

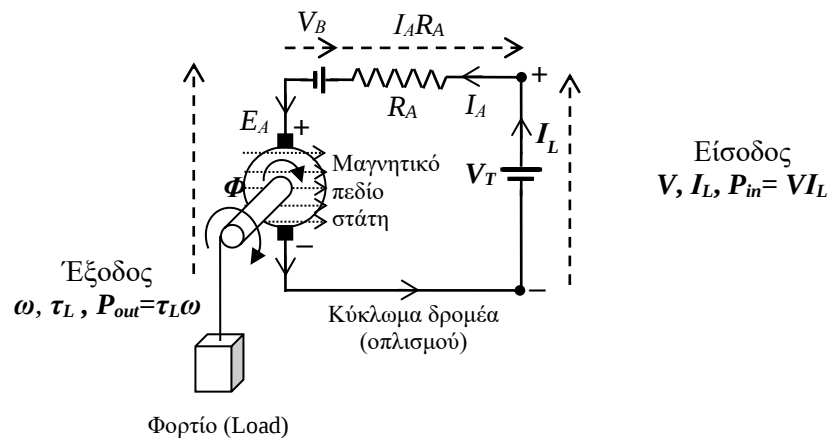
ΚΙΝΗΤΗΡΕΣ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Αντίθετα με τις γεννήτριες συνεχούς ρεύματος οι κινητήρες συνεχούς ρεύματος κυριαρχούσαν στην αγορά μέχρι και τη δεκαετία του 60 επειδή

- Η πηγή τάσης στα οχήματα (αυτοκίνητα, φορτηγά, τρένα, αεροπλάνα) είναι συνεχής (μπαταρία)
- Επειδή παρέχουν ιδανικό έλεγχο της ταχύτητάς τους σε εφαρμογές που απαιτούνται μεγάλες μεταβολές στην ταχύτητα



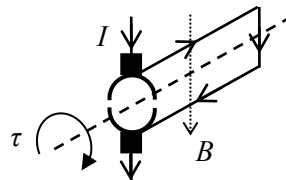
Οι κινητήρες τροφοδοτούνται από πηγή συνεχούς τάσης V και το ρεύμα που απορροφά ο κινητήρας όταν λειτουργεί το συμβολίζουμε I_L , ρεύμα γραμμής ή δικτύου (line).



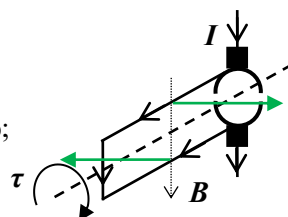
Το φορτίο στον άξονα μπορεί να είναι ένα βάρος που ανυψώνεται, ένα βάρος που σύρεται, ένας τροχός που πρέπει να κυλίσει υπερνικώντας διάφορες αντιστάσεις, μια τροχοπέδη στον άξονα (φρένο), κλπ.

Ερώτηση κατανόησης. Αν η φορά του ρεύματος από την πηγή έχει τη φορά του παρακάτω σχήματος (από πάνω προς τα κάτω), ο κινητήρας γυρίζει όπως φαίνεται στο σχήμα και το μαγνητικό πεδίο έχει επίσης τη φορά του σχήματος (από κάτω προς τα πάνω), τότε προς τα πού ρέει το ρεύμα στα πλαίσια της μηχανής; Προς τα μέσα της σελίδας (A) ή προς τα έξω από τη σελίδα (B) ;

(A) Ρεύμα προς τα μέσα;



(B) Ρεύμα προς τα έξω;



$$\vec{F}_L = I \vec{\ell} \times \vec{B}$$

Εργαλεία ανάλυσης της συμπεριφοράς των κινητήρων

- 1) Επαγόμενη τάση , αντί-ΗΕΔ (Faraday): $E_A = K\Phi\omega$
- 2) Επαγόμενη ή αναπτυσσόμενη ροπή (Laplace): $\tau_{ind} = K\Phi I_A$
- 3) Καμπύλη μαγνήτισης : $\Phi = \Phi(I_F)$
- 4) Σχετικοί Κανόνες Kirchhoff : π.χ. $V = E_A + V_B + I_A R_A$

Ζητούμενο η χαρακτηριστική καμπύλη ταχύτητας – ροπής : ω vs. τ_L

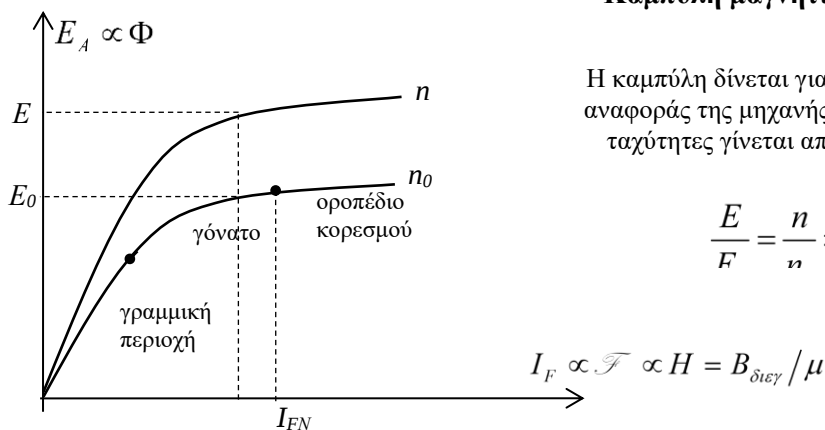
πως αλλάζει η ταχύτητα του κινητήρα σε σχέση με το εφαρμοζόμενο φορτίο

Χαρακτηριστική καμπύλη είναι η σχέση που συνδέει τα χαρακτηριστικά εξόδου (εκροές, output) μιας μηχανής. Για τον κινητήρα η έξοδος είναι : η ροπή που παίρνουμε στον άξονα $\tau_{αξ} = \tau_L$ και η γωνιακή του ταχύτητα περιστροφής ω .

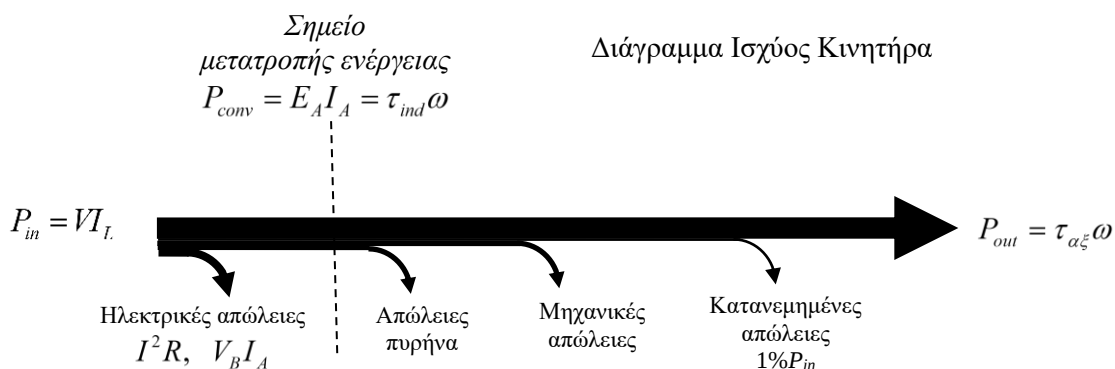
Για να συγκρίνουμε διαφορετικούς κινητήρες θεωρούμε την τάση εισόδου σταθερή. Μια πρόχειρη εικόνα της χαρακτηριστικής και ένα μέτρο σύγκρισης των κινητήρων είναι η διακύμανση ταχύτητας:

$$SR = \frac{\omega_{nl} - \omega_{fl}}{\omega_{fl}} 100\% = \frac{n_{nl} - n_{fl}}{n_{fl}} 100\%$$

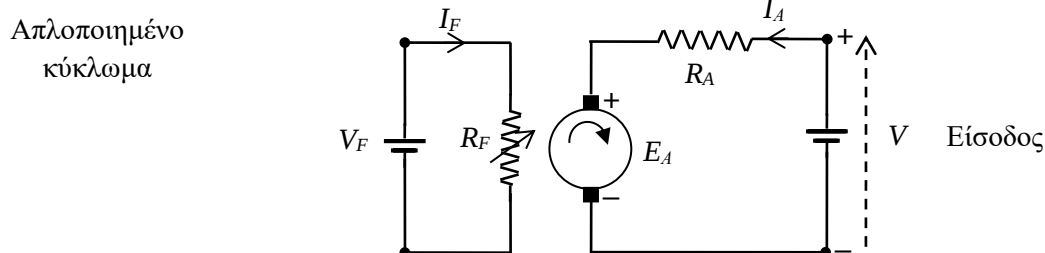
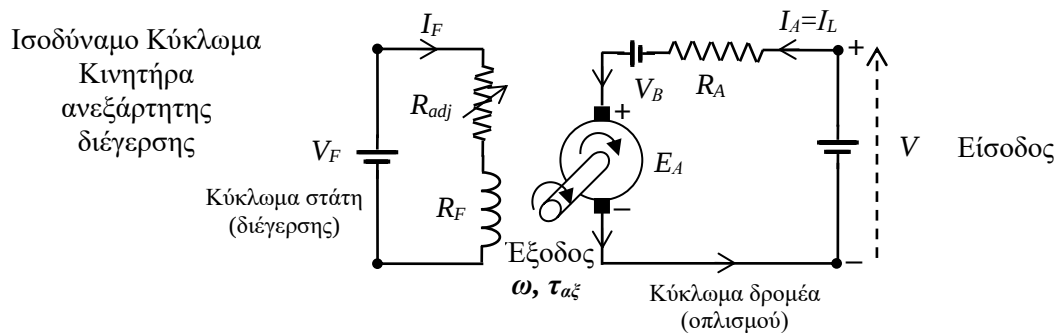
nl : no load fl : full load



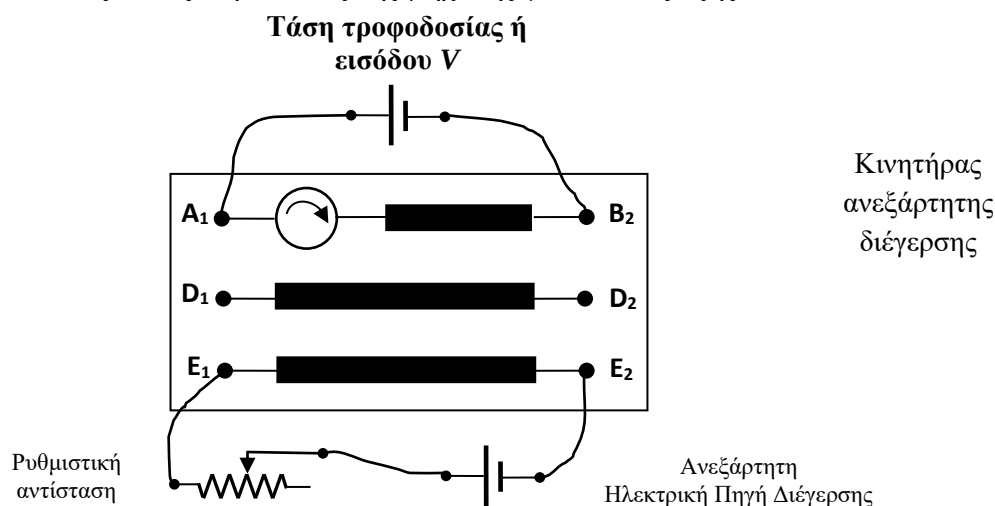
Οι κινητήρες σχεδιάζονται να λειτουργούν στο τέλος του «γόνατου» της καμπύλης μαγνήτισης, δηλαδή λίγο πριν τον κορεσμό. Οπότε για να πετύχουμε κάποια μεταβολή της επαγωγικής τάσης στο πλήρες φορτίο χρειάζεται μεγάλη μεταβολή του ρεύματος διέγερσης. Ο κατασκευαστής δίνει μια μέγιστη τιμή για το ρεύμα διέγερσης I_{FN} (ονομαστική τιμή, nominal) πέρα από την οποία απλά καταπονείται η μηχανή (ανεβαίνει η θερμοκρασία των τυλιγμάτων διέγερσης) χωρίς να αυξάνει ουσιαστικά η επαγωγική τάση.



Κινητήρες ανεξάρτητης (ή ξένης) διέγερσης και παράλληλης διέγερσης



Οι συνδέσεις στους ακροδέκτες της μηχανής γίνονται ως εξής:



Οι εξισώσεις που ισχύουν είναι :

Μαγνητικές : $E_A = K\Phi\omega$, $\tau_{ind} = K\Phi I_A$

Ηλεκτρικές :

(δύο ανεξάρτητα κυκλώματα) $I_F = \frac{V_F}{R_F}$, $I_A = I_L$, $V = E_A + I_A R_A$

$P_F = V_F I_F$,

$P_T = V I_L$

Μηχανικές :

$P_{out} = \tau_{αξ}\omega$

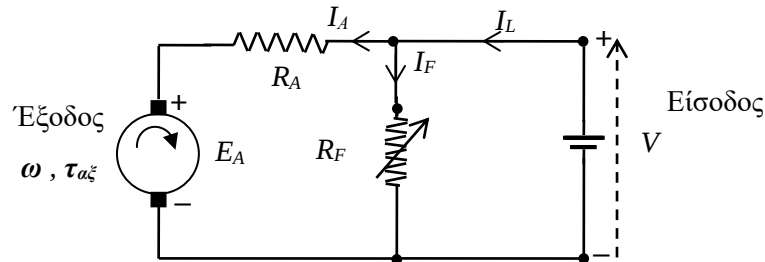
$\omega = \frac{2\pi}{60} n$, $\tau_{αξ} = \tau_L$

Βαθμός απόδοσης :

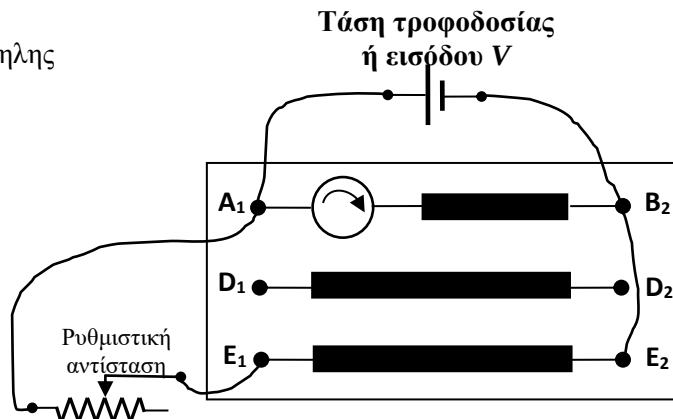
$P_{in} = P_T + P_F$

$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} 100\% = \frac{\tau_L \omega}{V I_L + V_F I_F} 100\%$

