσκηση Chapman 8-4)

Μια μηχανή DC έχει 8 πόλους και ονομαστικό ρεύμα οπλισμού 100 A (το μέγιστο ρεύμα που επιτρέπεται να δέχεται ο οπλισμός για παρατεταμένη λειτουργία χωρίς φθορά της μόνωσης). Ποιο είναι το ρεύμα που διατρέχει τον κάθε αγωγό (σύρμα) του οπλισμού όταν διατρέχεται από το ονομαστικό ρεύμα και η περιέλιξή του οπλισμού είναι

- A) απλό βροχοτύλιγμα
- B) διπλό βροχοτύλιγμα
- Γ) διπλό κυματοτύλιγμα

Απάντηση

Το ρεύμα που διαρρέει κάθε αγωγό είναι όσο το ρεύμα που διαρρέει τον παράλληλο κλάδο στον οποίο ανήκει. Το συνολικό ρεύμα του οπλισμού μοιράζεται στους παράλληλους κλάδους.

- A) αριθμός παράλληλων κλάδων: $a = P \cdot m = 8 \cdot 1 = 8$
ρεύμα αγωγών : $I_c = \frac{I_A}{a} = \frac{100}{8} = 12,5 \text{ A}$
- B) αριθμός παράλληλων κλάδων: $a = P \cdot m = 8 \cdot 2 = 16$
ρεύμα αγωγών : $I_c = \frac{I_A}{a} = \frac{100}{16} = 6,25 \text{ A}$
- Γ) αριθμός παράλληλων κλάδων: $a = 2 \cdot m = 2 \cdot 2 = 4$
ρεύμα αγωγών : $I_c = \frac{I_A}{a} = \frac{100}{4} = 25 \text{ A}$

Υπολογισμός της K : Γεννήτρια

Η μηχανή έχει C συστάδες και κάθε μία αποτελείται από $2N_C$ αγωγούς, άρα ο συνολικός αριθμός αγωγών είναι :

$$Z = 2CN_C$$

Όταν υπάρχουν a παράλληλοι κλάδοι τότε Z/a από τους αγωγούς θα είναι σε σειρά και άρα οι τάσεις τους θα προστίθενται.

Η επαγωγική τάση e που αναπτύσσεται σε κάθε αγωγό δίνεται από (Faraday):

$$e = Bv\ell = B\omega r\ell$$

Η συνολική επαγωγική τάση είναι :

$$E_A = \frac{Z}{a} e = \frac{Z}{a} B\omega r\ell$$

Η παράπλευρη κυλινδρική επιφάνεια του κυλινδρικού δρομέα είναι :

$$A = 2\pi r \cdot \ell$$

Αν η μηχανή έχει P πόλους τότε το τμήμα της παράπλευρης επιφάνειας που αντιστοιχεί σε κάθε πόλο είναι :

$$A_p = \frac{A}{P} = \frac{2\pi r\ell}{P}$$

Η μαγνητική ροή στην επιφάνεια κάθε πόλου είναι :

$$\Phi = BA_p = B \frac{2\pi r\ell}{P}$$

Οπότε η συνολική επαγωγική τάση γράφεται ως :

$$E_A = \frac{ZB\omega r\ell}{a} = Z \frac{2\pi}{2\pi} \frac{P}{P} \frac{r\ell}{a} B\omega = \frac{ZP}{2\pi a} \cdot \left(\frac{2\pi r\ell}{P}\right) B \cdot \omega = \frac{ZP}{2\pi a} \cdot A_p B \cdot \omega = \frac{ZP}{2\pi a} \Phi\omega$$

Άρα:

$$K = \frac{ZP}{2\pi a}$$

Η κατασκευαστική σταθερά περιέλιξης είναι αδιάστατος αριθμός. Δεν έχει μονάδες αφού όπως έχουμε δει $Wb = V \cdot s$:

$$K = \frac{[E_A]}{[\Phi][\omega]} = \frac{V}{Wb \times rad/s} = \frac{V \times s}{Wb \times rad} = \frac{1}{rad} = 1$$

Η γωνιακή ταχύτητα ω (rad/s) συνδέεται με τη συνήθη έκφραση της ταχύτητας σε στροφές ανά λεπτό n (r/min ή rpm) με τη σχέση:

$$\omega = \frac{2\pi}{60} n$$

Έτσι η εξίσωση της τάσης με την ταχύτητα εκφρασμένη σε rpm είναι :

$$E_A = K' \Phi n$$

όπου :

$$K' = \frac{2\pi}{60} K = \frac{ZP}{60a}$$

Παράδειγμα (Άσκηση Chapman 8-3)

Δείξτε ότι η εξίσωση της επαγωγικής τάσης που δείξαμε αρχικά για ένα μονό απλό περιστρεφόμενο βρόχο μέσα σε μαγνητικό πεδίο με δύο ημικυκλικά διαμορφωμένους πόλους

$$e_{ind} = \frac{2}{\pi} \Phi\omega$$

είναι απλώς μια ειδική περίπτωση του γενικότερου τύπου μιας μηχανής DC

$$E_A = K\Phi\omega \quad \text{όπου } K = \frac{ZP}{2\pi a}$$

Απάντηση

Πρέπει απλώς να δείξουμε ότι $K = \frac{2}{\pi}$

Αριθμός πόλων:	$P = 2$	
Συνολικός αριθμός αγωγών:	$Z = 2$	υπάρχουν μόνο δύο αγωγοί, οι δύο πλευρές του βρόχου
Αριθμός παράλληλων κλάδων:	$a = 1$	από μια διαδρομή μόνο περνάει το ρεύμα

$$\text{Πράγματι } K = \frac{ZP}{2\pi a} = \frac{2 \cdot 2}{2\pi \cdot 1} = \frac{2}{\pi}$$

Υπολογισμός της K : Κινητήρας

Όλοι οι αγωγοί (conductors) που διαρρέονται από ρεύμα I_c δέχονται ροπή :

$$\tau_c = rBI_c \ell$$

Αν ο οπλισμός (armature) του κινητήρα έχει a παράλληλους κλάδους και τροφοδοτείται με ρεύμα I_A τότε το ρεύμα που διαρρέει οποιονδήποτε απλό αγωγό θα είναι

$$I_c = \frac{I_A}{a}$$

Έτσι η ροπή σε κάθε αγωγό εκφράζεται ως :

$$\tau_c = \frac{rBI_A \ell}{a}$$

Αφού ο συνολικός αριθμός των αγωγών είναι Z τότε η συνολική ροπή που επάγεται (induced) στον άξονα του δρομέα θα είναι ίση με:

$$\tau_{ind} = Z\tau_c = \frac{ZrBI_A \ell}{a}$$

Εισάγοντας όπως και πριν τη μαγνητική ροή ανά πόλο

$$\Phi = BA_p = B \frac{A_p}{P} = B \frac{2\pi r \ell}{P}$$

παίρνουμε

$$\tau_{ind} = \frac{ZrBI_A \ell}{a} \frac{2\pi}{2\pi} \frac{P}{P} = K\Phi I_A$$

όπου:	$K = \frac{ZP}{2\pi a}$
-------	-------------------------

Η σταθερά είναι η ίδια για τη μηχανή είτε λειτουργεί ως κινητήρας είτε λειτουργεί ως γεννήτρια.

Στον παραπάνω τύπο θεωρήσαμε ότι όλοι οι αγωγοί του τυλίγματος είναι ενεργοί, δηλαδή βρίσκονται κάτω από πόλους και παράγουν ρεύμα (γεννήτρια) ή δέχονται ροπή (κινητήρας). Όμως Δεν βρίσκονται όλοι οι αγωγοί πάντα κάτω από πόλους καθώς η επιφάνεια του κυλινδρικού διακένου δεν μοιράζεται μόνο μεταξύ των πόλων αλλά μοιράζεται και στα ενδιάμεσα μικρά χάσματα μεταξύ των πόλων, τις ουδέτερες ζώνες. Ο αριθμός των ενεργών αγωγών Z_{ev} είναι λίγο μικρότερος από το συνολικό αριθμό αγωγών της μηχανής $Z > Z_{ev}$. και αυτός είναι ο αριθμός αγωγών που πρέπει να μπαίνει στον τύπο της K :

$$K = \frac{Z_{ev} P}{2\pi a}$$

Αν υπάρχει σχήμα της μηχανής που να μας επιτρέπει να υπολογίσουμε πόσοι αγωγοί είναι σε ουδέτερη ζώνη τους αφαιρούμε από το σύνολο, αλλιώς χρησιμοποιούμε το συνολικό αριθμό αγωγών.

Παράδειγμα (Άσκηση Chapman 8-6)

Δείξτε ότι η ισότητα των δύο σταθερών K για κινητήρα και γεννήτρια οδηγεί στην ή επιβάλλεται από την διατήρηση της ενέργειας στο σημείο ηλεκτρομηχανικής μετατροπής της από μηχανική σε ηλεκτρική και αντίστροφα.

Απάντηση

Οι εκφράσεις της ηλεκτρικής ισχύος που μετατρέπεται σε μηχανική ή αντίστροφα είναι:

$$E_A I_A \leftrightarrow \tau_{ind} \omega$$

Πράγματι

$$E_A I_A = (K\Phi\omega) \cdot I_A = (K\Phi I_A) \cdot \omega = \tau_{ind} \omega$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Schaum's 4.1

Υπολογίστε την επαγωγική τάση που αναπτύσσεται στον οπλισμό μιας μηχανής DC 4 πόλων, με απλό **βροχοτύλιγμα** που διαθέτει 728 ενεργούς αγωγούς και περιστρέφεται με ταχύτητα 1800 rpm αν η μαγνητική ροή είναι ανά πόλο είναι 30 mWb.

Απάντηση

Αριθμός πόλων: $P = 4$

Πολλαπλότητα απλή: $m = 1$

Παράλληλοι κλάδοι **βροχοτυλίγματος**: $a = mP = 1 \times 4 = 4$

Σταθερά περιέλιξης: $K = \frac{Z_{\varepsilon V} P}{2\pi a} = \frac{728 \times 4}{2\pi \times 4} = \frac{364}{\pi}$

Επαγωγική τάση: $E_A = K\Phi\omega = K\Phi \frac{2\pi}{60} n = \left(\frac{364}{\pi} \right) \times (30 \cdot 10^{-3}) \times \left(\frac{2\pi}{60} \cdot 1800 \right) = 655,2 \text{ V}$

Schaum's 4.2

Υπολογίστε την επαγωγική τάση που αναπτύσσεται στον οπλισμό της παραπάνω μηχανής 4.1 αν το τύλιγμα είναι απλό **κυματοτύλιγμα**.