Κύκλωμα
Κινητήρα παράλληλης
διέγερσης



Συνδέσεις
Κινητήρα παράλληλης
διέγερσης



Εξισώσεις

Μαγνητικές :

$$E_A = K\Phi\omega, \quad \tau_{επαγ} = K\Phi I_A$$

Ηλεκτρικές : (1 κόμβος, 2 βρόχοι)

$$I_L = I_A + I_F, \quad I_F = \frac{V}{R_F}, \quad V = E_A + I_A R_A, \quad P_{in} = V I_L$$

Μηχανικές :

$$P_{out} = \tau_{αξον} \omega, \quad \omega = \frac{2\pi}{60} n, \quad \tau_{αξον} = \tau_L$$

Βαθμός απόδοσης :

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} 100\% = \frac{\tau_L \omega}{V I_L} 100\%$$

Χαρακτηριστική καμπύλη κινητήρα ανεξάρτητης ή παράλληλης διέγερσης

Συμπεριφορά στην μεταβολή του εφαρμοζόμενου φορτίου :

Αρχικά ισορροπία ροπών $\tau_{ind} = \tau_L$ και περιστροφή με σταθερή ταχύτητα $\omega_{αρχ} = \sigma\tau\alpha\theta$

$\tau_L \uparrow \Rightarrow \tau_{ind} - \tau_L = \sum \tau = I\alpha < 0 \Rightarrow \alpha < 0$ ο κινητήρας επιβραδύνει, $\omega \downarrow$

(το I στην παραπάνω σχέση είναι η ροπή αδράνειας του δρομέα, όχι κάποιο ρεύμα)

$$\omega \downarrow \Rightarrow E_A \downarrow = K\Phi\omega \downarrow \Rightarrow I_A \uparrow = \frac{V - E_A}{R_A} \Rightarrow \tau_{ind} \uparrow = K\Phi I_A \uparrow \text{ μέχρι να εξισωθεί με την } \tau_L$$

Η μηχανή θα ισορροπήσει σε μια χαμηλότερη ταχύτητα : $\omega_{τελ} < \omega_{αρχ}$

Χρησιμοποιούμε τις διαθέσιμες εξισώσεις για να βρούμε την ταχύτητα ω σαν συνάρτηση της αναπτυσσόμενης ροπής τ_{ind} .

$$\left. \begin{array}{l} V = E_A + I_A R_A \\ E_A = K\Phi\omega \end{array} \right\} \Rightarrow V = K\Phi\omega + I_A R_A$$

Λύνοντας ως προς ω παίρνουμε:

$$\omega = \frac{V - I_A R_A}{K\Phi} \quad (1)$$

Το ρεύμα οπλισμού προκαλεί τη ροπή στον κινητήρα: $\tau_{ind} = K\Phi I_A \Rightarrow I_A = \frac{\tau_{ind}}{K\Phi}$ (2)

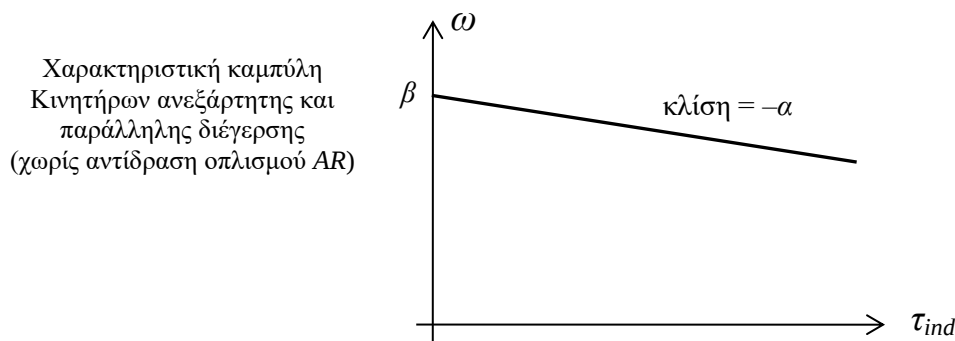
Αντικαθιστούμε την (2) στην (1) και έχουμε :

$$\omega = \frac{V}{K\Phi} - \frac{R_A}{(K\Phi)^2} \tau_{ind}$$

Θεωρώντας σταθερές την τάση εισόδου V και την μαγνητική ροή Φ (ρεύμα διέγερσης), η σχέση είναι της μορφής :

$$\omega = -\alpha \tau_{ind} + \beta,$$

δηλαδή ευθεία που ξεκινάει από το $\beta = \frac{V}{K\Phi}$ και έχει αρνητική κλίση $\alpha = \frac{R_A}{(K\Phi)^2}$



Στην παραπάνω σχέση η τάση εισόδου V είναι ίση και με την τάση οπλισμού V_A . Στην παράλληλη διέγερση αυτές είναι ίσες και με την τάση διέγερσης V_F , ενώ στην ανεξάρτητη διέγερση η V_F είναι ανεξάρτητη από τις άλλες τάσεις.

Παράλληλη διέγερση : $V = V_A = V_F$

Ανεξάρτητη διέγερση : $V = V_A$, V_F ανεξάρτητη

Η μαγνητική ροή εξαρτάται από το ρεύμα διέγερσης άρα από την τάση διέγερσης και την αντίσταση διέγερσης $I_F = V_F / R_F$

Έτσι η χαρακτηριστική γράφεται : $\omega = \frac{V_A}{K\Phi} - \frac{R_A}{(K\Phi)^2} \tau_{ind}$

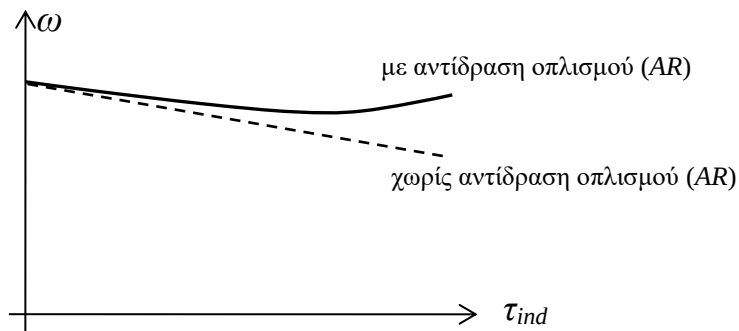
Επίδραση αντίδρασης οπλισμού (AR: armature reaction)

Επειδή όταν αυξάνει το φορτίο είδαμε ότι αυξάνει και το ρεύμα οπλισμού I_A , αυξάνει και το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται από τον δρομέα. Αυτό παραμορφώνει το μαγνητικό πεδίο του στάτη (μετατόπιση ουδέτερης ζώνης) και εξασθενεί την συνολική μαγνητική ροή Φ μέσα στην οποία κινείται ο δρομέας κάτω από τους πόλους. Η παραμόρφωση αντιμετωπίζεται εισάγοντας τους βοηθητικούς πόλους και η εξασθένιση με την εισαγωγή αντισταθμιστικών τυλιγμάτων στα πέδιλα των πόλων του στάτη. Τα τυλίγματα των βοηθητικών πόλων και τα τυλίγματα αντιστάθμισης συνδέονται σε σειρά με τα τυλίγματα του δρομέα οπότε διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα, όμως είναι τυλιγμένα με τέτοια φορά ώστε το μαγνητικό τους πεδίο να είναι αντίθετο από το μαγνητικό πεδίο του δρομέα. Τα μαγνητικά πεδία όλων αυτών των τυλιγμάτων (δρομέα, βοηθητικών πόλων, αντισταθμιστικά) δημιουργούνται από το ίδιο ρεύμα, το ρεύμα του δρομέα και άρα η ένταση τους αυξάνει ανάλογα αλλά σε αντίθετη φορά. Η ωμική αντίσταση των τυλιγμάτων των βοηθητικών πόλων και των τυλιγμάτων αντιστάθμισης καθώς επίσης και των ψηκτρών συμπεριλαμβάνεται στην αντίσταση οπλισμού R_A .

Το αποτέλεσμα της μείωσης της μαγνητικής ροής Φ λόγω αντίδρασης οπλισμού αυξάνει την ταχύτητα της μηχανής. Η χαρακτηριστική καμπύλη πρώτον παρεκκλίνει από την ευθεία και δεύτερον

είναι πιο πάνω από την ιδανική ευθεία όσο μεγαλώνει το φορτίο. Αυτό φαίνεται επειδή οι παρονομαστές $1/K\Phi$ στην χαρακτηριστική καμπύλη μειώνονται άρα τα κλάσματα αυξάνονται (το πρώτο περισσότερο από το δεύτερο).

Χαρακτηριστικές καμπύλες
Κινητήρων ανεξάρτητης και
παράλληλης διέγερσης
με και χωρίς
αντίδραση οπλισμού AR

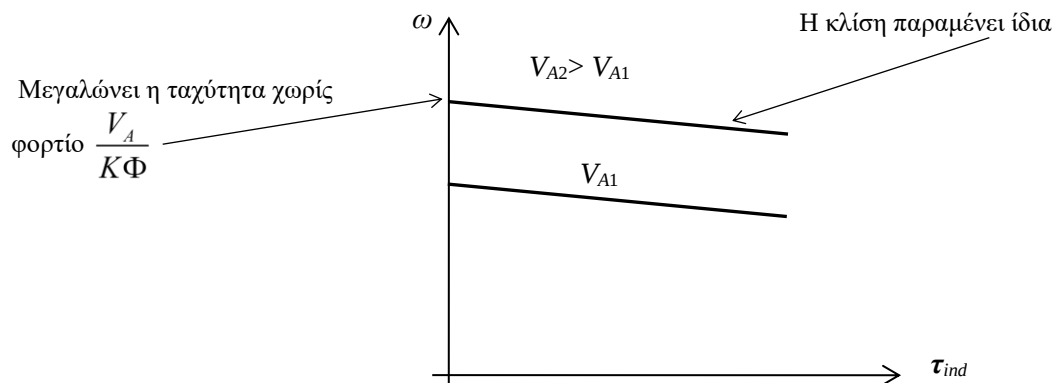
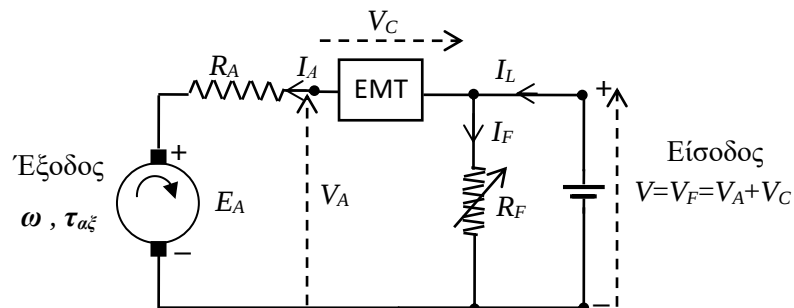


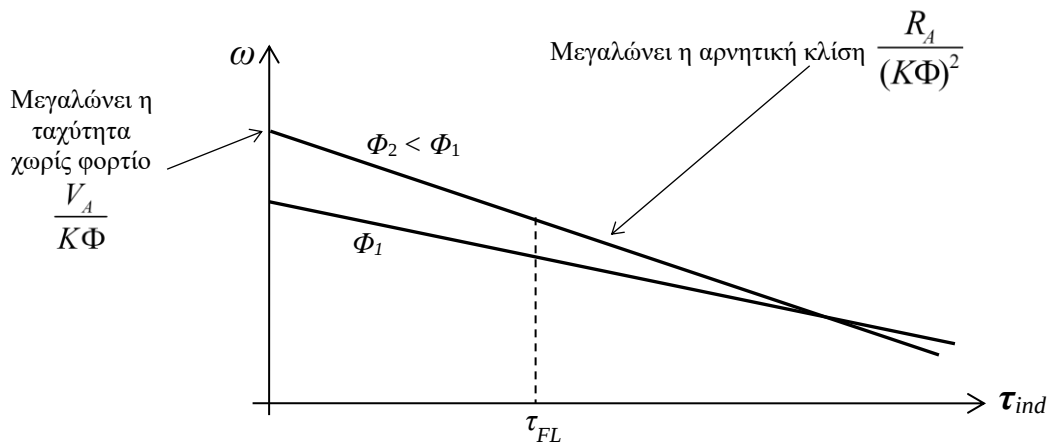
Έλεγχος ταχύτητας

Από την εξίσωση της χαρακτηριστικής καμπύλης φαίνεται και πως μπορούμε να ελέγχουμε την ταχύτητα του κινητήρα για συγκεκριμένο φορτίο : είτε μεταβάλλοντας την μαγνητική ροή Φ , δηλαδή το ρεύμα διέγερσης I_F , είτε μεταβάλλοντας την τάση του οπλισμού V_A χωρίς όμως να επηρεάσουμε το ρεύμα διέγερσης (άρα ή ο κινητήρας είναι ανεξάρτητης διέγερσης $V_A=V$ και V_F ανεξάρτητη ή έχει ελεγκτή μεταβλητής τάσης $V=V_F=V_A+V_C$), είτε τέλος μεταβάλλοντας την αντίσταση οπλισμού R_A (σπάνια, πολύ ενεργοβόρο). Χοντρικά :

- 1) $R_F \uparrow \Rightarrow I_F \downarrow = \frac{V}{R_F} \uparrow \Rightarrow \Phi \downarrow \Rightarrow \omega \uparrow$
- 2) $V_A \uparrow \Rightarrow \omega \uparrow$
- 3) $R_A \uparrow \Rightarrow \omega \downarrow$

Κύκλωμα
Κινητήρα παράλληλης
διέγερσης με ελεγκτή
μεταβλητής τάσης





[Αν η ευθείες επεκταθούν πέρα του σημείου τομής τους σε πολύ μικρές ταχύτητες τότε συμβαίνει το αντίθετο: αύξηση της R_F δηλ. μείωση της Φ μειώνει την ταχύτητα]

Χρησιμοποιώντας κατάλληλο συνδυασμό των μεθόδων 1) και 2) επιτυγχάνεται πάρα πολύ καλός έλεγχος ταχύτητας στους κινητήρες ανεξάρτητης και παράλληλης διέγερσης

Άσκηση 1 (Παράδειγμα 9-4 βιβλίου Chapman)

Κινητήρας ανεξάρτητης διέγερσης με στοιχεία: $P_N = 100 \text{ hp}$, $V_N = 250 \text{ V}$, $n_0 = 1.200 \text{ r/min}$, $R_A = 0,03 \Omega$, $R_F = 41,67 \Omega$. Αρχικά λειτουργεί στην ονομαστική τάση, με ρεύμα οπλισμού $I_A = 120 \text{ A}$ και ταχύτητα $n = 1103 \text{ rpm}$, ενώ του εφαρμόζεται σταθερό φορτίο (σταθερή ροπή). Ποια θα είναι η νέα ταχύτητα του κινητήρα αν η τάση του οπλισμού μειωθεί στα $V = 200 \text{ V}$?

Λύση

Η αρχική επαγωγική τάση από τον κανόνα του Kirchhoff είναι

$$E_A = V - I_A R_A = 250 - 120 \cdot 0,03 = 246,4 \text{ V}$$

Όταν μειωθεί η τάση οπλισμού το ρεύμα οπλισμού δεν θα μεταβληθεί $I_A = \frac{\tau}{K\Phi}$ αφού δεν αλλάζει

ούτε η διέγερση ούτε το φορτίο. Άρα :

$$E'_A = V' - I_A R_A = 200 - 120 \cdot 0,03 = 196,4 \text{ V}$$

Οι επαγωγικές τάσεις είναι ανάλογες της ταχύτητας, όταν η διέγερση δεν μεταβάλλεται, οπότε :

$$\frac{E'_A}{E_A} = \frac{K'\Phi n'}{K'\Phi n} \Rightarrow \frac{E'_A}{E_A} = \frac{n'}{n} \Rightarrow n' = \frac{E'_A}{E_A} n = \frac{196,4}{246,4} \cdot 1.103 = 879 \text{ rpm}$$

Άσκηση 2 (Παράδειγμα 9-1 βιβλίου Chapman)

Να υπολογιστεί η ταχύτητα περιστροφής για τα παρακάτω ρεύματα εισόδου (δικτύου), $I_L = 100, 200, 300 \text{ A}$ και να κατασκευαστεί η χαρακτηριστική καμπύλη του κινητήρα συνεχούς ρεύματος παράλληλης διέγερσης με στοιχεία: $P_N = 50 \text{ hp}$, $V_N = 250 \text{ V}$, $n_0 = 1.200 \text{ r/min}$, $R_A = 0,06 \Omega$, $R_F = 50 \Omega$. Δίνεται ότι όταν ο κινητήρας λειτουργεί χωρίς φορτίο στην ονομαστική τιμή τάσης περιστρέφεται με ταχύτητα $n_0 = 1.200 \text{ r/min}$

Λύση

Υπολογίζουμε ταχύτητες περιστροφής και αντίστοιχες ροπές για να κάνουμε τη γραφική παράσταση

Στη λειτουργία χωρίς φορτίο δεν υπάρχει ροπή. Ο κινητήρας ισορροπεί περιστρεφόμενος με σταθερή ταχύτητα με ρεύμα οπλισμού ίσο με μηδέν :

$$V \rightarrow I_L \rightarrow I_A \rightarrow \tau_{ind} = K\Phi I_A \rightarrow \sum \tau > 0 \rightarrow \alpha > 0 \rightarrow \omega \uparrow$$

$$\omega \uparrow \Rightarrow E_A \uparrow = K\Phi \omega \uparrow \Rightarrow I_A \downarrow = \frac{V_T - E_A \uparrow}{R_A} \Rightarrow \tau \downarrow = K\Phi I_A \downarrow \Rightarrow \alpha \downarrow = \frac{\tau \downarrow}{I} \text{ έως } \alpha = 0 \text{ σε κάποια τελική } \omega_0$$

$$\text{Τότε : } \tau_0 = 0, \quad I_{A0} = 0, \quad V_T = E_{A0} + I_{A0} R_A \Rightarrow V = E_{A0}$$

Οπότε το πρώτο σημείο της καμπύλης είναι για τη λειτουργία χωρίς φορτίο :

$$\tau_0 = 0 \text{ N} \cdot \text{m}, \quad n_0 = 1.200 \text{ rpm}$$

Εφόσον δεν αλλάζουν η αντίσταση διέγερσης και η τάση εισόδου το ρεύμα διέγερσης και άρα η

$$\text{μαγνητική ροή παραμένουν σταθερά : } I_F = \frac{V}{R_F} = \frac{250}{50} = 5 \text{ A}$$

$$I_{L1} = 100 \text{ A} \Rightarrow I_{A1} = I_{L1} - I_F = 100 - 5 = 95 \text{ A}$$

$$E_{A1} = V - I_{A1} R_A = 250 - 95 \cdot 0,06 = 244,3 \text{ V}$$

Αφού η διέγερση (μαγνητική ροή) είναι σταθερή η ταχύτητα βρίσκεται από τη σχέση αναλογίας επαγωγικών τάσεων ταχυτήτων

$$\frac{E_{A1}}{E_{A0}} = \frac{K'\Phi n_1}{K'\Phi n_0} \Rightarrow \frac{E_{A1}}{E_{A0}} = \frac{n_1}{n_0} \Rightarrow n_1 = \frac{E_{A1}}{E_{A0}} n_0$$

$$\text{Οπότε } n_1 = \frac{244,3}{250} \cdot 1.200 = 1.173 \text{ rpm}$$

Η ροπή υπολογίζεται από το σημείο μετατροπής της ενέργειας από ηλεκτρική σε μηχανική

$$P_{\eta\lambda} = P_{\mu\eta\chi} \Rightarrow E_A I_A = \tau_{ind} \omega$$

$$\text{Έτσι } \tau_1 = \frac{E_{A1} I_{A1}}{\omega_1} = \frac{60 E_{A1} I_{A1}}{2\pi n_1} = \frac{60 \cdot 244,3 \cdot 95}{2 \cdot 3,1415 \cdot 1.173} = 190 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{Το δεύτερο σημείο της καμπύλης είναι : } \tau_1 = 190 \text{ N} \cdot \text{m}, \quad n_1 = 1.173 \text{ rpm}$$

Η μετατρεπόμενη ισχύς είναι

$$P_1 = \tau_1 \omega_1 = \tau_1 \frac{2\pi}{60} n_1 = (190) \left(\frac{\pi}{30} \right) (1173) = 23,339 \text{ kW} = 23,339 \text{ kW} \times \frac{1 \text{ hp}}{746 \text{ W}} = 31,3 \text{ hp}$$

Στον άξονα θα φτάσει λίγο μικρότερη ισχύς επειδή πρέπει να αφαιρέσουμε τις σταθερές απώλειες που είναι οι απώλειες πυρήνα (υστέρηση και δινορεύματα) και τις μηχανικές απώλειες (τριβές, ανεμισμός) : $P_{out} = P_{conv} - (P_{Fe} + P_{mech})$

Επαναλαμβάνουμε για τα επόμενα δύο σημεία

$$I_{L2} = 200 \text{ A} \Rightarrow I_{A2} = I_{L2} - I_F = 200 - 5 = 195 \text{ A}$$

$$E_{A2} = V - I_{A2} R_A = 250 - 195 \cdot 0,06 = 238,3 \text{ V}$$

$$n_2 = \frac{E_{A2}}{E_{A0}} n_0 = \frac{238,3}{250} \cdot 1.200 = 1.144 \text{ rpm}$$

$$\text{Έτσι } \tau_2 = \frac{60 E_{A2} I_{A2}}{2\pi n_2} = \frac{60 \cdot 238,3 \cdot 195}{2 \cdot 3,1415 \cdot 1.144} = 388 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{Το δεύτερο σημείο της καμπύλης είναι : } \tau_2 = 388 \text{ N} \cdot \text{m}, \quad n_2 = 1.144 \text{ rpm}$$

Η μετατρεπόμενη ισχύς είναι

$$P_2 = \tau_2 \omega_2 = \tau_2 \frac{2\pi}{60} n_2 = (388) \left(\frac{\pi}{30} \right) (1144) = 46,482 \text{ kW} = 62,3 \text{ hp}$$

Είμαστε ήδη πέρα από το πλήρες φορτίο των 50 hp

$$I_{L3} = 300 \text{ A} \Rightarrow I_{A3} = I_{L3} - I_F = 300 - 5 = 295 \text{ A}$$

$$E_{A3} = V - I_{A3} R_A = 250 - 295 \cdot 0,06 = 232,2 \text{ V}$$

$$n_3 = \frac{E_{A3}}{E_{A0}} n_0 = \frac{232,2}{250} \cdot 1.200 = 1.115 \text{ rpm}$$

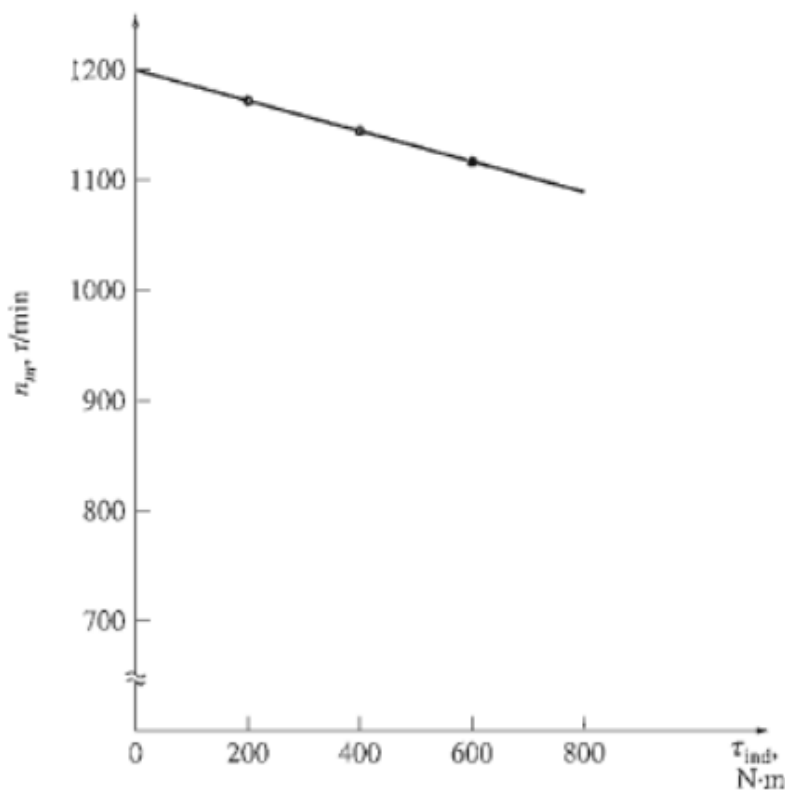
$$\text{Έτσι } \tau_3 = \frac{60 E_{A3} I_{A3}}{2\pi n_3} = \frac{60 \cdot 232,2 \cdot 295}{2 \cdot 3,1415 \cdot 1.115} = 587 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Το τρίτο σημείο της καμπύλης είναι :

$$\tau_3 = 587 \text{ N} \cdot \text{m}, \quad n_3 = 1.115 \text{ rpm}$$

Η μετατρεπόμενη ισχύς είναι

$$P_3 = \tau_3 \omega_3 = \tau_3 \frac{2\pi}{60} n_3 = (587) \left(\frac{\pi}{30} \right) (1115) = 68,540 \text{ kW} = 91,9 \text{ hp}$$



$$\text{Η διακύμανση ταχύτητας είναι : } SR = \frac{n_0 - n_3}{n_3} 100\% = \frac{1200 - 1115}{1115} 100\% = 7,6\%$$

Παράδειγμα 3

Κινητήρας συνεχούς ρεύματος, παράλληλης διέγερσης, έχει ονομαστική τάση 200 V. Η αντίσταση τυμπάνου είναι $R_A = 0,50 \, \Omega$, ενώ η αντίσταση του πηνίου διέγερσης είναι $R_F = 50 \, \Omega$ και η πτώση τάσης επάνω στις ψήκτρες του συλλέκτη είναι 2 V. Το ρεύμα που απορροφά ο κινητήρας στο πλήρες φορτίο είναι 20 A και η ταχύτητα περιστροφής 1.500 rpm. Οι συνολικές μηχανικές απώλειες στο πλήρες φορτίο είναι 265 W και οι απώλειες πυρήνα είναι 75 W.

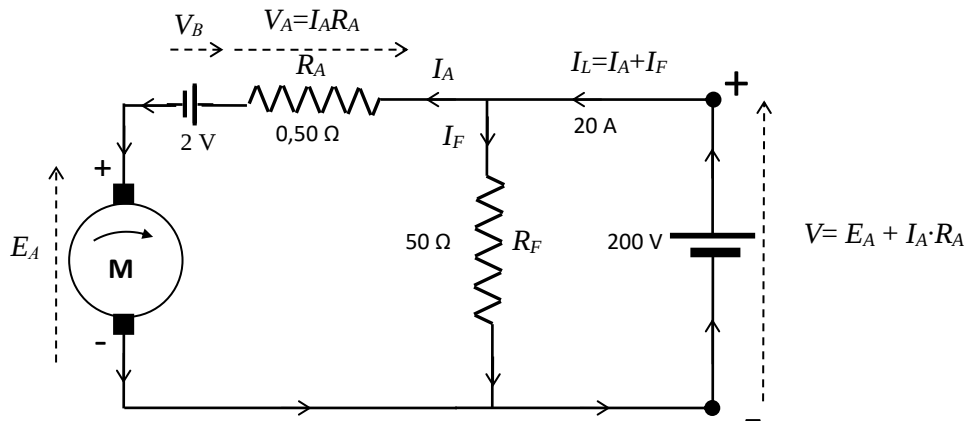
α) Να σχεδιαστεί το ισοδύναμο κύκλωμα του κινητήρα.

β) Να υπολογιστεί το ρεύμα τυμπάνου και η επαγόμενη τάση τυμπάνου στο πλήρες φορτίο.

γ) Να υπολογιστεί ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα.

δ) Να προσδιοριστεί η ροπή στον άξονα του κινητήρα.