Απάντηση

Αριθμός πόλων: $P = 4$

Πολλαπλότητα απλή: $m = 1$

Παράλληλοι κλάδοι **κυματοτυλίγματος**: $a = 2m = 2 \times 1 = 2$

Σταθερά περιέλιξης: $K = \frac{Z_{\varepsilon V} P}{2\pi a} = \frac{728 \times 4}{2\pi \times 2} = \frac{728}{\pi}$

Επαγωγική τάση: $E_A = K\Phi\omega = K\Phi \frac{2\pi}{60} n = \left(\frac{728}{\pi} \right) \times (30 \cdot 10^{-3}) \times \left(\frac{2\pi}{60} \cdot 1800 \right) = 1310,4 \text{ V}$

Schaum's 4.3

Αν η μηχανή της 4.1 είναι σχεδιασμένη να δέχεται κατά μέγιστο, ρεύμα 100 A στον οπλισμό της ποια είναι η μέγιστη επαγωγική ισχύς που μπορεί να αναπτύξει?

Πόσο είναι το μέγιστο ρεύμα που μπορεί να διατρέξει κάθε αγωγό της μηχανής?

Το μέγιστο ρεύμα που μπορεί να δεχτεί μια μηχανή καθορίζεται από την ωμική αντίσταση κάθε αγωγού της (υλικό, μήκος, διατομή) και από τη μέγιστη θερμοκρασία που μπορεί να αντέξει η μόνωση μεταξύ των αγωγών ώστε να μη φθαρεί ή καταστραφεί σε παρατεταμένη λειτουργία της μηχανής.

Απάντηση

Η μηχανή θα έχει επαγωγική τάση $E_A = 655,2 \text{ V}$ στα άκρα του οπλισμού της (4.1) και θα αναπτύξει μέγιστη ισχύ όταν δέχεται το μέγιστο επιτρεπόμενο ρεύμα $I_A = 100 \text{ A}$:

$$P = E_A I_A = 655,2 \times 100 = 65.520 = 65,5 \text{ kW}$$

Το ρεύμα που δέχεται η μηχανή δεν είναι το ίδιο με αυτό που διαρρέει κάθε κλάδο της καθώς η μηχανή όπως είδαμε έχει 4 παράλληλους κλάδους στους οποίους θα μοιραστεί το ρεύμα. Άρα το μέγιστο ρεύμα που μπορεί να διατρέξει κάθε κλάδο και άρα κάθε αγωγό (σύρμα) της μηχανής είναι

$$I_c = \frac{I_A}{a} = \frac{100}{4} = 25 \text{ A}$$

Αυτό δεν αλλάζει είτε η μηχανή είναι κατασκευασμένη με βροχοτύλιγμα είτε με κυματοτύλιγμα καθώς αφορά το κάθε ξεχωριστό σύρμα που περιέχει η μηχανή

Schaum's 4.4

Αν η μηχανή της 4.3 ήταν κατασκευασμένη με κυματοτύλιγμα θα άλλαζε η μέγιστη ισχύς της?

Απάντηση

Για να υπολογίζουμε τη μέγιστη ισχύ πρέπει να βρούμε το μέγιστο ρεύμα οπλισμού που μπορεί να δεχτεί η μηχανή. Αυτό δεν θα είναι πλέον 100 A επειδή η μηχανή δεν έχει τώρα 4 κλάδους να το μοιράσει αλλά μόνο 2 (4.2). Ο κάθε κλάδος υπολογίσαμε (4.3) ότι επιτρέπεται να διαρρέεται κατά μέγιστο, με ρεύμα $I_c = 25 \text{ A}$. Άρα το μέγιστο ρεύμα οπλισμού με κυματοτύλιγμα, το οποίο έχει $a = 2$ κλάδους, είναι :

$$I_A = aI_c = 2 \times 25 = 50 \text{ A}$$

Η επαγωγική τάση με κυματοτύλιγμα είναι $E_A = 1310,4 \text{ V}$ (4.2) άρα η μέγιστη ισχύς είναι πάλι η ίδια

$$P = E_A I_A = 1310,4 \times 50 = 65.520 = 65,5 \text{ kW}$$

Schaum's 4.5

Πόση ροπή αναπτύσσεται στον οπλισμό της μηχανής 4.1 (βροχοτύλιγμα) όταν διαρρέεται από το μέγιστο επιτρεπτό ρεύμα 100 A (4.3)?

Πόση ροπή αναπτύσσεται στον οπλισμό της μηχανής 4.2 (κυματοτύλιγμα) όταν διαρρέεται από το μέγιστο επιτρεπτό ρεύμα 50 A (4.4)?

Απάντηση

$$\text{βροχοτύλιγμα : } \tau_{\text{επαγ}} = K\Phi I_A = \left(\frac{364}{\pi} \right) \times (30 \cdot 10^{-3}) \times (100) = 347,6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{κυματοτύλιγμα : } \tau_{\text{επαγ}} = K\Phi I_A = \left(\frac{728}{\pi} \right) \times (30 \cdot 10^{-3}) \times (50) = 347,6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Η από ηλεκτρομηχανική μετατροπή ενέργειας (και για τα δύο τυλίγματα)

$$P_{\text{μηχ}} = P_{\text{ηλ}} \Rightarrow \tau\omega = E_A I_A \Rightarrow \tau = \frac{E_A I_A}{\omega} = \frac{65,52 \cdot 10^3}{2\pi \cdot 1800/60} = 347,6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Schaum's 4.6

Μία τετραπολική μηχανή DC έχει οπλισμό με 46 αυλάκια περιέλιξη απλού κυματοτυλίγματος και 16 αγωγούς ανά αυλάκι. Αν η επαγωγική τάση που αναπτύσσεται όταν η μηχανή περιστρέφεται με ταχύτητα 1200 rpm είναι 480 V πόση είναι η μαγνητική ροή ανά πόλο?

Απάντηση

$$\text{Ο συνολικός αριθμός αγωγών είναι: } Z = 46 \times 16 = 736$$

$$\text{Παράλληλοι κλάδοι κυματοτυλίγματος: } a = 2m = 2 \cdot 1 = 2$$

$$\text{Κατασκευαστική σταθερά περιέλιξης: } K = \frac{ZP}{2\pi a} = \frac{736 \cdot 4}{2\pi \cdot 2} = \frac{736}{\pi}$$

$$E_A = K\Phi\omega \Rightarrow \Phi = \frac{E_A}{K\omega} = \frac{480}{(736/\pi)(2\pi 1200/60)} = 0,0163 = 16,3 \text{ mWb}$$

Schaum's 4.7

Αν η μαγνητική ροή, της παραπάνω μηχανής 4.6, ανά πόλο έχει μετρηθεί ότι πράγματι είναι 16,3 mWb αλλά όταν η μηχανή περιστρέφεται με ταχύτητα 1200 rpm η επαγωγική τάση που μετράμε είναι μόνο 410 V ποιος είναι ο συντελεστής διαρροής σ της μαγνητικής ροής ?

$$\sigma = \frac{\text{ολική ροή}}{\text{χρήσιμη ροή}} = \frac{\Phi_{\text{ολική}}}{\Phi_{\text{χρήσιμη}}}$$

Όλη η μαγνητική ροή που βγαίνει από τους πόλους δεν περνάει από τα τυλίγματα του δρομέα για να φτάσει στον απέναντι πόλο. Κάποιες γραμμές καμπυλώνουν πολύ και γυρίζουν κατευθείαν πίσω στο στάτη (κυκλάκια γύρω από τη μύτη του πόλου) ή περνάνε στον απέναντι πόλο χωρίς να διαπεράσουν κάποιο βρόχο του δρομέα επειδή οι βρόχοι είναι πιο στενοί και δεν απλώνονται σε όλο το εύρος του πεδίου. Η χρήσιμη ροή που θα προκαλέσει επαγωγική τάση είναι μόνο αυτή που βγαίνει από τους πόλους αλλά στη συνέχεια περνάει και μέσα από τα τυλίγματα του δρομέα.

Απάντηση

$$\sigma = \frac{\Phi_{ολική}}{\Phi_{χρήσιμη}} = \frac{E_{A0} / K\omega}{E_A / K\omega} = \frac{E_{A0}}{E_A} = \frac{480}{410} = 1,17$$

Schaum's 4.8

Μία τετραπολική μηχανή DC έχει οπλισμό με περιέλιξη απλού βροχοτυλίγματος, τύμπανο με 144 αυλάκια, με πλευρές δύο συστάδων ανά αυλάκι (διπλή στρώση) και συστάδες που καθεμία έχει 2 σπείρες (στροφές, turns) αγωγού. Ποια είναι η επαγωγική της τάση αν η μαγνητική ροή ανά πόλο είναι 20 mWb και ο οπλισμός περιστρέφεται με ταχύτητα 720 rpm?

Απάντηση

Συνολικός αριθμός αγωγών:

$$Z = 144 \times 2 \times 2 = 576$$

Αριθμός παράλληλων κλάδων βροχοτυλίγματος:

$$a = mP = 1 \cdot 4 = 4$$

Κατασκευαστική σταθερά περιέλιξης:

$$K = \frac{ZP}{2\pi a} = \frac{576 \cdot 4}{2\pi \cdot 4} = \frac{288}{\pi}$$

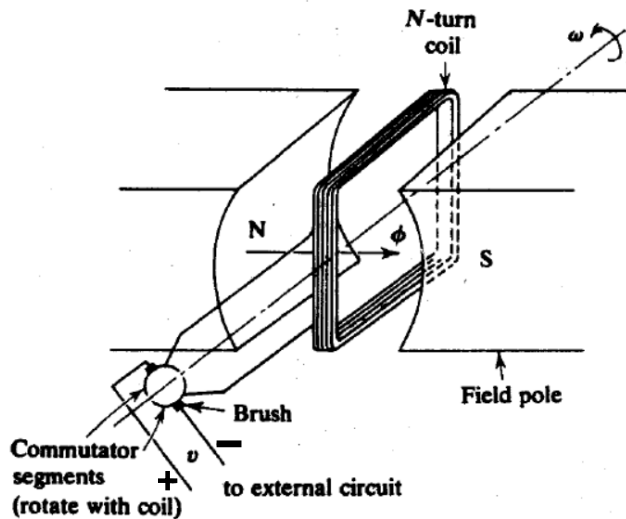
$$\text{Επαγωγική τάση: } E_A = K\Phi\omega = \left(\frac{288}{\pi} \right) \times (20 \cdot 10^{-3}) \times \left(\frac{2\pi}{60} \cdot 720 \right) = 138,24 \text{ V}$$

Schaum's 4.9

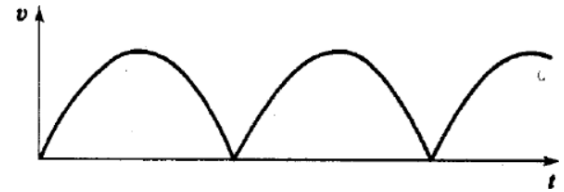
Τετράγωνο πλαίσιο πλευράς 200 mm με 10 σπείρες προσαρτάται σε κύλινδρο που περιστρέφεται με 1800 rpm μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης 1,1 T.