Α) Το ισοδύναμο κύκλωμα φαίνεται στο παρακάτω σχήμα όπου



Β) Υπολογίζουμε τα ρεύματα και τις διαφορές δυναμικού

$$I_L = 20 \text{ A}$$

$$I_F = \frac{V_T}{R_F} = \frac{200 \text{ V}}{50 \Omega} \Rightarrow I_F = 4 \text{ A}$$

$$I_A = I_L - I_F = 20 \text{ A} - 4 \text{ A} \Rightarrow \boxed{I_A = 16 \text{ A}}$$

$$E_A = V_T - I_A R_A - V_B = 200 \text{ V} - 16 \text{ A} \cdot 0,50 \Omega - 2 \text{ V} \Rightarrow \boxed{E_A = 190 \text{ V}}$$

Γ) Εισερχόμενη (απορροφούμενη) ηλεκτρική ισχύς

$$P_{in} = V \cdot I_L = 200 \text{ V} \cdot 20 \text{ A} \Rightarrow \boxed{P_{in} = 4.000 \text{ W} = 4 \text{ kW}}$$

Ωμικές απώλειες τυμπάνου

$$P_A = I_A^2 \cdot R_A = 16^2 \text{ A}^2 \cdot 0,50 \Omega \Rightarrow P_A = 128 \text{ W}$$

Ωμικές απώλειες πηνίου παράλληλης διέγερσης

$$P_F = I_F^2 \cdot R_F = 4^2 \text{ A}^2 \cdot 50 \Omega \Rightarrow P_F = 800 \text{ W}$$

Απώλειες ψηκτρών

$$P_B = V_B \cdot I_A = 2 \text{ V} \cdot 16 \text{ A} \Rightarrow P_B = 32 \text{ W}$$

Μηχανικές απώλειες

$$P_{mech} = 265 \text{ W}$$

Απώλειες πυρήνα

$$P_{Fe} = 75 \text{ W}$$

Συνολικές απώλειες ισχύος

$$P_{loss} = P_A + P_F + P_B + P_{mech} + P_{Fe} = 128 \text{ W} + 800 \text{ W} + 32 \text{ W} + 265 \text{ W} + 75 \text{ W} \Rightarrow \boxed{P_{loss} = 1.300 \text{ W}}$$

Εξερχόμενη (ωφέλιμη) μηχανική ισχύς

$$P_{out} = P_{in} - P_{loss} = 4000 \text{ W} - 1300 \text{ W} \Rightarrow \boxed{P_{out} = 2.700 \text{ W}}$$

Βαθμός απόδοσης

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \cdot 100\% = \frac{2.700 \text{ W}}{4.000 \text{ W}} \cdot 100\% \Rightarrow \boxed{\eta = 67,5\%}$$

Δ)

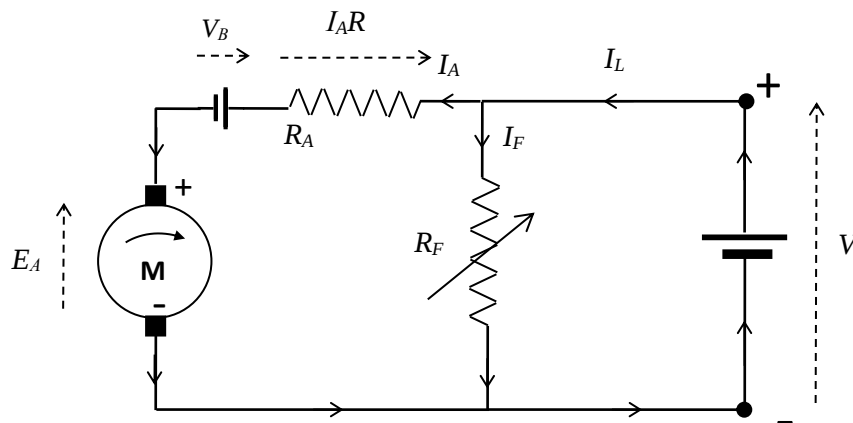
$$\tau_{\alpha\xi} = \frac{P_{out}}{\omega} = \frac{P_{out}}{n} \cdot \frac{60}{2\pi} = \frac{2700 \text{ W}}{1500 \text{ rpm}} \cdot \frac{30}{3,14} \Rightarrow \boxed{\tau_{\alpha\xi} = 17,2 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

Παράδειγμα 4

Κινητήρας συνεχούς ρεύματος, παράλληλης διέγερσης, με ονομαστικά μεγέθη $P_{out} = 40,0 \text{ Hp}$ και $V = 400 \text{ V}$ έχει αντίσταση τυμπάνου $R_A = 1,00 \Omega$ και αντίσταση παράλληλου πηνίου διέγερσης $R_F = 200 \Omega$, ενώ η πτώση τάσης στις ψήκτρες του συλλέκτη είναι $V_B = 8 \text{ V}$. Ο κινητήρας απορροφά από το δίκτυο ρεύμα $I_L = 100 \text{ A}$ στο πλήρες φορτίο και περιστρέφεται με ταχύτητα $n = 1000 \text{ rpm}$.

1 Να σχεδιαστεί το ισοδύναμο κύκλωμα του κινητήρα.

Το ισοδύναμο κύκλωμα του κινητήρα φαίνεται στο παρακάτω σχήμα,



2 Να υπολογιστεί το ρεύμα τυμπάνου I_A

$$I_L = 100 \text{ A}, \quad I_F = V/R_F = 400\text{V}/50\Omega \Rightarrow I_F = 8 \text{ A}$$

$$I_A = I_L - I_F = 100 \text{ A} - 8 \text{ A} \Rightarrow \boxed{I_A = 92 \text{ A}}$$

3 Να υπολογιστεί η επαγόμενη τάση τυμπάνου E_A

$$E_A = V - I_A R_A - V_B = 400 - 92 \cdot 1 - 8 \Rightarrow \boxed{E_A = 300 \text{ V}}$$

4 Να υπολογιστεί ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα ($1 \text{ Hp} = 0,746 \text{ kW}$)

$$P_{out} = 40 \text{ hp} \cdot 0,746 \text{ kW/hp} \Rightarrow P_{out} = 29,84 \text{ kW}$$

$$P_{in} = V \cdot I_L = 400 \text{ V} \cdot 100 \text{ A} \Rightarrow P_{in} = 40 \text{ kW}$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \cdot 100\% = \frac{29,84 \text{ kW}}{40 \text{ kW}} \cdot 100 \Rightarrow \boxed{\eta = 74,6\%}$$

5 Να υπολογιστεί η ροπή στον άξονα του κινητήρα τ_{out}

$$\omega = \frac{2\pi}{60} n = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1000}{60} \Rightarrow \omega = 104,7 \text{ rad/s}$$

$$\tau_{\alpha\xi} = \frac{P_{out}}{\omega} = \frac{29.840 \text{ W}}{104,7 \text{ rad/s}} = 284,95 \text{ N} \cdot \text{m} \Rightarrow \boxed{\tau_{\alpha\xi} = 285 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

Παράδειγμα 5 Άμεσες επιπτώσεις μείωσης της μαγνητικής ροής σε κινητήρα

Κινητήρας ξένης διέγερσης $V = 220 \text{ V}$ έχει αντίσταση τυμπάνου $R_A = 0.2 \Omega$ και για συγκεκριμένο φορτίο το ρεύμα τυμπάνου είναι $I_A = 30 \text{ A}$. Ποιο είναι το άμεσο αποτέλεσμα στην ροπή που αναπτύσσεται στον κινητήρα αν η ροή του μαγνητικού πεδίου μειωθεί κατά 3% ;

Λύση

Η ροπή που αναπτύσσεται στον κινητήρα για ρεύμα τυμπάνου $I_A = 30 \text{ A}$ δίνεται από τον τύπο (δύναμη Laplace)

$$\tau = K\Phi I_A = 30 \cdot K\Phi$$

ενώ η επαγωγική τάση που αναπτύσσεται στο τύμπανο είναι

$$E = V_{in} - I_A R_A = 220 - 30 \cdot 0,2 \Rightarrow E = 214 \text{ V} \quad \text{και} \quad E = K\Phi\omega$$

Όταν η μαγνητική ροή γίνει $\Phi' = 0,97 \cdot \Phi$, η επαγωγική τάση θα μειωθεί και αυτή ανάλογα κατά 3% στο 97% της τιμής της, αφού η ταχύτητα ω δεν μπορεί να αλλάξει στιγμιαία. Οπότε η νέα επαγωγική τάση θα είναι: $E' = 0,97 \cdot E = 0,97 \cdot 214 \Rightarrow E' = 207,58 \text{ V}$

και το νέο ρεύμα τυμπάνου θα είναι

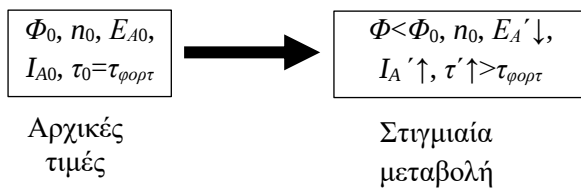
$$I'_A = \frac{V_T - E'}{R_A} = \frac{220 - 207,58}{0,2} \Rightarrow I'_A = 62,1 \text{ A}$$

Η νέα ροπή θα είναι $\tau' = K\Phi' I'_A = 62,1 \cdot 0,97 \cdot K\Phi \Rightarrow \tau' = 60,24 \cdot K\Phi$

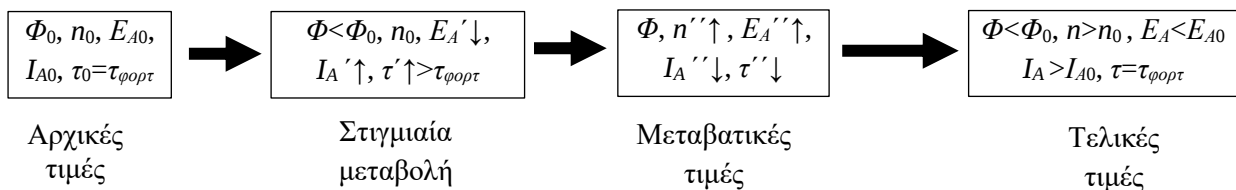
$$\text{Άρα } \frac{\tau'}{\tau} = \frac{60,24 \cdot K\Phi}{30 \cdot K\Phi} \Rightarrow \frac{\tau'}{\tau} = 2,008$$

Η νέα ροπή αυξάνεται αρχικά (σχεδόν στιγμιαία) και θα είναι 2 φορές μεγαλύτερη από την παλιά (100% αύξηση).

Οι μεταβολές αυτές παριστάνονται σχηματικά παρακάτω



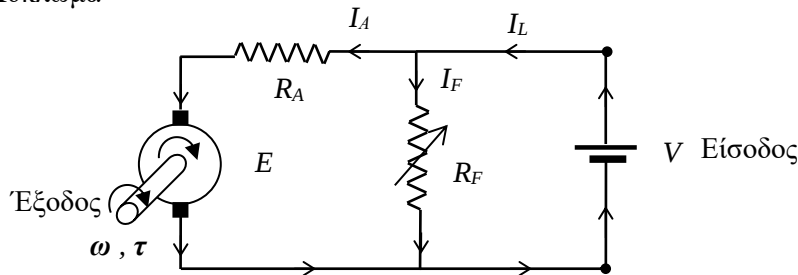
Οι αρχικές (στιγμιαίες) αυτές μεταβολές θα εξελιχθούν και θα ισορροπήσουν σε νέες σταθερές τιμές όπως περιγράφεται παρακάτω. Η αυξημένη ροπή του κινητήρα γίνεται τώρα μεγαλύτερη της ροπής του φορτίου που εφαρμοζόταν εκείνη τη στιγμή και άρα θα προκαλέσει επιτάχυνση. Η ταχύτητα αυξάνεται σε μεγαλύτερη τιμή. Αυτό προκαλεί αύξηση της επαγωγικής τάσης και άρα μείωση του ρεύματος τυμπάνου και άρα της παραγόμενης ροπής. Η ροπή θα μειωθεί έως οι ροπές κινητήρα και φορτίου να ισορροπούν πάλι και ο κινητήρας θα γυρίζει με σταθερή ταχύτητα που είναι όμως μεγαλύτερη από πριν.

**Παράδειγμα 6 Μείωση μαγνητικής ροής σε κινητήρα παράλληλης διέγερσης**

Κινητήρας παράλληλης διέγερσης ($V_F = V$) έχει αντίσταση τυμπάνου $R_A = 0,25 \Omega$ λειτουργεί με τάση εισόδου $V = 250 \text{ V}$, περιστρέφεται με ταχύτητα $n_0 = 1500 \text{ rpm}$ και παράγει στο εσωτερικό του επαγωγική τάση $E_{A0} = 245 \text{ V}$. Ρυθμίζοντας την αντίσταση του πηνίου παράλληλης διέγερσης R_F μεταβάλλουμε το ρεύμα διέγερσης $I_F = V/R_F$ και άρα τη μαγνητική ροή $\Phi(I_F)$. Ποιες θα είναι οι επιπτώσεις στο ρεύμα οπλισμού, στη ροπή και στην ταχύτητα του κινητήρα αν η μαγνητική ροή μειωθεί κατά 1% κατά 10% και κατά 50% αντίστοιχα?

Λύση

Κύκλωμα



Εξισώσεις

Μαγνητικές	$E = K\Phi\omega$	$\tau = K\Phi I_A$	$\Phi = kI_F$
Ηλεκτρικές	$I_L = I_F + I_A$	$V_T = E + I_A R_A$	$P_{in} = V_T I_L$
Μηχανικές	$\omega = \frac{2\pi}{60} n$		$P_{out} = \tau\omega$

Αρχικό ρεύμα τυμπάνου: $I_{A0} = \frac{V - E_{A0}}{R_A} = \frac{250 - 245}{0,25} = \frac{5}{0,25} = 20 \text{ A}$

Περίπτωση 1% Η επαγωγική τάση θα μειωθεί στιγμιαία επίσης κατά 1% καθώς είναι ανάλογη της μαγνητικής ροής $E = K'\Phi n$ (η ταχύτητα n δεν θα αλλάξει στιγμιαία)

$$\Phi = 0,99\Phi_0$$

$$E_A' = K'\Phi\omega = 0,99 \cdot K'\Phi_0\omega = 0,99 \cdot E_{A0} = 0,99 \cdot 245 = 242,55 \text{ V}$$

Το ρεύμα τυμπάνου που ήταν αρχικά $I_{A0} = 20 \text{ A}$ θα αυξηθεί σε

$$I_A' = \frac{V - E'}{R_A} = \frac{250 - 242,55}{0,25} = \frac{7,45}{0,25} = 29,8 \text{ A} \Rightarrow \frac{I_A'}{I_{A0}} = \frac{29,8}{20} \Rightarrow I_A' = 1,49 I_{A0}$$

(αγνοούμε την αντίδραση οπλισμού δηλαδή τη μείωση της μαγνητικής ροής λόγω αυτής της αύξησης του ρεύματος τυμπάνου)

Η αρχική αύξηση του ρεύματος τυμπάνου είναι πολύ μεγαλύτερη από το 1% της μαγνητικής ροής και είναι ίση με 49%

Οπότε και η ροπή, που δίνεται από τον τύπο $\tau = K\Phi I_A$, θα αυξηθεί, καθώς η αρχική μείωση της μαγνητικής ροής υπερκαλύπτεται από την αρχική αύξηση του ρεύματος τυμπάνου :

$$\tau' = K\Phi I_A' = 0,99 \cdot 1,49 \cdot K\Phi_0 I_{A0} = 1,4751 \cdot \tau$$

Η ροπή που αναπτύσσει ο κινητήρας αυξάνεται περίπου κατά 47,5 %. Όμως μέχρι εκείνη τη στιγμή η ροπή του κινητήρα εξισορροπούσε τη ροπή του φορτίου $\tau_0 = K\Phi I_{A0} = \tau_{φορτ}$ ώστε ο κινητήρας να γυρίζει και να μετακινεί το φορτίο με σταθερή ταχύτητα (αγνοούμε τριβές στον άξονα και παίρνουμε τη ροπή που αναπτύσσεται από επαγωγή ίση με την τελική ροπή εξόδου στον άξονα του κινητήρα) Επειδή τώρα $\tau' > \tau_{φορτ}$ ο κινητήρας θα επιταχύνει και θα ανέβει σε μεγαλύτερη ταχύτητα.

Αυτό θα προκαλέσει αύξηση της παραγόμενης επαγωγικής τάσης και επακόλουθα μείωση του ρεύματος τυμπάνου και της ροπής μέχρι η ροπή να γίνει πάλι ίση με τη ροπή του φορτίου και ο κινητήρας να περιστρέφεται πάλι με σταθερή αλλά μεγαλύτερη ταχύτητα.

$$\tau = K\Phi I_A = \tau_{φορτ}$$

$$\tau_{φορτ} = \tau \Rightarrow \tau_{φορτ} = K\Phi I_A \Rightarrow I_A = \frac{\tau_{φορτ}}{K\Phi} = \frac{K\Phi_0 I_{A0}}{K\Phi} = \frac{1}{0,99} I_A \Rightarrow I_A = 1,01 \cdot I_{A0} = 1,01 \cdot 20 = 20,2 \text{ A}$$

Το ρεύμα τυμπάνου θα σταθεροποιηθεί τελικά σε 1% αυξημένη τιμή από την αρχική. Η τελική επαγωγική τάση θα είναι

$$E_A = V - I_A R_A = 250 - 20,2 \cdot 0,25 = 244,95 \text{ V}$$

$$\frac{E_A}{E_{A0}} = \frac{244,95}{245} = 0,9998 \Rightarrow E_A = 0,9998 \cdot E_{A0}, \text{ μείωση κατά } 0,02 \% \text{ αμελητέα}$$

Η τελική ταχύτητα θα βρεθεί από :

$$E_A = K\Phi\omega \Rightarrow \omega = \frac{E_A}{K\Phi} = \left(\frac{0,9998}{0,99} \right) \frac{E_{A0}}{K\Phi_0} = 1,01 \cdot \omega_0 \Rightarrow n = 1,01 \cdot n_0$$

$$n = 1,01 \cdot 1500 = 1515 \text{ rpm} \quad \text{μικρή αύξηση στροφών κατά } 1 \%$$

Περίπτωση 10%

$$\Phi = 0,90 \cdot \Phi_0$$

$$E_A' = K\Phi\omega_0 = 0,90 \cdot K\Phi_0\omega_0 = 0,90 \cdot E_{A0} = 0,90 \cdot 245 = 220,5 \text{ V} \quad \text{αρχική μείωση κατά } 10\%$$

$$I_A' = \frac{V_T - E_A'}{R_A} = \frac{250 - 220,5}{0,25} = \frac{29,5}{0,25} = 118 \text{ A}$$

$$\frac{I_A'}{I_{A0}} = \frac{118}{20} \Rightarrow I_A' = 5,9 \cdot I_{A0} \quad \text{αρχική αύξηση κατά } 490\%$$

(αγνοούμε την αντίδραση οπλισμού δηλαδή τη μείωση της μαγνητικής ροής λόγω αυτής της αύξησης του ρεύματος τυμπάνου)

$$\tau' = K\Phi I_A' = 0,90 \cdot 5,9 \cdot K\Phi_0 I_{A0} = 5,31 \cdot \tau_0 \quad \text{αρχική αύξηση κατά } 431\%$$

$\tau' > \tau_{\text{φορτ}} \Rightarrow \sum \tau \neq 0 \Rightarrow \text{Επιτάχυνση} \rightarrow \text{αύξηση στροφών} \rightarrow \text{αύξηση } E_A \rightarrow \text{μείωση } I_A \rightarrow \text{μείωση ροπής έως εξίσωσής της πάλι με τη ροπή φορτίου}$

$$\tau = \tau_{\text{φορτ}} \Rightarrow K\Phi I_A = \tau_{\text{φορτ}} \Rightarrow$$

$$I_A = \frac{\tau_{\text{φορτ}}}{K\Phi} = \frac{K\Phi_0 I_{A0}}{K\Phi} = \frac{\Phi_0}{\Phi} I_{A0} = \frac{1}{0,90} I_{A0} \Rightarrow I_A = 1,111 \cdot I_{A0} = 1,111 \cdot 20 \Rightarrow I_A = 22,22 \text{ A}$$

Το ρεύμα τυμπάνου θα σταθεροποιηθεί τελικά σε αυξημένη κατά 11,1 % τιμή από την αρχική. Η τελική επαγωγική τάση θα είναι

$$E_A = V - I_A R_A = 250 - 22,22 \cdot 0,25 = 244,45 \text{ V}$$

$$\frac{E_A}{E_{A0}} = \frac{244,45}{245} \Rightarrow E_A = 0,9977 \cdot E_{A0}, \text{ μεταβολή κατά } \frac{\Delta E_A}{E_{A0}} 100\% = \frac{E_A - E_{A0}}{E_{A0}} 100\% = -0,23\%$$

Πάλι βλέπουμε ότι η μεταβολή της επαγωγικής τάσης είναι πολύ μικρή

Η τελική ταχύτητα θα βρεθεί από :

$$E_A = K\Phi\omega \Rightarrow \omega = \frac{E_A}{K\Phi} = \left(\frac{0,9977}{0,90} \right) \frac{E_{A0}}{K\Phi_0} = 1,1086 \cdot \omega_0 \Rightarrow n = 1,1086 \cdot n_0 \Rightarrow$$

$$n = 1,1086 \cdot 1500 = 1663 \text{ rpm} \quad \text{αύξηση στροφών κατά } 10,86 \%$$

Περίπτωση 50%

$$\Phi = 0,50 \cdot \Phi_0$$

$$E_A' = K\Phi\omega_0 = 0,50 \cdot K\Phi_0\omega_0 = 0,50 \cdot E_{A0} = 0,50 \cdot 245 = 122,5 \text{ V} \quad \text{αρχική μείωση κατά } 50\%$$

$$I_A' = \frac{V_T - E_A'}{R_A} = \frac{250 - 122,5}{0,25} = \frac{127,5}{0,25} = 510 \text{ A}$$

$$\frac{I_A'}{I_{A0}} = \frac{510}{20} \Rightarrow I_A' = 25,5 \cdot I_{A0}$$

$$\text{αρχική αύξηση κατά } \frac{\Delta I_A}{I_{A0}} \cdot 100\% = \frac{I_A' - I_{A0}}{I_{A0}} \cdot 100\% = 24,5 \cdot 100\% = 2.450\%$$

(αγνοούμε την αντίδραση οπλισμού δηλαδή τη μείωση της μαγνητικής ροής λόγω αυτής της αύξησης του ρεύματος τυμπάνου)

$$\tau' = K\Phi I_A' = 0,50 \cdot 25,5 \cdot K\Phi_0 I_{A0} = 12,75 \cdot \tau_0 \quad \text{αύξηση κατά } 1,275 \%$$

$\tau'_{\text{αναπτ}} > \tau_{\text{φορτ}} \Rightarrow \sum \tau \neq 0 \Rightarrow \text{Επιτάχυνση} \rightarrow \text{αύξηση στροφών} \rightarrow \text{αύξηση } E \rightarrow \text{μείωση } I_A \rightarrow \text{μείωση ροπής έως εξίσωσής της πάλι με τη ροπή φορτίου}$

$$\tau = \tau_{\text{φορτ}} \Rightarrow K\Phi I_A = \tau_{\text{φορτ}} \Rightarrow$$

$$I_A = \frac{\tau_{\text{φορτ}}}{K\Phi} = \frac{K\Phi_0 I_{A0}}{K\Phi} = \frac{1}{0,50} I_{A0} \Rightarrow I_A = 2I_{A0} = 2 \cdot 20 = 40 \text{ A}$$

Το ρεύμα τυμπάνου θα σταθεροποιηθεί τελικά σε αυξημένη κατά 100 % τιμή από την αρχική. Η τελική επαγωγική τάση θα είναι

$$E_A = V - I_A R_A = 250 - 40 \cdot 0,25 = 240 \text{ V}$$

$$\frac{E_A}{E_{A0}} = \frac{240}{245} \Rightarrow E_A = 0,9796 \cdot E_{A0}, \quad \text{μείωση κατά } 2,04 \%$$

Η τελική ταχύτητα θα βρεθεί από :

$$E_A = K\Phi \omega \Rightarrow \omega = \frac{E_A}{K\Phi} = \left(\frac{0,9796}{0,50} \right) \frac{E_{A0}}{K\Phi_0} = 1,9592 \cdot \omega_0 \Rightarrow n = 1,9592 \cdot n_0 \Rightarrow$$

$$n = 1,9592 \cdot 1500 = 2939 \text{ rpm} \quad \text{αύξηση στροφών κατά } 95,92 \%$$

Συγκεντρωτικά

Μεταβολή Φ	Μεταβολή I_A	Μεταβολή E_A	Μεταβολή n
- 1 %	+ 1 %	- 0,02 %	+ 1 %
- 10 %	+ 11,1 %	- 0,23 %	+ 10,86 %
- 50 %	+ 100 %	- 2,04 %	+ 95,92 %

[Ακραία Περίπτωση: αύξηση της αντίστασης διέγερσης στο άπειρο, δηλαδή διακοπή του κυκλώματος διέγερσης.] Τότε η Φ μειώνεται απότομα στην τιμή της παραμένουσας μαγνήτισης του σιδηρομαγνητικού πυρήνα των πόλων Φ_{res} που είναι πολύ μικρή και ανάλογα μειώνεται και η επαγωγική τάση E , σχεδόν μηδενίζεται. Η αύξηση του ρεύματος τυμπάνου είναι πολύ μεγάλη όπως και η αύξηση της αναπτυσσόμενης ροπής και της ταχύτητας. Η επακόλουθη αύξηση της επαγωγικής τάσης που θα προκαλέσει μείωση του ρεύματος τυμπάνου και της ροπής, κατά πάσα πιθανότητα δεν θα προλάβει να εξισορροπήσει τις ροπές πριν ο κινητήρας που διαρκώς επιταχύνεται καταστραφεί από μεγάλη ταχύτητα (συνήθως καταστρέφονται αν δεν προλάβουμε να κλείσουμε το διακόπτη της τάσης εισόδου).]

Συνοπτικά (αγνοώντας την αντίδραση οπλισμού)

Μείωση της μαγνητικής ροής κατά κλάσμα $0 < r < 1$:

Τελικό ρεύμα οπλισμού από την εξίσωση των ροπών

$$\tau = \tau_{\text{φορτ}} \Rightarrow K\Phi I_A = K\Phi_0 I_{A0} \Rightarrow I_A = \frac{\Phi_0}{\Phi} I_{A0} \Rightarrow$$

$$\Phi = (1-r)\Phi_0 \quad \downarrow$$

$$I_A = \frac{I_{A0}}{1-r} \quad \uparrow$$

Τελική επαγωγική τάση από Kirchhoff

$$E_A = V - I_A R_A \Rightarrow$$

$$E_A = V - \frac{I_{A0}}{1-r} R_A \quad \downarrow$$

$$\text{Βρίσκουμε τον λόγο των τάσεων } \varepsilon = \frac{E_A}{E_{A0}} < 1$$

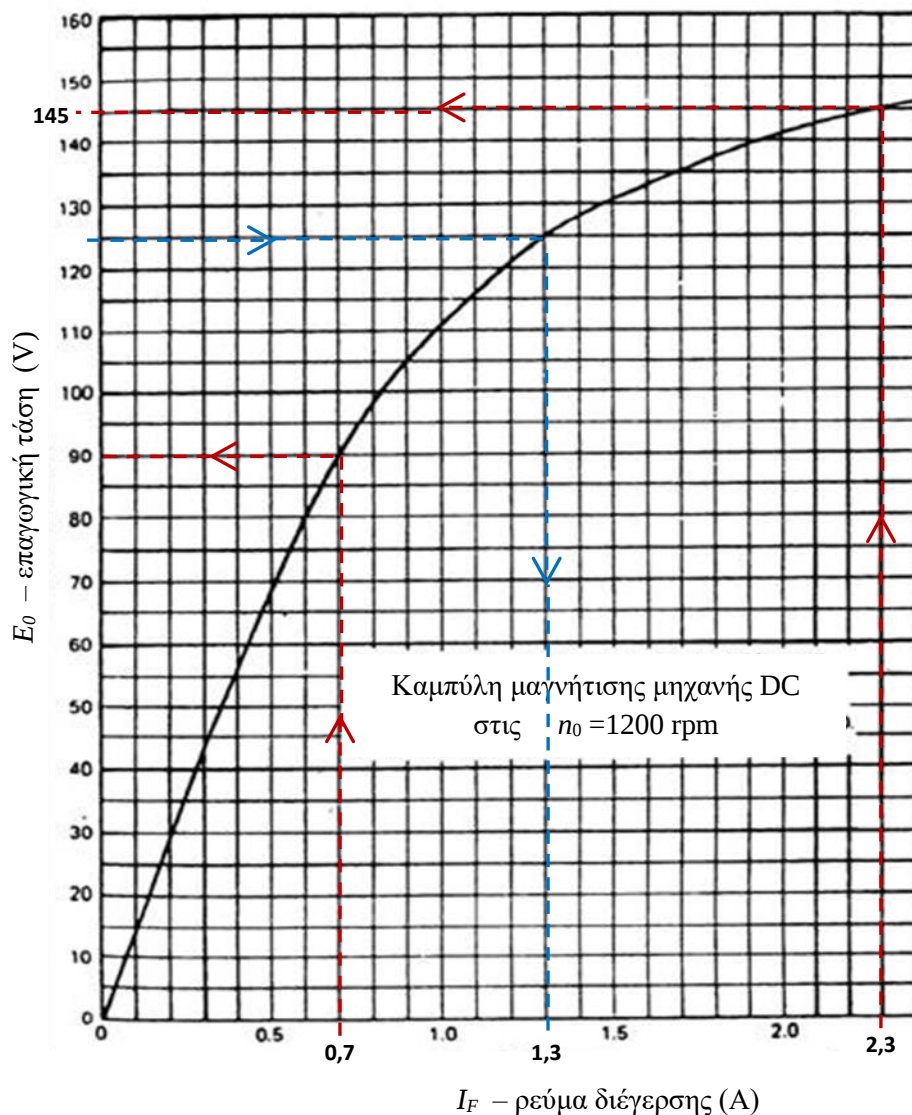
Μπορεί να δειχτεί ότι $\varepsilon > 1 - r$

Τελική ταχύτητα από νόμο Faraday

$$E_A = K\Phi\omega \Rightarrow \omega = \frac{E_A}{K\Phi} = \frac{\varepsilon}{1-r} \left(\frac{E_{A0}}{K\Phi_0} \right) \Rightarrow \omega = \frac{\varepsilon}{1-r} \omega_0 \quad \uparrow$$

Παράδειγμα 6 Καμπύλη μαγνήτισης

Η καμπύλη μαγνήτισης μιας ηλεκτρικής μηχανής συνεχούς ρεύματος E vs. I_F για ταχύτητα $n_0 = 1.200$ rpm δίνεται στην παρακάτω γραφική παράσταση.