Απάντηση

Είναι παρόμοιο με το βασικό παράδειγμα από το βιβλίο με ένα πλαίσιο, όμως εδώ το μαγνητικό πεδίο είναι ομογενές (σταθερή κατεύθυνση και μέτρο), όχι κυκλικά διαμορφωμένο και δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον τύπο της κατασκευαστικής σταθεράς περιέλιξης. Πρέπει να ξεκινήσουμε από την αρχή από το νόμο του Faraday. Το έχουμε κάνει στις σημειώσεις της 2^{ης}-3^{ης} εβδομάδας στη σελ. 8.



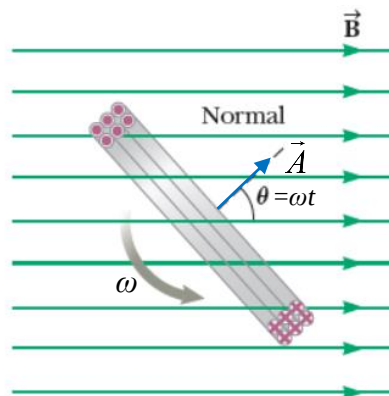
(a) An elementary dc generator



(b) Output voltage variation

Η επαγωγική τάση είναι ημιτονοειδής αλλά ανορθώνεται με το συλλέκτη δύο τομέων.

Οι αγωγοί του πλαισίου περιστρέφονται σε ακτίνα $r = \ell / 2$ από τον άξονα.



Το εμβαδόν του τετραγωνικού πλαισίου πλευράς ℓ είναι: $A = \ell^2$

Το αναπαριστάσουμε με ένα διάνυσμα $\vec{A}$ που είναι κάθετο στην επιφάνεια που ορίζει το πλαίσιο.

Η γωνία περιστροφής θ μετρείται από τον άξονα βορρά-νότου του μαγνητικού πεδίου και είναι μηδέν όταν το πλαίσιο είναι στη θέση του σχήματος (α).

Όπως γυρίζουμε το πλαίσιο με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω , η γωνία θ μεταβάλλεται ανάλογα με το χρόνο: $\theta = \omega t$

Η μέγιστη μαγνητική ροή από τους πόλους (ροή ανά πόλο) που θα διαπεράσει μια σπείρα του πλαισίου είναι ίση με

$$\Phi = BA$$

όταν το πλαίσιο είναι στη θέση (α).

Η μαγνητική ροή αλλάζει όπως το πλαίσιο περιστρέφεται και αυτό θα προκαλέσει την εμφάνιση της επαγωγικής τάσης

$$\Phi(t) = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \theta = BA \cos \omega t = \Phi \cos \omega t$$

Η συνολική μαγνητική ροή μέσα από το πλαίσιο είναι ίση με τον αριθμό σπειρών επί τη ροή που διαπερνά κάθε σπείρα $\vec{B} \cdot \vec{A}$:

$$\Phi_{o\lambda} = N\vec{B} \cdot \vec{A} = NBA \cos \theta = NBA \cos \omega t = \Phi_{\max} \cos \omega t \quad \text{όπου } \Phi_{\max} = NBA = N\Phi$$

Απευθείας από το νόμο του Faraday παίρνουμε

$$E_A = -\frac{d\Phi_{o\lambda}}{dt} = -NBA \frac{d(\cos \omega t)}{dt} = NBA\omega \sin \omega t \Rightarrow E_A = E_{A\max} \sin \omega t \quad \text{όπου } E_{A\max} = NBA\omega = N\Phi\omega$$

Οπότε

$$E_A = NBA\omega = 10 \times 1,1 \times (0,2)^2 \times \frac{2\pi}{60} 1800 = 82,94 \text{ V}$$

Η πολικότητά της βρίσκεται με έναν κανόνα δεξιού χεριού. Ο αντίχειρας δείχνει προς το διάνυσμα $\vec{A}$ και τυλίγοντας τα δάχτυλα βρίσκουμε τη φορά του επαγωγικού ρεύματος και άρα της επαγωγικής τάσης. Αν η τάση βγει αρνητική τότε έχει την αντίθετη φορά από τα δάχτυλα. Εδώ η πολικότητα είναι όπως φαίνεται στο σχήμα (α).

Βλέπουμε ότι η κατασκευαστική σταθερά περιέλιξης, από την $E_A = K\Phi\omega$, είναι ίση με τον αριθμό σπειρών του πλαισίου: $K = N$

[Αν χρησιμοποιούσαμε απήφιστα τον κατασκευαστικό τύπο της σταθεράς περιέλιξης που βρήκαμε για πεδίο με κυκλικά διαμορφωμένους πόλους θα είχαμε μια διαφορά $2/\pi$ στο αποτέλεσμα. Επειδή εδώ η επιφάνεια των πόλων θεωρείται τετράγωνη, αφού έχουμε ομογενές πεδίο, και έχει εμβαδόν $A = \ell^2$ αντί για το εμβαδόν της ημικυλινδρικής επιφάνειας $A_p = \pi r \ell = \pi \ell/2 \cdot \ell = (\pi/2) \ell^2 = (\pi/2) A$.

Θα παίρναμε:

Αριθμός συστάδων:

$$C = 1$$

Αριθμός σπειρών σε κάθε συστάδα:

$$N = 10$$

Συνολικός αριθμός αγωγών:

$$Z = 2CN = 2 \cdot 1 \cdot 10 = 20$$

Παράλληλοι κλάδοι:

$$a = 1$$

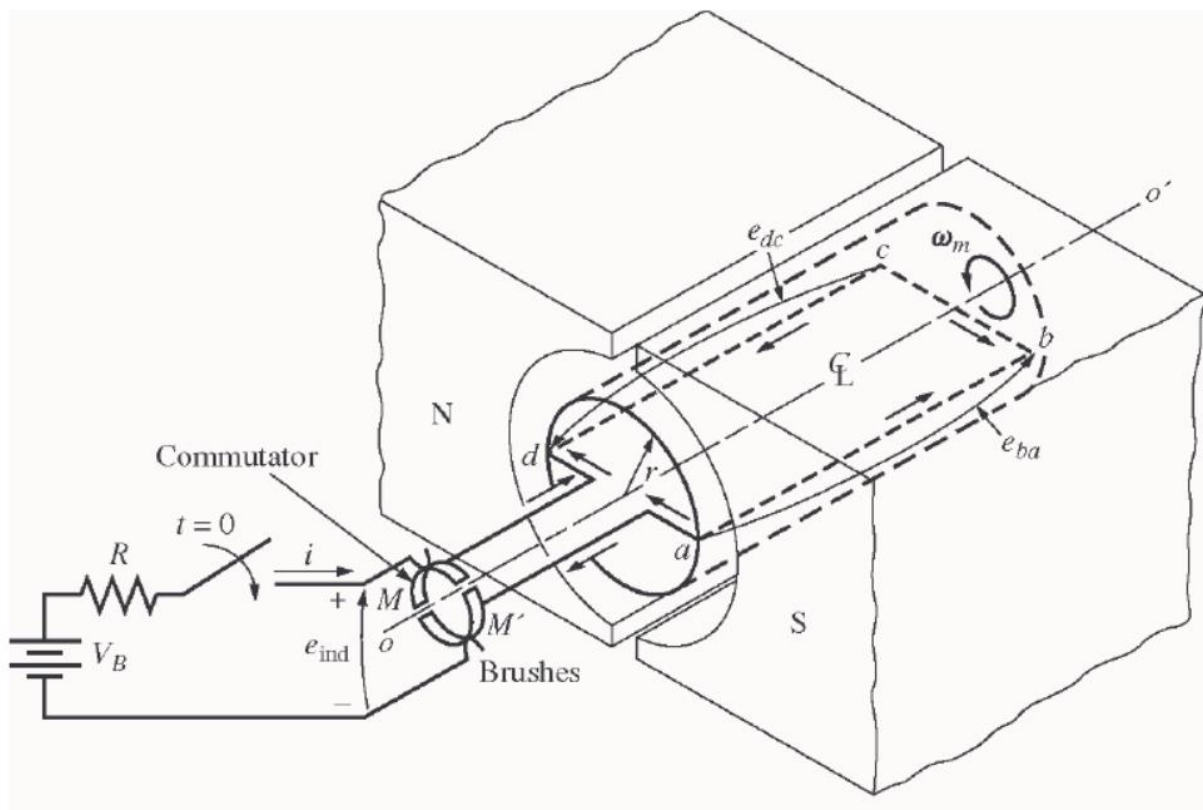
Κατασκευαστική σταθερά περιέλιξης:

$$K = \frac{ZP}{2\pi a} = \frac{2N \cdot 2}{2\pi \cdot 1} = N \frac{2}{\pi}$$

και όχι σκέτο N όπως βρήκαμε]

Chapman 8-1

Δίνονται οι παρακάτω πληροφορίες για την απλή μηχανή με ένα βρόχο του σχήματος



$$B = 0,8 \text{ T} \quad V_B = 24 \text{ V} \quad R = 0,4 \Omega \quad \ell = 0,5 \text{ m} \quad r = 0,125 \text{ m} \quad \omega = 250 \text{ rad/s}$$

- Η μηχανή λειτουργεί ως κινητήρας ή ως γεννήτρια ?
- Πόσο είναι το ρεύμα i που ρέει στο κύκλωμα και με ποια φορά ?
Πόση ισχύ παράγει ή καταναλώνει η μηχανή ?
- Αν η ταχύτητα αυξηθεί κατά 10% σε $\omega = 275 \text{ rad/s}$ ποια θα είναι η τιμή και η φορά του ρεύματος?
- Αν η ταχύτητα μειωθεί κατά 10% σε $\omega = 225 \text{ rad/s}$ ποια θα είναι η τιμή και η φορά του ρεύματος?