Η μηχανή έχει αντίσταση τυμπάνου $R_A = 0,2 \, \Omega$ και αντίσταση πηνίου παράλληλης διέγερσης $R_F = 50 \, \Omega$. Η μηχανή συνδέεται ως **κινητήρας παράλληλης διέγερσης** σε πηγή τάσης $V = 125$ V και το ρεύμα διέγερσης ρυθμίζεται με μεταβλητή αντίσταση σε σειρά με την R_F .

A) Αν το ρεύμα διέγερσης ρυθμιστεί στα $I_F = 0,70$ A, τι ταχύτητα θα έχει ο κινητήρας όταν αναπτύσσει ροπή $\tau = 30$ Nm?

B) Αν το ρεύμα διέγερσης ρυθμιστεί στα $I_F = 2,3$ A, τι ταχύτητα θα έχει ο κινητήρας όταν αναπτύσσει την ίδια ροπή $\tau = 30$ Nm?

Γ) Για κάποιο λόγο θέλω η μηχανή να μετακινεί τα φορτία με ταχύτητα $n = 1100$ rpm. Αν το φορτίο που θέλω να μετακινήσω είναι $\tau = 52$ N·m σε ποια τιμή θα πρέπει να ρυθμίσω το ρεύμα διέγερσης I_F ?

Δ) Ποια είναι η απόδοση του κινητήρα στις παραπάνω περιπτώσεις? (αγνοήστε απώλειες πυρήνα και μηχανικές απώλειες)

Λύση

A) Η μαγνητική ροή τώρα δεν θα είναι παντού ανάλογη με το ρεύμα διέγερσης $\Phi \neq kI_F$ αλλά μια πιο περίπλοκη συνάρτηση που δίνεται από την καμπύλη μαγνήτισης $\Phi = \Phi(I_F)$. Οι υπόλοιπες εξισώσεις ισχύουν και πρέπει να ικανοποιούνται ταυτόχρονα :

$$E = K\Phi\omega \quad (1), \quad \tau = K\Phi I_A \quad (2), \quad E = V - I_A R_A \quad (3)$$

A) Από την (1) βλέπουμε ότι οι στροφές είναι ανάλογες με την επαγωγική τάση άρα :

$$\left. \begin{aligned} E &= K\Phi(I_F)\omega = K\Phi(I_F)\frac{2\pi}{60}n \\ E_0 &= K\Phi(I_F)\omega_0 = K\Phi(I_F)\frac{2\pi}{60}n_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{n}{n_0} = \frac{E}{E_0} \Rightarrow \boxed{n = n_0 \frac{E}{E_0}}$$

Την E_0 θα την βρούμε από την καμπύλη μαγνήτισης και την E από το ρεύμα τυμπάνου (3) που θα το βρούμε από τη ροπή (2). Επειδή το ρεύμα διέγερσης παραμένει σταθερό $I_F=0,70$ A και η μαγνητική ροή θα παραμένει σταθερή, άρα και η συνδυασμένη σταθερά $K\Phi$. Την υπολογίζουμε από τη σχέση $E_0 = K\Phi\omega_0$. Από την καμπύλη μαγνήτισης στις $n_0=1.200$ rpm βρίσκουμε ότι σε ρεύμα διέγερσης $I_F=0,70$ A αντιστοιχεί επαγωγική τάση $\boxed{E_0=90 \text{ V}}$. οπότε :

$$E_0 = K\Phi\omega_0 \Rightarrow K\Phi = \frac{E_0}{\omega_0} = \frac{90 \text{ V}}{2\pi \cdot 1200 / 60 \text{ rad/s}} = \frac{9}{4\pi} \text{ V} \cdot \text{s} \Rightarrow \boxed{K\Phi = 0,7162 \text{ Wb}}$$

$$\tau = K\Phi I_A \Rightarrow I_A = \frac{\tau}{K\Phi} = \frac{30 \text{ N} \cdot \text{m}}{0,7162 \text{ V} \cdot \text{s}} \Rightarrow \boxed{I_A = 41,9 \text{ A}}$$

$$\text{Θυμίζουμε ότι } \text{N} \cdot \text{m} = \text{J} \text{ και } \text{V} = \text{J/C} \text{ άρα } \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{V} \cdot \text{s}} = \frac{\text{J}}{\frac{\text{J}}{\text{C}} \cdot \text{s}} = \frac{\text{C}}{\text{s}} = \text{A}$$

$$E = V - I_A R_A = 125 - 41,9 \cdot 0,2 = \boxed{E = 116,6 \text{ V}}$$

$$\text{Οπότε } n = n_0 \frac{E}{E_0} = 1200 \frac{116,6}{90} \Rightarrow \boxed{n = 1555 \text{ rpm}}$$

Ισοδύναμα θα μπορούσαμε να αντικαταστήσουμε τις (2) και (3) στην (1) και να βρούμε την χαρακτηριστική καμπύλη του κινητήρα που συνδέει την ταχύτητα με τη ροπή

$$E = K\Phi\omega \Rightarrow \omega = \frac{E}{K\Phi} = \frac{V}{K\Phi} - I_A \frac{R_A}{K\Phi} = \frac{V}{K\Phi} - \frac{\tau}{K\Phi K\Phi} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{V}{K\Phi} - \frac{R_A}{K^2\Phi^2} \cdot \tau}$$

Από όπου για $K\Phi = 0,7162 \text{ V} \cdot \text{s}$ που το υπολογίζουμε όπως πριν, παίρνουμε

$$\omega = \frac{125}{0,7162} - \frac{0,2}{(0,7162)^2} \cdot 30 = 162,8 \text{ rad/s}$$

$$n = \frac{60}{2\pi} \omega \Rightarrow n = 1555 \text{ rpm}$$

$$\text{B) } I_F = 2,3 \text{ A} \xrightarrow{\text{καμπύλη μαγνήτισης}} E_0 = 145 \text{ V} \text{ στις } n_0 = 1200 \text{ rpm}$$

$$E_0 = K\Phi\omega_0 \Rightarrow K\Phi = \frac{E_0}{\omega_0} = \frac{145 \text{ V}}{2\pi \cdot 1200 / 60 \text{ rad/s}} = \frac{29}{8\pi} \text{ V} \cdot \text{s} \Rightarrow \boxed{K\Phi = 1,154 \text{ Wb}}$$

$$\omega = \frac{V}{K\Phi} - \frac{R_A}{K^2\Phi^2} \cdot \tau = \frac{125}{1,154} - \frac{0,2}{(1,154)^2} \cdot 30 \Rightarrow \boxed{\omega = 103,8 \text{ rad/s}}$$

$$n = \frac{60}{2\pi} \omega \Rightarrow \boxed{n = 991,3 \text{ rpm}}$$

[Επιβεβαιώνουμε ότι $E = K\Phi\omega = 1,154 \cdot 103,8 = 119,8 < 125 \text{ V} = V$.

$$\text{Επίσης } \tau = K\Phi I_A \Rightarrow I_A = \frac{\tau}{K\Phi} = \frac{30 \text{ N}\cdot\text{m}}{1,154 \text{ V}\cdot\text{s}} \Rightarrow I_A = 26 \text{ A}$$

$$E = V - I_A R_A = 125 - 26 \cdot 0,2 = 119,8 \text{ V}]$$

Όταν αυξάνεται η μαγνητική ροή ο κινητήρας μετακινεί το ίδιο φορτίο με μικρότερη ταχύτητα.

Γ) Με τους ίδιους τύπους εργαζόμαστε τώρα αντίστροφα. Από την E_0 θα βρούμε το ρεύμα διέγερσης I_F . Την E_0 θα την βρούμε από την $E_0 = E \frac{n_0}{n}$ Για να βρούμε την E χρησιμοποιούμε την (3)

$E = V - I_A R_A$. Το ρεύμα τυμπάνου το βρίσκουμε πολλαπλασιάζοντας τις (1) και (2):

$$\left. \begin{aligned} K\Phi\omega &= E \\ \tau &= K\Phi I_A \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tau\omega = EI_A \Rightarrow I_A = \frac{\tau\omega}{E}$$

Αυτή η εξίσωση δεν είναι τίποτα άλλο παρά η διατήρηση της ενέργειας. Η εισερχόμενη ηλεκτρική ισχύς στον δρομέα $E I_A$ μετατρέπεται σε μηχανική ισχύ $\tau\omega$.

Αντικαθιστώντας στην (1) καταλήγουμε σε μια δευτεροβάθμια εξίσωση για την E την οποία λύνουμε από τον γνωστό τύπο:

$$E = V - I_A R_A \Rightarrow E = V - \frac{\tau\omega}{E} R_A \Rightarrow \boxed{E^2 - VE + \tau\omega R_A = 0}$$

Η διακρίνουσα είναι $\Delta = V^2 - 4 \cdot 1 \cdot \tau\omega R_A = 10850,72$ και οι λύσεις

$$E = \frac{V \pm \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{125 \pm 104,1668}{2} = 114,583 \text{ V και } 5,21 \text{ V}$$

Η δεύτερη λύση απορρίπτεται ως φυσικώς απαράδεκτη (η επαγωγική τάση δεν μπορεί να πέσει τόσο πολύ από τα 125 V της πηγής καθώς αυτό θα σήμαινε ότι η πτώση τάσης συμβαίνει κυρίως πάνω στη μικρή αντίσταση του τυμπάνου 0,2 Ω που θα απαιτούσε τεράστιο ρεύμα τυμπάνου που θα έλιωνε όλη τη μηχανή)

Οπότε $\boxed{E = 114,583 \text{ V}}$

Η αντίστοιχη επαγωγική τάση στις 1200 στροφές θα ήταν

$$E_0 = E \frac{n_0}{n} = 114,583 \frac{1200}{1100} = 125 \text{ V}$$

Το ρεύμα διέγερσης που θα την δημιουργούσε το διαβάζουμε από την καμπύλη διέγερσης

$$E_0 = 125 \text{ V} \xrightarrow{\text{καμπύλη μαγνήτισης}} \boxed{I_F = 1,3 \text{ A}}$$

Άρα αν θέλω να ανεβάσω το φορτίο $\tau = 52 \text{ N}\cdot\text{m}$ με ταχύτητα $n = 1100 \text{ rpm}$ θα πρέπει να ρυθμίσω το ρεύμα διέγερσης στην τιμή 1,3 A.

$$\Delta) \alpha) V = 125 \text{ V} \quad E = 116 \text{ V} \quad I_F = 0,7 \text{ A} \quad I_A = 41,9 \text{ A} \quad I_L = 0,7 + 41,9 = 42,6 \text{ A}$$

$$P_{in} = VI_L = 125 \cdot 42,6 = 5.325 \text{ W} \quad P_{out} = EI_A = 116,6 \cdot 41,9 = 4.885,54 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} 100\% = \frac{4.885,54}{5.325} 100\% = 92\%$$

Για έλεγχο μπορείτε να υπολογίσετε την εξερχόμενη ισχύ από τον τύπο

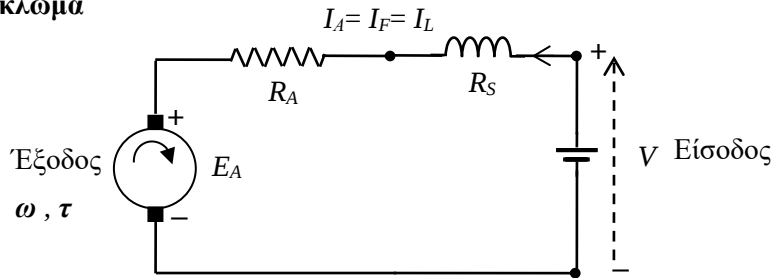
$$P_{out} = \tau\omega = \tau \frac{2\pi}{60} n = 30 \cdot \frac{2\pi}{60} 1555 = 4.885,18 \text{ W} \quad \text{το αποτέλεσμα είναι πάλι το ίδιο}$$

$$\begin{aligned}
 \beta) \quad V &= 125 \text{ V} \quad E = 119,8 \text{ V} \quad I_F = 2,3 \text{ A} \quad I_A = 26 \text{ A} \quad I_L = 2,3 + 26 = 28,3 \text{ A} \\
 P_{in} &= VI_L = 125 \cdot 28,3 = 3.537,5 \text{ W} \quad P_{out} = EI_A = 119,8 \cdot 26 = 3.114,8 \text{ W} \\
 \eta &= \frac{P_{out}}{P_{in}} 100\% = \frac{3.114,8}{3.537,5} 100\% = 88\%
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \gamma) \quad V &= 125 \text{ V} \quad E = 114,583 \text{ V} \quad I_F = 1,3 \text{ A} \quad I_A = \frac{V - E}{R_A} = \frac{125 - 114,583}{0,2} = 52,085 \text{ A} \\
 I_L &= 1,3 + 52,083 = 53,383 \text{ A} \\
 P_{in} &= VI_L = 125 \cdot 53,383 = 6.672,88 \text{ W} \quad P_{out} = EI_A = 114,583 \cdot 52,083 = 5.967,83 \text{ W} \\
 \eta &= \frac{P_{out}}{P_{in}} 100\% = \frac{5.967,83}{6.672,88} 100\% = 89\%
 \end{aligned}$$