Απαντήσεις

a) Από τη φορά περιστροφής του βρόχου βρίσκουμε την πολικότητα της επαγόμενης τάσης από τη φορά του διανύσματος $\vec{v} \times \vec{B}$ σε κάθε πλευρά του βρόχου. Είναι αυτή του σχήματος $M +$ και $M' -$ Αντίθετη με της μπαταρίας.

$$\text{Το μέτρο της είναι : } E_A = 2Bv\ell = 2B\omega r\ell = 2(0,8)(250)(0,125)(0,5) = 25 \text{ V}$$

Μεγαλύτερη της μπαταρίας άρα η μηχανή λειτουργεί ως γεννήτρια φορτίζοντας τη μπαταρία.

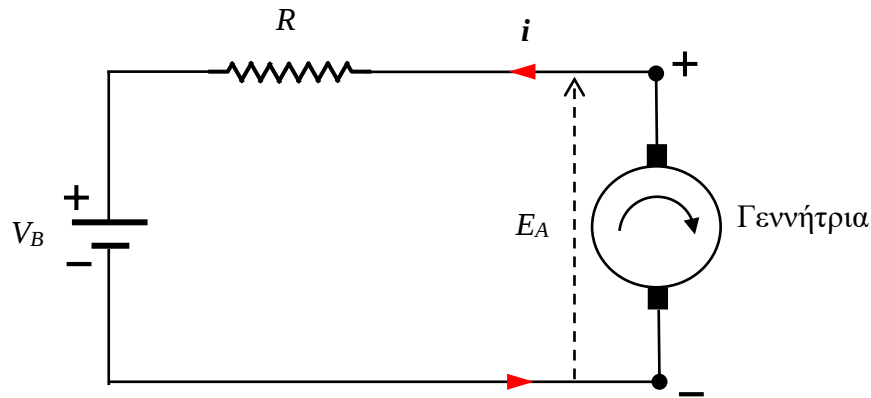
b) Αφού λειτουργεί ως γεννήτρια το ρεύμα βγαίνει από το θετικό της πόλο M και άρα έχει αντίθετη φορά από αυτή του σχήματος

Η τιμή του ρεύματος είναι περίπου

$$i = \frac{E_A - V_B}{R} = \frac{25 - 24}{0,4} = \frac{1}{0,4} = \frac{10}{4} = 2,5 \text{ A}$$

Λέμε περίπου, επειδή όταν ο βρόχος περνάει από το χάσμα μεταξύ των πόλων, στιγμιαία η επαγωγική τάση μηδενίζεται, υπερτερεί η μπαταρία και το ρεύμα αλλάζει φορά. Άρα κατά μέσο όρο το ρεύμα θα είναι λίγο λιγότερο από 2,5 A.

$$\text{Η γεννήτρια προσφέρει ισχύ ίση με : } P_{out} = E_A i = 25 \cdot 2,5 = 62,5 \text{ W}$$



γ) Όταν η ταχύτητα αυξηθεί η επαγωγική τάση θα αυξηθεί επίσης. Το ρεύμα θα συνεχίσει να βγαίνει από το θετικό πόλο και θα αυξηθεί επίσης

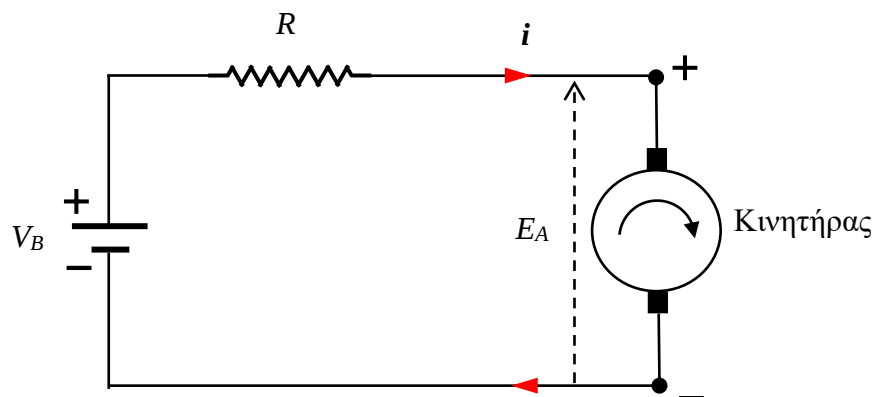
$$E_A = 2Bv\ell = 2B\omega r\ell = 2(0,8)(275)(0,125)(0,5) = 27,5 \text{ V}$$

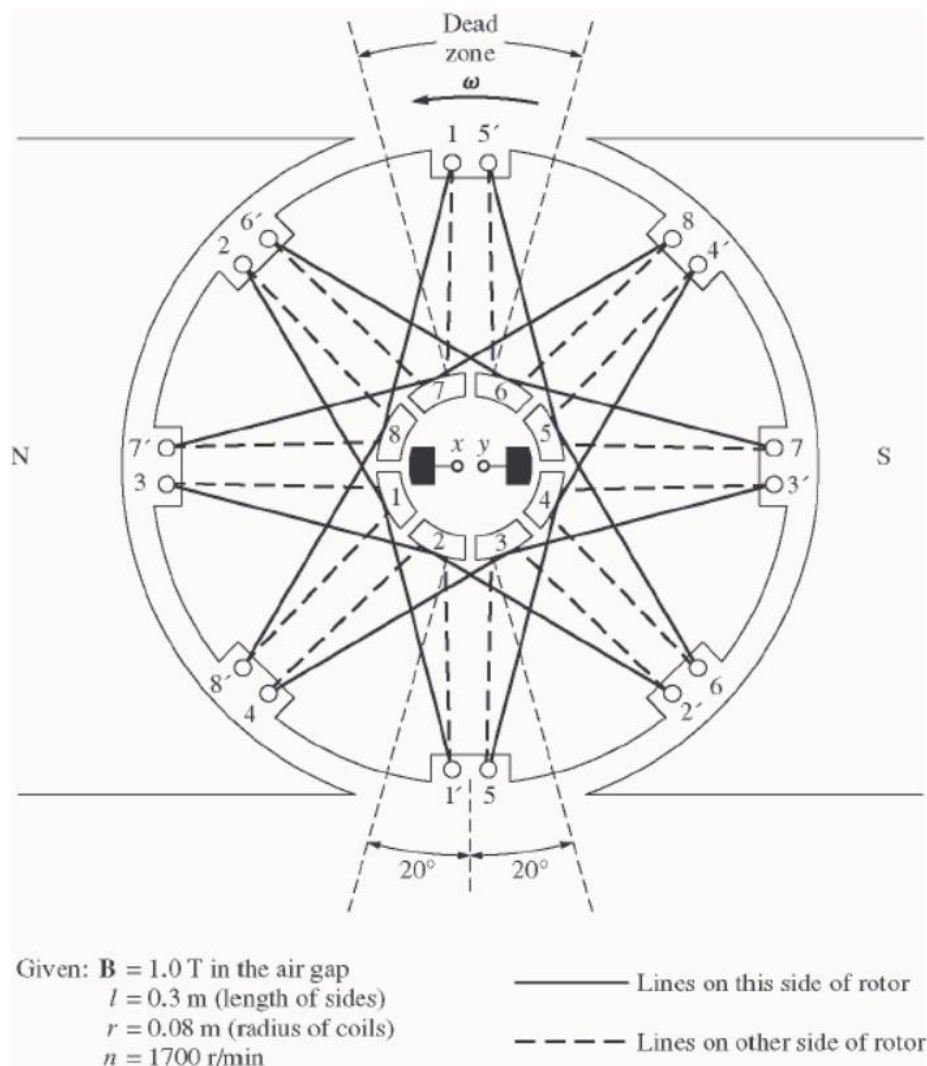
$$i = \frac{E_A - V_B}{R} = \frac{27,5 - 24}{0,4} = \frac{3,5}{0,4} = \frac{35}{4} = \frac{17,5}{2} = 8,75 \text{ A}$$

δ) Όταν η ταχύτητα μειωθεί η επαγωγική τάση θα μειωθεί επίσης και μπορεί να γίνει μικρότερη της μπαταρίας. Το ρεύμα θα μπαίνει τότε από το θετικό πόλο της μηχανής και η μηχανή θα λειτουργεί ως κινητήρας

$$E_A = 2Bv\ell = 2B\omega r\ell = 2(0,8)(225)(0,125)(0,5) = 22,5 \text{ V} < 24 \text{ V}$$

$$i = \frac{V_B - E_A}{R} = \frac{24 - 22,5}{0,4} = \frac{1,5}{0,4} = \frac{15}{4} = \frac{7,5}{2} = 3,75 \text{ A}$$



Chapman 8-2

αντίσταση κάθε σπείρας $R_c = 0,4 \Omega$

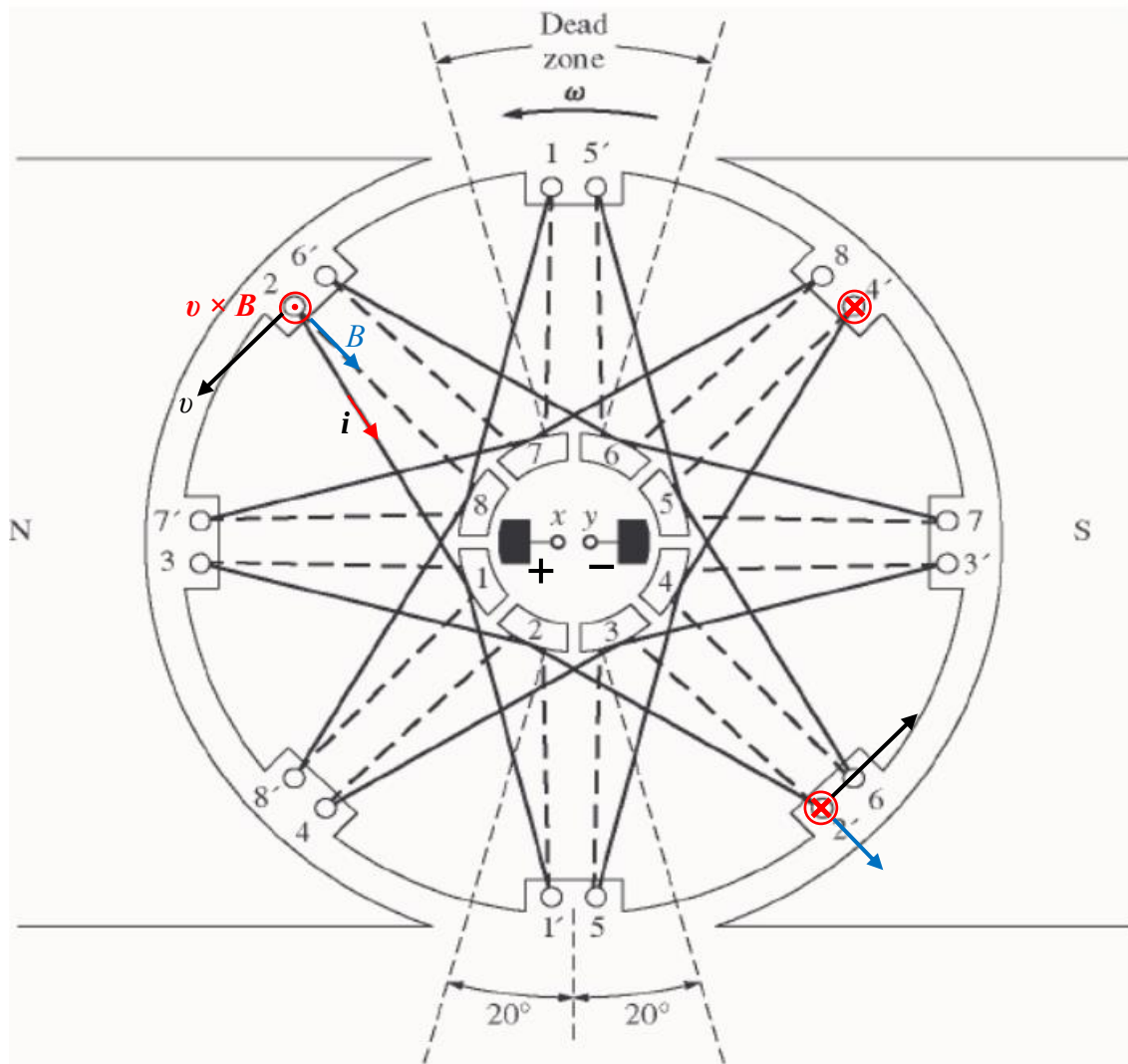
- A) Το τύλιγμα είναι προοδευτικό ή οπισθοδρομικό?
 B) Πόσοι παράλληλοι κλάδοι υπάρχουν στον οπλισμό?
 Γ) Ποια είναι η πολικότητα και το μέτρο της τάσης στις ψήκτρες?
 Δ) Πόση είναι η αντίσταση οπλισμού αυτής της μηχανής
 E) Αν μια αντίσταση 10Ω (φορτίο) συνδεθεί με αυτή τη μηχανή, πόσο ρεύμα θα διαρρέει τη μηχανή (ρεύμα οπλισμού = ρεύμα φορτίου)
 ΣΤ) Ποια θα είναι η φορά και το μέτρο της ροπής που θα επαχθεί από αυτό το ρεύμα?

Απαντήσεις

A) τομέας 1 – συστάδα 2 πλευρά 2 (N) – συστάδα 2 πλευρά 2' (S) – τομέας 2
 Στον επόμενο τομέα → βροχοτύλιγμα, προοδευτικό

B) Βροχοτύλιγμα απλό $m = 1$, πόλοι δύο $P = 2$
 Παράλληλοι κλάδοι : $a = Pm = 2 \cdot 1 = 2$

Γ) από φορά του διανύσματος $\vec{v} \times \vec{B}$ σε έναν αγωγό που βρίσκεται κάτω από πόλο : $x = +$ $y = -$



Δ) 4 αγωγοί σε σειρά, παράλληλα με άλλους 4 αγωγούς σε σειρά

$$R_A = 4R_c \parallel 4R_c = \frac{4R_c \cdot 4R_c}{4R_c + 4R_c} = \frac{(4 \cdot 0,04) \cdot (4 \cdot 0,04)}{(4 \cdot 0,04) + (4 \cdot 0,04)} = 0,08 \, \Omega$$

$$E) \, \omega = \frac{2\pi}{60} n = \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ r}} \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} 1700 \frac{\text{r}}{\text{min}} = 178 \text{ rad/s}$$

$$E_A = \frac{Z_{\varepsilon v}}{a} B v \ell = \frac{Z_{\varepsilon v}}{a} B \omega r \ell$$

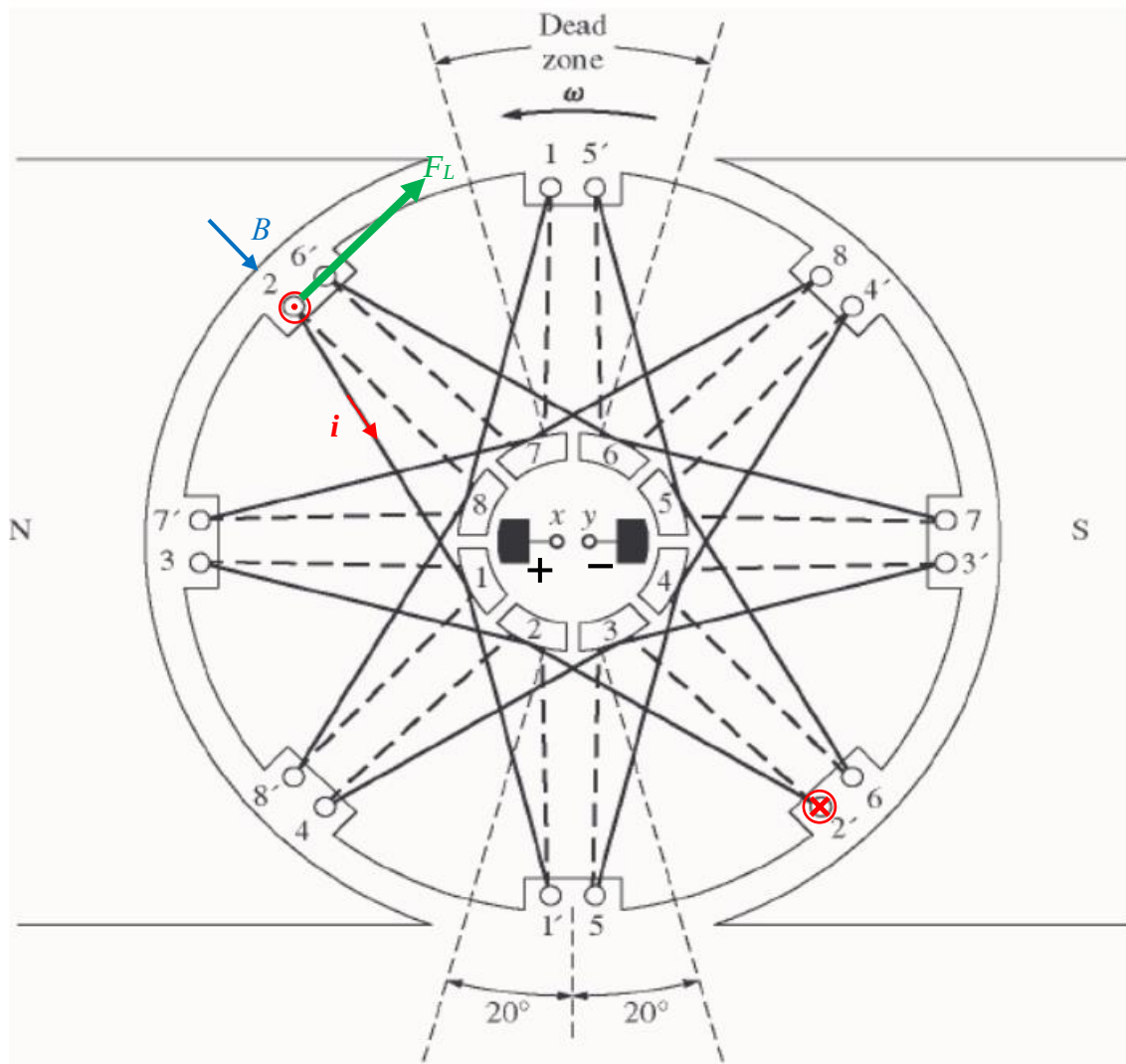
Από τους 16 αγωγούς, 12 βρίσκονται διαρκώς κάτω από τους πόλους και είναι ενεργοί: $Z_{\varepsilon v} = 12$

$$E_A = \frac{Z_{\varepsilon v}}{a} B v \ell = \frac{12}{2} \cdot 1 \cdot 178 \cdot 0,3 \cdot 0,08 = 25,6 \text{ V}$$

$$i = \frac{E_A}{R_L + R_A} = \frac{25,6}{10 + 0,08} = 2,54 \text{ A}$$

ΣΤ) Η φορά της ροπής βρίσκεται από τη δύναμη Laplace σε έναν αγωγό (κανόνας FBI) και είναι ωρολογιακή, δηλαδή αντίθετη με της κινητήριας ροπής που γυρίζει τη μηχανή.

$$\tau_{ind} = \frac{Z_{ev}}{a} Br \ell I_A = \frac{12}{2} \cdot 1 \cdot 0,3 \cdot 0,08 \cdot 2,54 = 0,366 \text{ Nm}$$



Chapman 8-7

Μια οκταπολική γεννήτρια DC με ονομαστικές τιμές 25 kW, 120 V έχει οπλισμό με περιέλιξη διπλού βροχοτυλίγματος που αποτελείται από 64 συστάδες με 16 σπείρες η καθεμία. Η ονομαστική ταχύτητα λειτουργίας της είναι 2400 rpm.

- Ποια είναι η απαιτούμενη μαγνητική ροή ανά πόλο για να παραχθεί η ονομαστική τάση στη γεννήτρια σε λειτουργία χωρίς φορτίο (εν κενώ) ?
- Ποια είναι η τιμή του ρεύματος που διαρρέει κάθε διαδρομή του οπλισμού (παράλληλο κλάδο) όταν η μηχανή λειτουργεί στο ονομαστικό της φορτίο (δίνει την ονομαστική ισχύ)?
- Ποια είναι η επαγόμενη ροπή στο ονομαστικό φορτίο ?
- Πόσες ψήκτρες πρέπει να έχει η μηχανή?