Κινητήρας διέγερσης σειράς

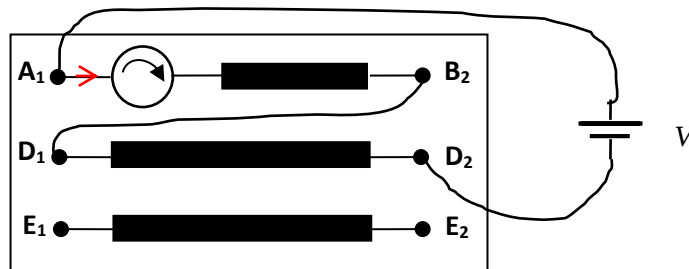
Κύκλωμα



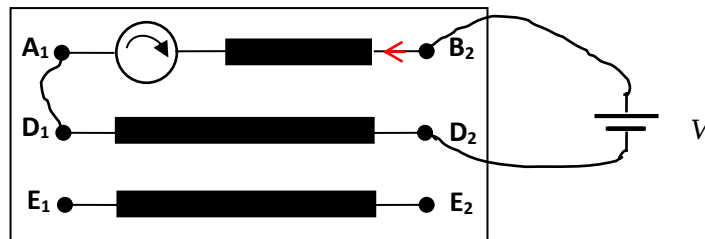
Συνδέσεις

Οι συνδέσεις στους ακροδέκτες της μηχανής γίνονται ως εξής:

- Βραχυκυκλώνω D₁ με B₂ για να συνδέσω τον οπλισμό σε σειρά με τη διέγερση
- Συνδέω το φορτίο στους τερματικούς ακροδέκτες της γεννήτριας που τώρα είναι οι A₁, D₂



Η



Εξισώσεις

Μαγνητικές : $E_A = K\Phi\omega$, $\tau_{επαγ} = K\Phi I_A$, $\Phi = cI_F$ γραμμική περιοχή

Ηλεκτρικές : (1 βρόχος)

$$\boxed{I_A = I_F = I_L = I} \quad , \quad \boxed{V = E_A + I(R_A + R_S)} \quad P_{in} = VI$$

Μηχανικές : $P_{out} = \tau_{αξ}\omega$ $\omega = \frac{2\pi}{60}n$

Βαθμός απόδοσης : $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} 100\% = \frac{\tau_{αξ}\omega}{VI} 100\%$

Δίνει μεγαλύτερη ροπή από κάθε άλλο κινητήρα για ίδιο ρεύμα οπλισμού:

Αρχικά, ως το γόνато της καμπύλης μαγνήτισης, η μαγνητική ροή είναι ανάλογη με το ρεύμα οπλισμού αφού $I_A = I_F$ οπότε η ροπή είναι ανάλογη με το τετράγωνο του ρεύματος οπλισμού

$$\tau_{επαγ} = K\Phi I_A = K \cdot cI_A \cdot I_A \Rightarrow \tau_{επαγ} = KcI_A^2$$

Μετά το γόνато η παραπάνω σχέση είναι προσεγγιστική και για περισσότερη ακρίβεια θα πρέπει να διαβάσουμε τη μαγνητική ροή από την καμπύλη μαγνήτισης $\Phi-I_F$.

Χαρακτηριστική καμπύλη κινητήρα διέγερσης σειράς

$$\tau_{επαγ} = KcI_A^2 \Rightarrow I_A = \sqrt{\frac{\tau_{επαγ}}{Kc}}$$

$$\Phi = cI_A \Rightarrow I_A = \frac{\Phi}{c}$$

$$\frac{\Phi}{c} = \sqrt{\frac{\tau_{επαγ}}{Kc}} \Rightarrow \Phi = \sqrt{\frac{c}{K}} \cdot \sqrt{\tau_{επαγ}}$$

Αντικαθιστώντας στην

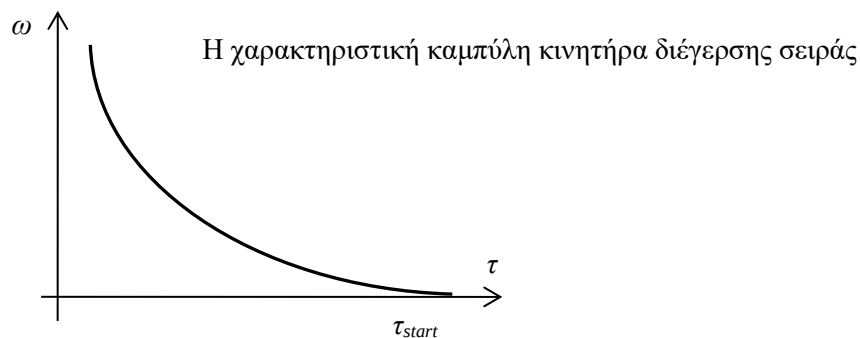
$$V = E_A + I_A(R_A + R_S) \Rightarrow V = K\Phi\omega + I_A(R_A + R_S) \Rightarrow V = K\omega\sqrt{\frac{c}{K}} \cdot \sqrt{\tau_{επαγ}} + (R_A + R_S)\sqrt{\frac{\tau_{επαγ}}{Kc}} \Rightarrow$$

$$\omega\sqrt{Kc} \cdot \sqrt{\tau_{επαγ}} = V - (R_A + R_S)\sqrt{\frac{\tau_{επαγ}}{Kc}} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{V}{\sqrt{Kc}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\tau_{επαγ}}} - \frac{R_A + R_S}{Kc}}$$

Πλεονέκτημα: Μεγάλη ροπή στην εκκίνηση (χαμηλές στροφές) $\omega \approx 0$,

$$0 = \frac{V_T}{\sqrt{Kc}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\tau_{start}}} - \frac{R_A + R_S}{Kc} \Rightarrow \tau_{start} = \frac{KcV_T^2}{(R_A + R_S)^2}$$

Μειονέκτημα : Μεγάλες ταχύτητες σε μικρά φορτία που μπορεί να αποβεί επικίνδυνο



Έλεγχος ταχύτητας

Ο μόνος αποτελεσματικός τρόπος είναι η μεταβολή της τάσης εισόδου V : $V \uparrow \Rightarrow \omega \uparrow$

Η εισαγωγή ρυθμιστικής αντίστασης σε σειρά με τις αντιστάσεις οπλισμού R_A και πεδίου R_S είναι πολύ ενεργοβόρα : $R_A \uparrow \Rightarrow \omega \downarrow$

Το πρόβλημα της εκκίνησης στους κινητήρες

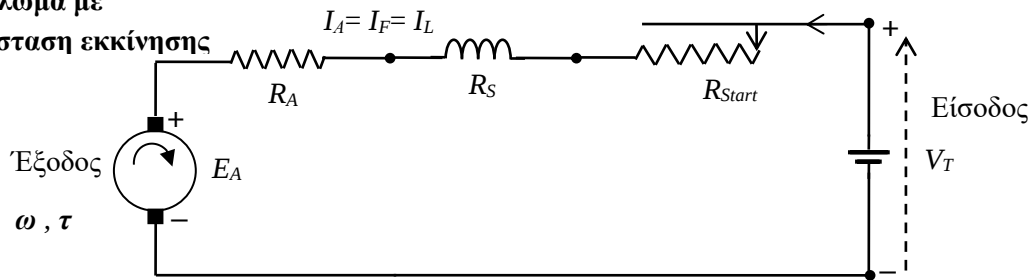
Το ρεύμα τυμπάνου κατά τη λειτουργία δίνεται από τον τύπο : $I_A = \frac{V_A - E_A}{R_A}$

Κατά τη στιγμή της εκκίνησης όμως, δηλαδή κατά το διάστημα που ο κινητήρας ξεκινάει να περιστρέφεται και έχει μηδέν ή πολύ μικρή ταχύτητα, δεν έχει αναπτυχθεί ακόμα επαγωγική τάση E_A

, δηλ. $E_A = 0$. Οπότε το ρεύμα αρχικά θα είναι $I_{A \text{ start}} = \frac{V_A}{R_A}$.

Μια τυπική τιμή είναι $I_{A \text{ start}} = \frac{V_A}{R_A} = \frac{250}{0,2} = 1250 \text{ A}$

Τέτοιο ρεύμα θα καταστρέψει τη μηχανή. Εισάγεται ρυθμιστική αντίσταση σε σειρά η οποία αφαιρείται σταδιακά όσο η επαγωγική τάση αυξάνεται (αρχικά χειροκίνητα, πλέον ηλεκτρονικά με χρονοδιακόπτες)

Κύκλωμα με**αντίσταση εκκίνησης****Παράδειγμα 1: Εκκίνηση κινητήρα**

Κινητήρας ξένης διέγερσης $V_T = 230 \text{ V}$ έχει αντίσταση τυμπάνου $R_A = 0,3 \Omega$ και λειτουργεί στις $n = 1200 \text{ rpm}$ με ρεύμα τυμπάνου $I_A = 50 \text{ A}$, που είναι και η ονομαστική του τιμή.

- 1) Αν το φορτίο αυξηθεί και το ρεύμα τυμπάνου φτάσει στα $I_A = 60 \text{ A}$, με τι ταχύτητα θα περιστρέφεται ο κινητήρας?
- 2) Αν το φορτίο μειωθεί και το ρεύμα τυμπάνου πέσει στα $I_A = 25 \text{ A}$, με τι ταχύτητα θα περιστρέφεται ο κινητήρας?
- 3) Αν αποπειραθούμε να εκκινήσουμε τον κινητήρα χωρίς βοηθητική αντίσταση εκκίνησης ποια θα είναι η τιμή του ρεύματος τυμπάνου τη στιγμή που θα κλείσουμε το διακόπτη?
- 4) Αν το ρεύμα τυμπάνου δεν πρέπει να ξεπεράσει την ονομαστική του τιμή παραπάνω από 1,5 φορές, τι βοηθητική αντίσταση πρέπει να συνδέσουμε σε σειρά κατά την εκκίνηση?

Λύση

Οι εξισώσεις που ισχύουν κατά τη λειτουργία της μηχανής είναι $E_A = K\Phi\omega$ και $V = E_A + I_A R_A$.

Επειδή η διέγερση είναι ανεξάρτητη η μαγνητική ροή Φ διατηρείται σταθερή.

$$1) \text{ Αρχικά } E_A = V - I_A R_A = 230 - 50 \cdot 0,3 \Rightarrow E_A = 215 \text{ V}$$

$$\text{Τελικά, όταν το ρεύμα τυμπάνου γίνει } I'_A = 60 \text{ A: } E'_A = V - I'_A R_A = 230 - 60 \cdot 0,3 \Rightarrow E'_A = 212 \text{ V}$$

Επειδή η ταχύτητα είναι ανάλογη με την επαγωγική τάση,

$$E_A = K\Phi\omega = K\Phi \frac{60}{2\pi} n = K\Phi n$$

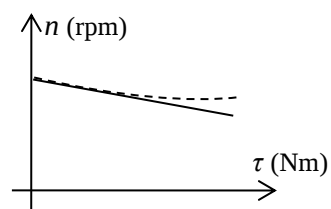
όταν η μαγνητική ροή Φ διατηρείται σταθερή, οι στροφές του κινητήρα θα μειωθούν ανάλογα με την επαγωγική τάση

$$\frac{E'_A}{E_A} = \frac{K\Phi n'}{K\Phi n} \Rightarrow n' = \frac{E'_A}{E_A} n \Rightarrow n' = \frac{212}{215} 1200 \Rightarrow n' = 1.183 \text{ rpm}$$

2) Παρόμοια

$$\frac{E''_A}{E_A} = \frac{K\Phi n''}{K\Phi n} \Rightarrow n'' = \frac{E''_A}{E_A} n \Rightarrow n'' = \frac{230 - 25 \cdot 0,3}{215} 1200 = \frac{222,5}{215} 1200 \Rightarrow n'' = 1.242 \text{ rpm}$$

Η ταχύτητα αυξομειώνεται ελαφρώς ανάλογα με το φορτίο όπως αναμένουμε από τη χαρακτηριστική καμπύλη n vs. τ του κινητήρα. Επειδή δεν έχουμε λάβει υπόψη την αντίδραση του οπλισμού (μείωση της Φ από το μαγνητικό πεδίο του δρομέα) η χαρακτηριστική καμπύλη του κινητήρα είναι η συμπαγής ευθεία του διπλανού σχήματος. Ευθεία με μικρή κλίση προς τα κάτω



$$3) \text{ Το ρεύμα τυμπάνου κατά τη λειτουργία δίνεται από τον τύπο: } I_A = \frac{V - E_A}{R_A}$$

Κατά τη στιγμή της εκκίνησης όμως, δηλαδή κατά το διάστημα που ο κινητήρας ξεκινάει να περιστρέφεται και έχει μηδέν ή πολύ μικρή ταχύτητα, δεν έχει αναπτυχθεί ακόμα επαγωγική τάση E_A

, δηλ. $E_A=0$. Οπότε το ρεύμα αρχικά θα είναι $I_{A \text{ start}} = \frac{V-0}{R_A} = \frac{230}{0,3} = 767 \text{ A}$. Αυτή είναι μια πολύ

μεγάλη τιμή, πάνω από 10 φορές μεγαλύτερη από την ονομαστική του τιμή, και θα καταστρέψει τον κινητήρα (τα χάλκινα σύρματα των τυλιγμάτων του δρομέα θα λιώσουν ή θα λιώσει έστω το μονωτικό βερνίκι που δεν τα αφήνει να έρθουν σε επαφή και θα βραχυκυκλωθούν).

Για το σκοπό αυτό πρέπει κατά την εκκίνηση να υπάρχει πρόσθετη βοηθητική αντίσταση που θα εμποδίσει την ανάπτυξη τόσο μεγάλου ρεύματος στο τύμπανο και η οποία αφού αναπτυχθεί η απαραίτητη επαγωγική τάση E_A , αφαιρείται από το κύκλωμα με κατάλληλο μηχανισμό (π.χ. ρυθμιστική).

4) Κατά την εκκίνηση με βοηθητική αντίσταση $I_{A \text{ start}} = \frac{V}{R_A + R_{\text{Start}}}$

$$\text{Θέλουμε } I_{A \text{ start}} \leq 1,5 \cdot I_{An} \Rightarrow \frac{V}{R_A + R_S} \leq 1,5 \cdot I_{An} \Rightarrow R_S \geq \frac{V}{1,5 \cdot I_{An}} - R_A = \frac{230}{1,5 \cdot 50} - 0,3 \Rightarrow \boxed{R_S \geq 2,77 \Omega}$$

Χρειαζόμαστε βοηθητική αντίσταση τουλάχιστον ίση με $2,77 \Omega$ ώστε το ρεύμα τυμπάνου στον κινητήρα να μην ξεπεράσει την ονομαστική του τιμή 50 A κατά μιάμιση φορά 75 A .