Πόσο πρέπει να είναι το πλάτος της καθεμίας?

- Αν η ωμική αντίσταση της κάθε σπείρας είναι 0,011 Ω πόση είναι η αντίσταση οπλισμού R_A της μηχανής ?

Απαντήσεις

- Συνολικός αριθμός αγωγών είναι: $Z = 2N_C C = 2 \times 16 \cdot 64 = 2.048$
Παράλληλοι κλάδοι κυματούλιγματος: $a = P \cdot m = 8 \cdot 2 = 16$

Κατασκευαστική σταθερά περιέλιξης: $K = \frac{ZP}{2\pi a} = \frac{2.048 \cdot 8}{2\pi \cdot 16} = \frac{512}{\pi}$

$$E_A = K\Phi\omega \Rightarrow \Phi = \frac{E_A}{K\omega} = \frac{120}{(512/\pi)(2\pi \cdot 2400/60)} = 0,00293 = 2,93 \text{ mWb}$$

$$\text{B)} P = V_T I_A \Rightarrow I_A = \frac{P}{V_T} = \frac{25.000}{120} = 208,33 \approx 208 \text{ A}$$

$$I_c = \frac{I_A}{a} = \frac{208}{16} = 13 \text{ A}$$

$$\text{Γ)} \tau_{ind} = K\Phi I_A = \left(\frac{512}{\pi} \right) \times (0,00293) \times (208) = 99,3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Δ) Επειδή η μηχανή έχει βροχοτύλιγμα και 8 πόλους πρέπει να έχει 8 ψήκτρες
Επειδή η πολλαπλότητα του τυλίγματος είναι διπλή πρέπει κάθε ψήκτρα να απλώνεται ώστε να καλύπτει πλήρως δύο τομείς του συλλέκτη

Ε) Όλες οι αντιστάσεις του οπλισμού είναι $Z/2$ ($N_c C = 16 \cdot 64 = 1.024$ όσες και οι σπείρες) και η καθεμία έχει αντίσταση $R = 0,011 \Omega$. Αυτές είναι μοιρασμένες σε 16 παράλληλους κλάδους. Άρα κάθε κλάδος έχει

$$\frac{Z/2}{a} = \frac{1.024}{16} = 64 \text{ αντιστάσεις σε σειρά}$$

Η αντίσταση του κάθε κλάδου θα είναι

$$R_s = \frac{Z/2}{a} R = 64 \cdot 0,011 = 0,704 \Omega$$

Οι 16 αυτές ίσες αντιστάσεις είναι συνδεδεμένες παράλληλα, άρα η συνολική αντίσταση του οπλισμού θα είναι

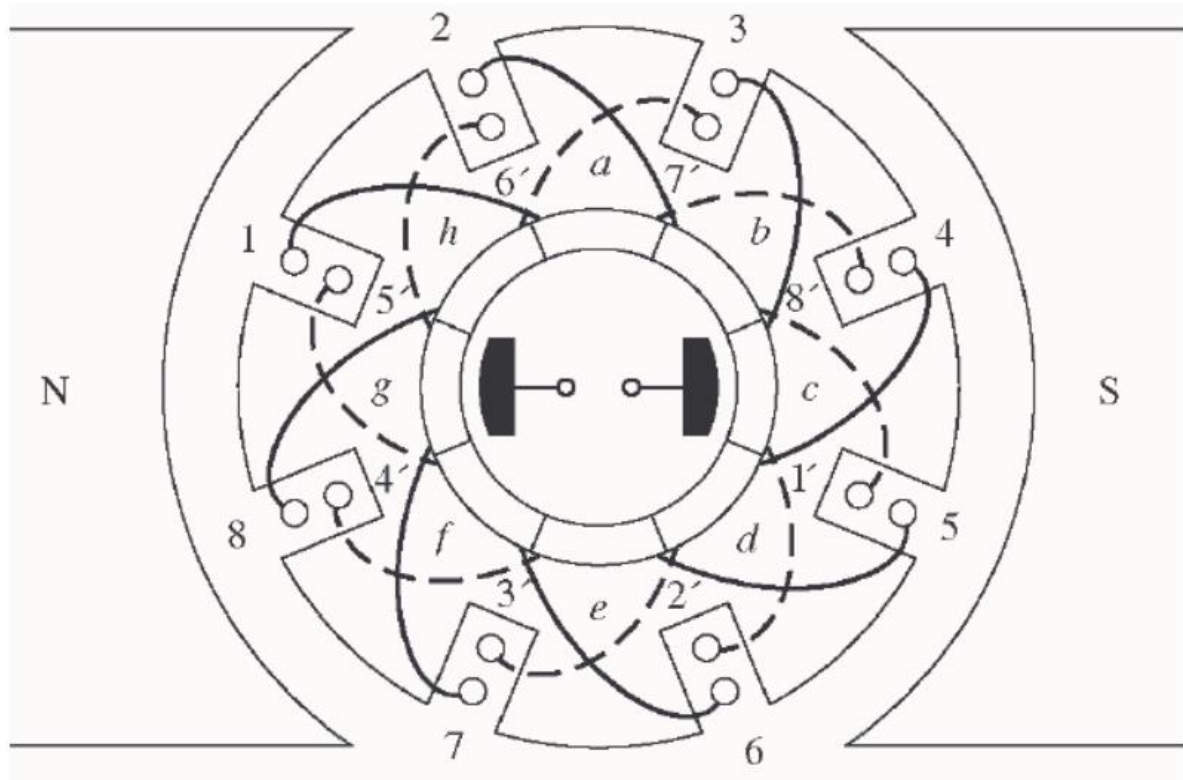
$$R_A = \frac{R_s}{a} = \frac{0,704}{16} = 0,044 \Omega$$

[Από ηλεκτροτεχνία, n ίσες αντιστάσεις R συνδεδεμένες παράλληλα ισοδυναμούν με μία

αντίσταση $R_{||}$ που δίνεται από τον τύπο: $\frac{1}{R_{||}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R_{||}} = \frac{n}{R} \Rightarrow R_{||} = \frac{R}{n}$]

Μπορούμε να γράψουμε ένα γενικό τύπο όταν μας δίνεται η αντίσταση R μίας σπείρας:

$$R_A = \frac{R_s}{a} = \frac{1}{a} \frac{Z/2}{a} R \Rightarrow R_A = \frac{ZR}{2a^2}$$

Chapman 8-8

Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται ένας μικρός κινητήρας συνεχούς ρεύματος με δύο πόλους που διαθέτει οκτώ συστάδες, η καθεμία από τις οποίες αποτελείται από τέσσερα αγωγίμα πλαίσια. Η μαγνητική ροή ανά πόλο της μηχανής είναι 0,0125 Wb.

A) Αν πάρουμε μια δωδεκάβολτη μπαταρία αυτοκινήτου και τη συνδέσουμε στον κινητήρα ποια θα είναι η ταχύτητά του χωρίς φορτίο?

B) Αν ο θετικός πόλος της μπαταρίας συνδεθεί στη δεξιά ψήκτρα του κινητήρα, ποια θα είναι η φορά περιστροφής του

Γ) Τι ροπή θα επάγεται στον κινητήρα αν του συνδέσουμε φορτίο που τον αναγκάζει να καταναλώνει 50 W από την μπαταρία (αγνοούμε την ωμική αντίσταση στο εσωτερικό της μηχανής αφού δεν μας δίνεται καμία πληροφορία και θα είναι μικρή έτσι κι αλλιώς)

Απαντήσεις

A) Όταν ο κινητήρας ισορροπεί χωρίς φορτίο $V_T = E_A$ και δεν διαρρέεται από ρεύμα. Η επαγωγική τάση δίνεται από τον τύπο

$$E_A = K\Phi\omega \quad \text{όπου} \quad K = \frac{Z_{ev}P}{2\pi a}$$

Λύνουμε ως προς ω για να βρούμε την ταχύτητα : $\omega = \frac{E_A}{K\Phi}$

Πρέπει να υπολογίσουμε τη σταθερά K . Από το σχήμα εκτιμούμε ότι κατά μέσο όρο δύο από τις συστάδες θα είναι εκτός μαγνητικού πεδίου και οι αγωγοί τους δεν θα παράγουν επαγωγική τάση. Άρα

αριθμός ενεργών συστάδων: $C_{ev} = 8 - 2 = 6$

σπείρες ανά συστάδα: $N_C = 4$

ενεργός αριθμός αγωγών: $Z_{ev} = 2N_C C_{ev} = 2 \cdot 4 \cdot 6 = 48$

Υπάρχουν δύο πόλοι και το τύλιγμα είναι απλό (όλες οι συστάδες είναι συνδεδεμένες σε έναν μεγάλο βρόχο) άρα υπάρχουν μόνο δύο διαδρομές για το ρεύμα:

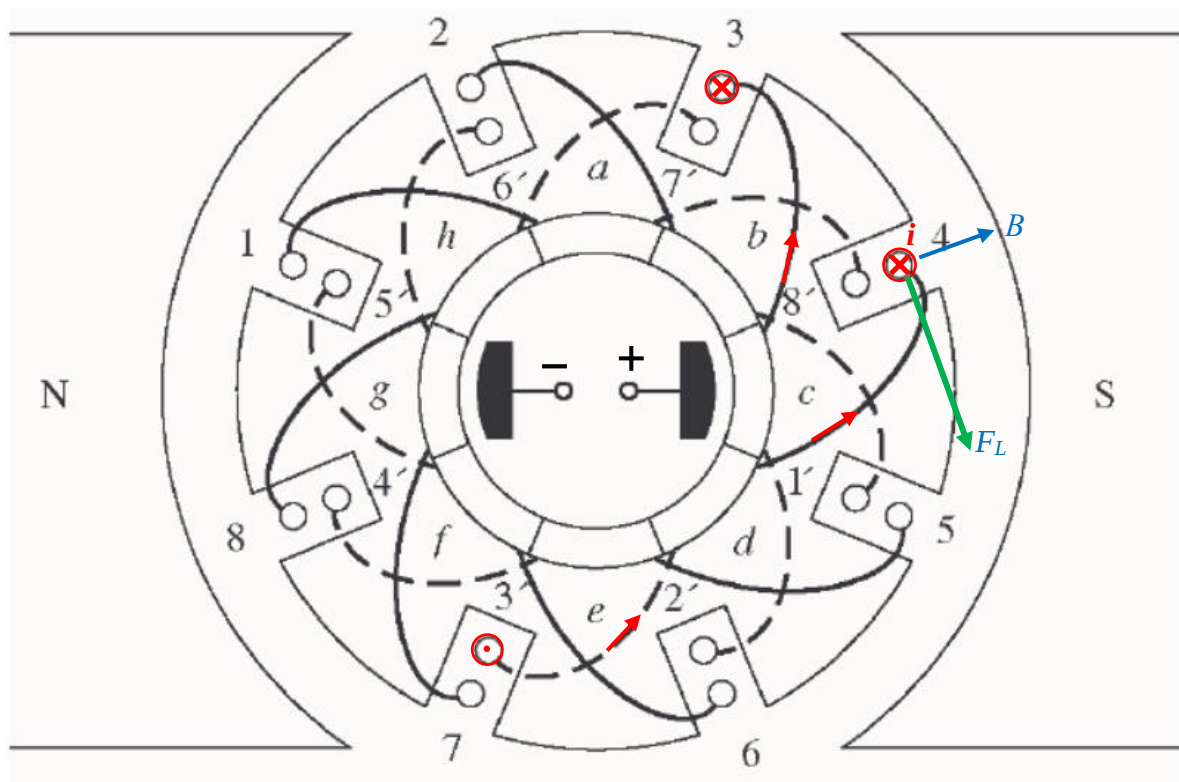
αριθμός παράλληλων κλάδων: $a = 2$

$$\text{κατασκευαστική σταθερά περιέλιξης } K = \frac{Z_{ev} P}{2\pi a} = \frac{48 \cdot 2}{2\pi \cdot 2} = \frac{24}{\pi}$$

$$\text{Οπότε } \omega = \frac{E_A}{K\Phi} = \frac{12}{(24/\pi) \times (0,0125)} = 40\pi \text{ rad/s}$$

$$n = \frac{60}{2\pi} \omega = \frac{60}{2\pi} \cdot 40\pi = 1200 \text{ rpm}$$

Β) Αν ο θετικός πόλος της μπαταρίας συνδεθεί στον ακροδέκτη της δεξιάς ψήκτρας του κινητήρα τότε κάτω από το νότιο πόλο το ρεύμα θα μπαίνει μέσα στη σελίδα και άρα η επαγωγική ροπή θα είναι ωρολογιακή και θα προκαλέσει ωρολογιακή περιστροφή.



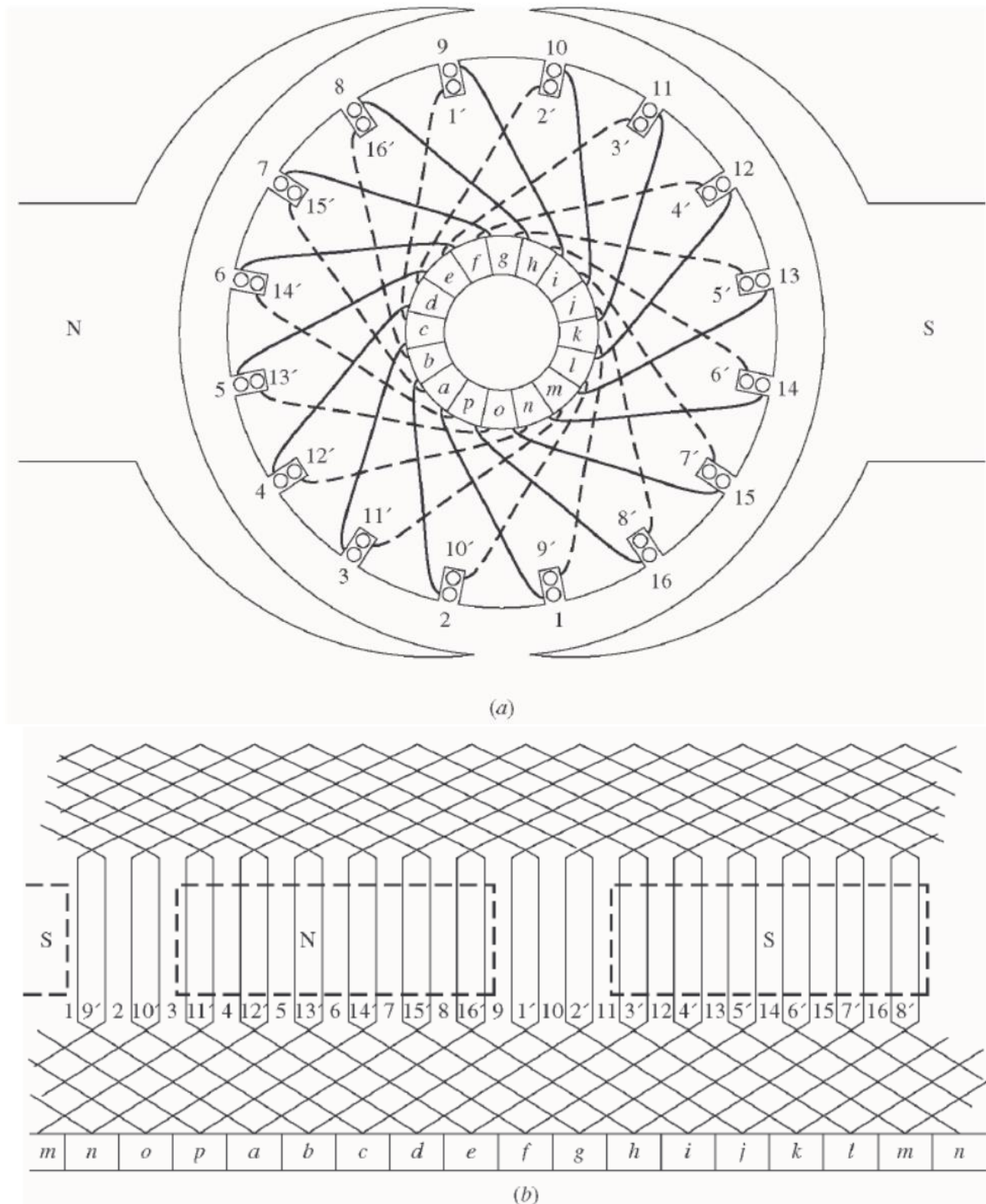
Η δύναμη Laplace (και η ροπή) θα εξαφανιστεί στην ισορροπία χωρίς φορτίο και η μηχανή θα συνεχίσει να περιστρέφεται ωρολογιακά

Γ) Ο κινητήρας καταναλώνει ισχύ $P = 50 \text{ W}$ υπό τάση $V_B = 12 \text{ V}$ για να υπερνικήσει το φορτίο (π.χ. μηχανικό φρένο) άρα θα διαρρέεται από ρεύμα

$$P = V_B I_A \Rightarrow I_A = \frac{P}{V_B} = \frac{50}{12} = 4,17 \text{ A}$$

Η ροπή που θα επάγεται για να υπερνικήσει το φορτίο θα είναι

$$\tau_{ind} = K\Phi I_A = \left(\frac{24}{\pi} \right) \times (0,0125) \times (4,17) = 0,398 \text{ N} \cdot \text{m} \quad \text{ωρολογιακά}$$

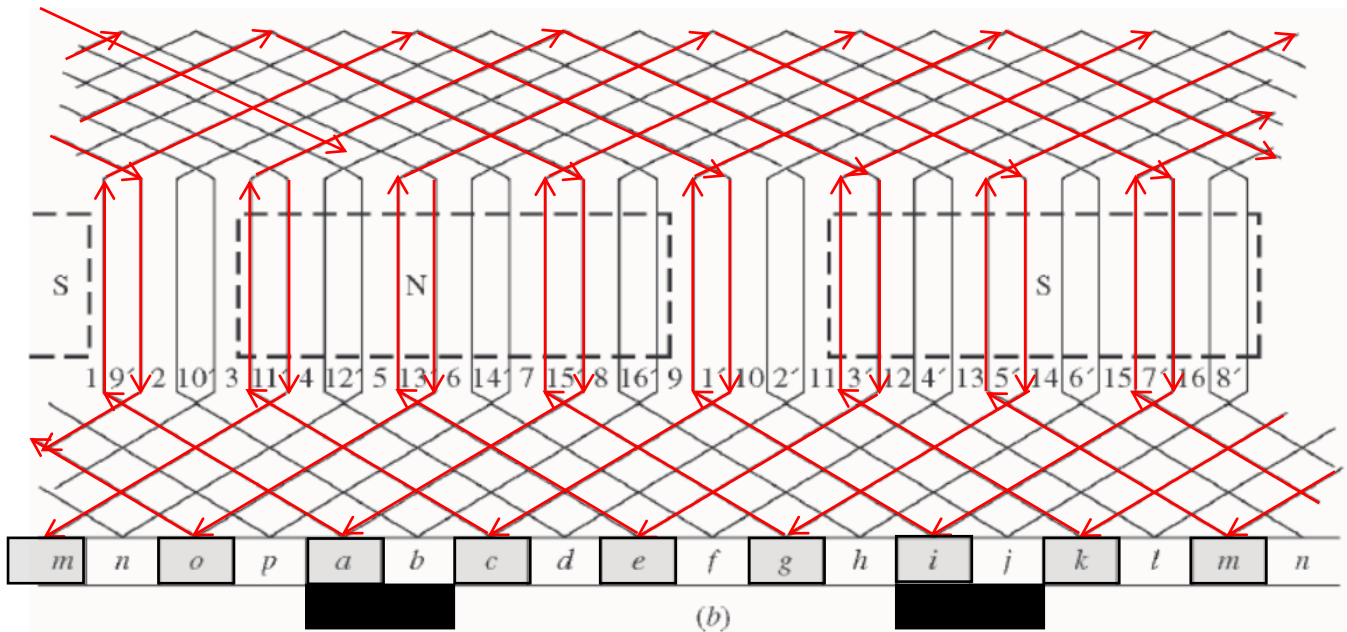
Chapman 8-9

Α) Πόσοι είναι οι παράλληλοι κλάδοι του τυλίγματος;

Β) Ποια είναι η πολλαπλότητα του τυλίγματος ?

Γ) Που πρέπει να τοποθετηθούν οι ψήκτρες και πόσο φαρδιές πρέπει να είναι?

Δ) Αν η τάση στα άκρα κάθε αγωγού (πλευράς) που βρίσκεται κάτω από τους πόλους της μηχανής είναι e , ποια θα είναι η τάση στην έξοδο της μηχανής?



A), B)

16 συστάδες αγωγών (είναι αριθμημένες)

12 βρίσκονται κάτω από πόλους

4 βρίσκονται στην ουδέτερη ζώνη: οι 1, 9 και οι 2, 10

2 πόλοι → θα χρειαστώ 2 ψήκτρες

Ξεκινάω από ένα τομέα και ακολουθώ το τύλιγμα: $a - 1 - 1' - c$

Καταλήγω στον μεθεπόμενο τομέα c άρα το τύλιγμα είναι προοδευτικό.

Επειδή δεν κατέληξα σε γειτονικό τομέα δεν σημαίνει ότι το τύλιγμα είναι αναγκαστικά κυματοτύλιγμα. Μπορεί να είναι διπλό. Πρέπει να συνεχίσω και να ολοκληρώσω έναν κύκλο. Αν δεν περάσω από όλους τους τομείς αλλά καταλήξω στον a από όπου ξεκίνησα θα σημαίνει ότι το τύλιγμα είναι διπλό. Οι άλλοι τομείς που πήδηξα συνδέουν το δεύτερο ανεξάρτητο τύλιγμα.

Πράγματι:

$a - 1 - 1' - c - 3 - 3' - e - 5 - 5' - g - 7 - 7' - i - 9 - 9' - k - 11 - 11' - m - 13 - 13' - o - 15 - 15' - a$

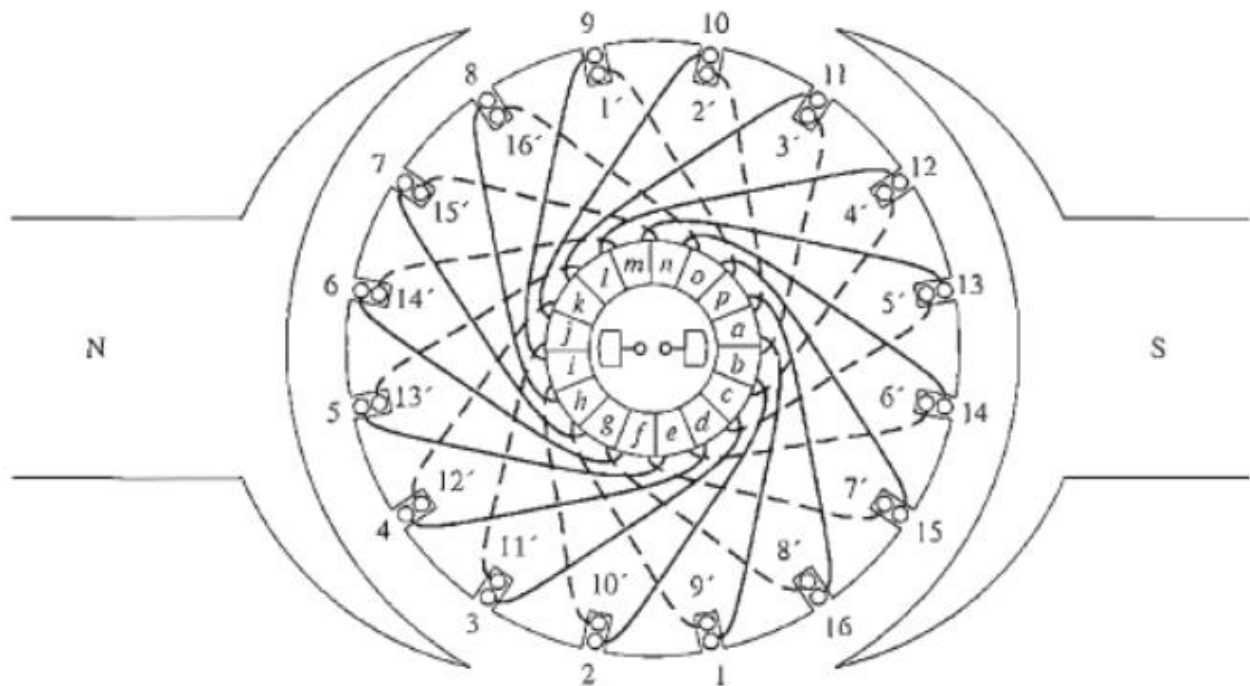
Οπότε είναι διπλό (duplex) βροχοτύλιγμα

Άρα: διπλό προοδευτικό βροχοτύλιγμα

Γ) Αφού το τύλιγμα είναι διπλό η ψήκτρα πρέπει να έχει φάρδος τουλάχιστον όσο το φάρδος δύο τομέων του συλλέκτη.

Πρέπει να τοποθετηθούν ώστε να βραχυκυκλώνουν τα τυλίγματα 1, 9, 2, 10, που βρίσκονται στην ουδέτερη ζώνη άρα πρέπει να καλύπτουν τους τομείς $a-b$ και $i-j$ όπου συνδέονται αυτά τα τυλίγματα.

Δ) Πρέπει να εκτιμήσουμε από το σχήμα πόσους ενεργούς αγωγούς έχουμε κατά μέσο όρο. 4 συστάδες θα είναι πάντα εκτός πεδίου, άρα 12 θα είναι ενεργές. Αυτές έχουν $12 \times 2 = 24$ αγωγούς. Οι αγωγοί αυτοί μοιράζονται σε 4 παράλληλες διαδρομές. Άρα είναι ενεργοί και προστίθενται οι τάσεις τους αυτοί που είναι σε σειρά σε κάθε παράλληλο κλάδο $24/4 = 6$. Αφού e η επαγωγική τάση που θα παράγει η μηχανή θα είναι $E_A = 6e$

Chapman 8-10

A) Περιγράψτε την περιέλιξη της μηχανής

B) Αν ο θετικός πόλος μιας πηγής τάσης, συνδεθεί στην ψήκτρα που βρίσκεται κάτω από τον βόρειο πόλο, ποια θα είναι η φορά περιστροφής του δρομέα?

Απαντήσεις

A) Μηχανή 2 πόλων με 2 ψήκτρες.

Ξεκινάω από έναν τομέα a-1-1'-p καταλήγω σε γειτονικό τομέα → βροχοτύλιγμα,

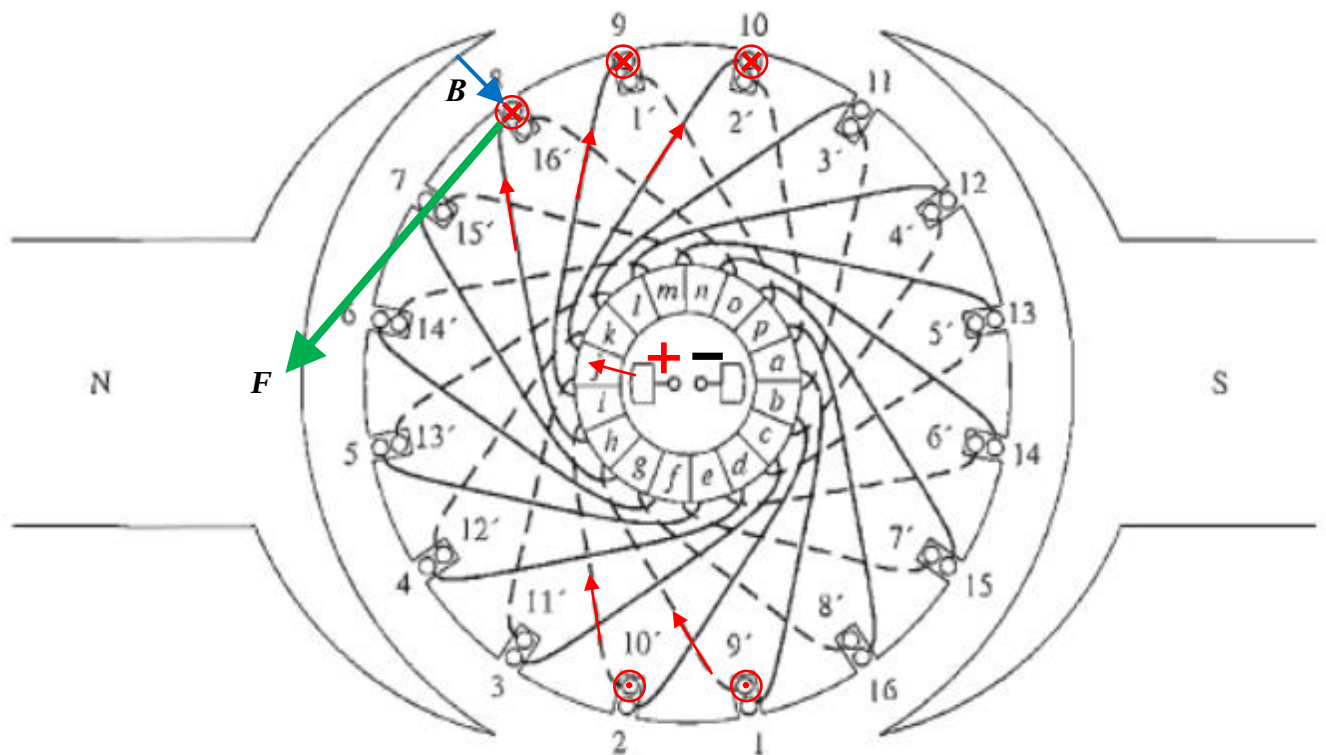
Ο γειτονικός τομέας είναι ο προηγούμενος (ως προς τη φορά τυλίγματος) → οπισθοδρομικό

Ακολουθώ όλα τα τυλίγματα και παρατηρώ ότι όταν κλείσει ο κύκλος έχω περάσει από όλους τους τομείς του συλλέκτη και όλους τους αγωγούς → απλό (πολλαπλότητα $m=1$)

a- 1-1'-p -16-16'- o – 15 – 15' - n – 14 – 14' - m – 13 ... – b – 2 – 2' – a

Άρα : **Απλό οπισθοδρομικό βροχοτύλιγμα.**

B)



Ακολουθώ το ρεύμα ξεκινώντας από το θετικό πόλο της μπαταρίας για να βρω τη φορά του ρεύματος σε κάποιον αγωγό που να είναι κάτω από πόλο.

$+\rightarrow j \rightarrow 10 \rightarrow 10' \rightarrow i \rightarrow 9 \rightarrow 9' \rightarrow h \rightarrow 8$

Βρίσκω τον αγωγό 8.

Στον αγωγό 8 η δύναμη Laplace είναι αριστερά προς τα κάτω (πράσινο βέλος).

Άρα η μηχανή θα περιστραφεί ανθρωπολογικά.