Παράδειγμα 2: Αντίσταση εκκίνησης

Θεωρήστε ένα κινητήρα με $P_n = 10 \text{ Hp}$ και αντίσταση πηνίου τυμπάνου $R_A = 0,5 \Omega$. Στον κινητήρα παρέχεται τάση εισόδου $V = 200 \text{ V}$. Η ονομαστική τιμή του ρεύματος τυμπάνου στο πλήρες φορτίο είναι $I_{An} = 50 \text{ A}$. Αν κατά την εκκίνηση το ρεύμα τυμπάνου πρέπει να περιοριστεί στο 200% της ονομαστικής του τιμής να βρείτε την απαιτούμενη βοηθητική αντίσταση εκκίνησης R_S που πρέπει να έχουμε συνδέσει σε σειρά με το τύμπανο.

Λύση

Όποια και να είναι η διέγερση του κινητήρα το ρεύμα τυμπάνου θα δίνεται από τον τύπο

$$I_A = \frac{V - E_A}{R_A}$$

[Για διέγερση σειράς προσθέτουμε και την αντίσταση του πηνίου διέγερσης σειράς στον παρονομαστή $R_A + R_S$, που είναι επίσης πολύ μικρή]

Τη στιγμή της εκκίνησης (Start) του κινητήρα δεν υπάρχει επαγωγική τάση, οπότε το ρεύμα εκκίνησης

$$I_{AS} = \frac{V}{R_A}$$

θα είναι πολύ μεγάλο και μπορεί να καταστρέψει τη μηχανή

$$I_{AS} = \frac{V}{R_A} = \frac{200}{0,5} = 400 \text{ A} = 8 \cdot 50 \text{ A} = 800\% \cdot I_{An}$$

Για να αποφευχθεί αυτό συνδέεται σε σειρά με το τύμπανο μια μεταβλητή αντίσταση R_S την οποία αφού ξεκινήσει η μηχανή γυρίζουμε στο μηδέν. Άρα το ρεύμα εκκίνησης δίνεται από τον τύπο

$$I_{AS} = \frac{V}{R_A + R_{\text{Start}}}$$

Αν θέλουμε το ρεύμα εκκίνησης να μην ξεπεράσει το 200% του ονομαστικού ρεύματος της μηχανής δηλαδή $I_{AS} = 2 \cdot I_{An}$ λύνουμε την παραπάνω εξίσωση για να βρούμε την R_S .

$$R_{\text{Start}} = \frac{V}{I_{AS}} - R_A = \frac{V}{2 \cdot I_{An}} - R_A = \frac{200}{2 \cdot 50} - 0,5 \Rightarrow R_{\text{Start}} = 1,5 \Omega$$

Παράδειγμα 3 : ροπή – ρεύμα οπλισμού

Κινητήρας διέγερσης σειράς παράγει ροπή 25 Nm όταν διαρρέεται από ρεύμα 100 A. Τι ροπή θα παράγει όταν θα διαρρέεται από ρεύμα 200 A (αγνοήστε τον κορεσμό, δηλαδή θεωρήστε ότι λειτουργεί στην γραμμική περιοχή της καμπύλης μαγνήτισης όπου $\Phi = kI_F$). Αν και τις δύο φορές αποδίδει την ονομαστική του ισχύ 1 kW με τι ταχύτητες περιστρέφεται?

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= K\Phi_1 I_1 = KkI_1^2 \\ \tau_2 &= K\Phi_2 I_2 = KkI_2^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{I_1^2}{I_2^2} \Rightarrow \tau_2 = \tau_1 \frac{I_2^2}{I_1^2} = 25 \frac{200^2}{100^2} = 25 \cdot 4 = 100 \text{ Nm}$$

$$P_{out} = \tau_{αξ} \omega \Rightarrow \omega = \frac{P_{out}}{\tau_{αξ}}$$

$$\text{Άρα } \omega_1 = \frac{P_{out}}{\tau_1} = \frac{1000}{25} = 400 \text{ rad/s} \quad \text{και} \quad \omega_2 = \frac{P_{out}}{\tau_2} = \frac{1000}{100} = 100 \text{ rad/s}$$

$$\text{Η } P_{out} = P_{out} \Rightarrow \tau_1 \omega_1 = \tau_2 \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = \omega_1 \frac{\tau_1}{\tau_2} \Rightarrow \omega_2 = 400 \frac{25}{100} = 100 \text{ rad/s}$$

Αν δεν λειτουργεί στη γραμμική περιοχή της καμπύλης μαγνήτισης θα πρέπει να έχουμε την καμπύλη μαγνήτισης $\Phi-I_F$ για να διαβάσουμε τις αντίστοιχες μαγνητικές ροές:

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= K\Phi_1 I_1 \\ \tau_2 &= K\Phi_2 I_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{\Phi_1 I_1}{\Phi_2 I_2}$$

Παράδειγμα 4 : Chapman 9-5

Παράδειγμα 5: Υπολογισμός και έλεγχος ταχύτητας κινητήρα διέγερσης σειράς

Οι ονομαστικές τιμές κινητήρα διέγερσης σειράς είναι $P_{out}=25 \text{ hp}$, $V=250 \text{ V}$ και διαθέτει αντίσταση τυμπάνου $R_A=0,1 \Omega$ και αντίσταση διέγερσης σειράς $R_S=0,05 \Omega$. Όταν λειτουργεί θεωρείστε ότι υπάρχει και πτώση τάσης στις ψήκτρες ίση με $V_B=3 \text{ V}$. Όταν ο κινητήρας τραβάει ρεύμα εισόδου $I_L=85 \text{ A}$ γυρίζει με ταχύτητα $n=600 \text{ rpm}$.

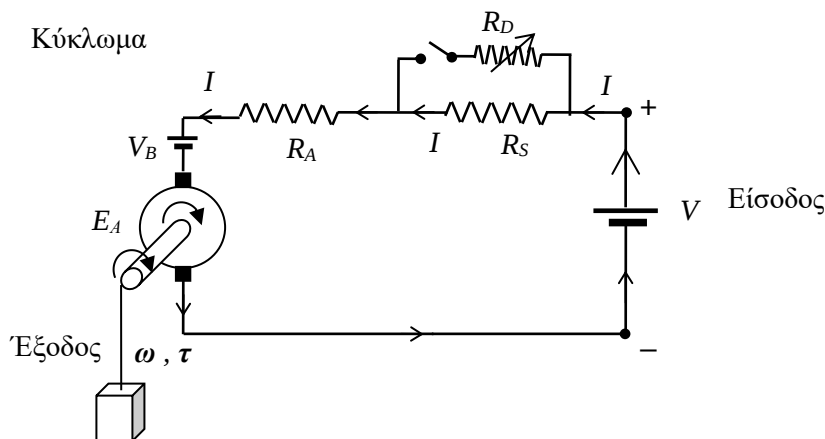
A) Να υπολογιστεί η ταχύτητά του κινητήρα όταν το ρεύμα εισόδου γίνει 100 A και 40 A αντίστοιχα.

B) Να υπολογιστούν οι αντίστοιχες ταχύτητες αν συνδέσουμε μια ρυθμιστική αντίσταση παράλληλα (diverter) με την αντίσταση διέγερσης όταν η ρυθμιστική αντίσταση έχει τιμή $R_D=0,05 \Omega$

Γ) Να υπολογιστεί η απόδοση του κινητήρα και το κλάσμα φορτίου στο οποίο λειτουργεί για όλες τις παραπάνω περιπτώσεις (Αγνοήστε την αντίδραση οπλισμού, επίσης θεωρήστε ότι η μηχανή λειτουργεί στο γραμμικό μέρος της καμπύλης μαγνήτισης και αγνοήστε μηχανικές απώλειες και απώλειες πυρήνα).

$$1 \text{ hp} = 0,7457 \text{ kW}$$

Λύση



Εξισώσεις (με το διακόπτη ανοικτό)

Μαγνητικές $E = K\Phi\omega$, $\tau = K\Phi I$, $\Phi = kI$

Ηλεκτρικές $I_L = I_F = I_A \equiv I$, $V_T = E + V_B + I \cdot (R_A + R_S)$, $P_{in} = VI$

Μηχανικές $\omega = \frac{2\pi}{60} n$, $P_{out} = \tau \omega$

Α) Η μεταβολή του ρεύματος εισόδου επηρεάζει ανεξάρτητα τόσο την επαγωγική τάση $E = V - V_B - I \cdot (R_A + R_S)$ όσο και τη μαγνητική ροή $\Phi = kI$. Οπότε για να συνεχίσει να ισχύει η ισότητα $E = K\Phi\omega$, θα αλλάξει η ταχύτητα του κινητήρα ω .

$$I_0 = 85 \text{ A} \quad E_0 = V - V_B - I_0 \cdot (R_A + R_S) = 250 - 3 - 85 \cdot (0,1 + 0,05) = 234,3 \text{ V}$$

$$I_1 = 100 \text{ A} \quad E_1 = V - V_B - I_1 \cdot (R_A + R_S) = 250 - 3 - 100 \cdot (0,1 + 0,05) = 232 \text{ V}$$

$$I_2 = 40 \text{ A} \quad E_2 = V - V_B - I_2 \cdot (R_A + R_S) = 250 - 3 - 40 \cdot (0,1 + 0,05) = 241 \text{ V}$$

Παίρνουμε αναλογίες

$$\left. \begin{aligned} E &= K\Phi\omega = KcI \frac{2\pi}{60} n \\ E_0 &= K\Phi_0\omega_0 = KcI_0 \frac{2\pi}{60} n_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{n}{n_0} = \frac{E}{E_0} \frac{I_0}{I} \Rightarrow \boxed{n = n_0 \frac{E}{E_0} \frac{I_0}{I}} \quad \text{οπότε}$$

$$n_1 = 600 \frac{232}{234,3} \frac{85}{100} = 505 \text{ rpm} \quad \text{και} \quad n_2 = 600 \frac{241}{234,3} \frac{85}{40} = 1312 \text{ rpm}$$

Β) Κλείνοντας το διακόπτη μέρος του ρεύματος εισόδου θα περάσει από την παρακαμπτήρια ρυθμιστική αντίσταση (diverter) παρακάμπτοντας το πηνίο διέγερσης.

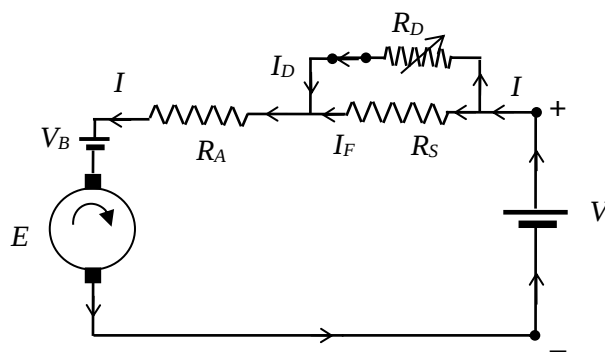
$$I_L = I_F + I_D = I_A \equiv I$$

Το ρεύμα διέγερσης θα μειωθεί και ανάλογα θα μειωθεί η μαγνητική ροή.

$$\Phi = kI_F \quad \text{όπου} \quad I_F = \frac{R_D}{R_S + R_D} \cdot I \quad \text{από διαιρέτη ρεύματος}$$

Επίσης θα μειωθεί η επαγωγική τάση αφού θα μειωθεί η ολική αντίσταση του κυκλώματος

$$V = E + V_B + I \cdot (R_A + R_S \parallel R_D) \quad \text{όπου} \quad R_S \parallel R_D = \frac{R_S \cdot R_D}{R_S + R_D}$$



Επειδή βάλαμε τη ρυθμιστική αντίσταση σε τιμή ίση με την αντίσταση διέγερσης σειράς $R_D = 0,05 \Omega = R_F$ το ρεύμα διέγερσης θα μειωθεί προφανώς στο μισό $I_F = I/2$ (θα μοιραστεί στις δύο ίσες αντιστάσεις). Για τυχαία τιμή της R_D χρησιμοποιούμε τον τύπο του διαιρέτη ρεύματος για να υπολογίσουμε το ρεύμα διέγερσης.

$$R_S \parallel R_D = \frac{R_S \cdot R_D}{R_S + R_D} = \frac{0,05 \cdot 0,05}{0,05 + 0,05} = 0,025 \Omega \quad I_F = \frac{R_D}{R_S + R_D} \cdot I = \frac{0,05}{0,05 + 0,05} \cdot I = \frac{1}{2} \cdot I$$

Αρχικά λοιπόν $I_{0L} = I_{0F} = I_{0A} \equiv I_0 = 85 \text{ A}$ και $E_0 = 234,3 \text{ V}$

Όταν αλλάζει και το ρεύμα εισόδου και το ρεύμα διέγερσης παίρνουμε

$$I_1 = 100 \text{ A} , E = V - V_B - I_1 \cdot (R_A + R_S \parallel R_D) = 250 - 3 - 100 \cdot (0,1 + 0,025) = 234,5 \text{ V}$$

$$I_2 = 40 \text{ A} , E = V - V_B - I_1 \cdot (R_A + R_S \parallel R_D) = 250 - 3 - 40 \cdot (0,1 + 0,025) = 242 \text{ V}$$

Παίρνοντας πάλι αναλογίες καταλήγουμε στον ίδιο τύπο

$$n = n_0 \frac{E}{E_0} \frac{I_{F0}}{I_F} = n_0 \frac{E}{E_0} \frac{I_0}{I/2}$$

$$n_1 = 600 \frac{334,5}{234,3} \frac{85}{100/2} = 1021 \text{ rpm} , \quad n_2 = 600 \frac{242}{234,3} \frac{85}{40/2} = 2634 \text{ rpm}$$

Γ) Η εισερχόμενη ισχύς είναι $P_{in} = VI$.

$$\text{Η εξερχόμενη ισχύς είναι } P_{out} = \tau \omega = (K\Phi I_A) \omega = (K\Phi \omega) I_A = EI_A = EI$$

[Έχουμε αγνοήσει τις μηχανικές απώλειες ισχύος P_{mech} , από την τριβή του άξονα στα έδρανα και των ψηκτρών στον συλλέκτη και από την αντίσταση αέρα στον ανεμιστήρα και στο δρομέα που περιστρέφονται. Επίσης έχουμε αγνοήσει τις απώλειες του σιδηρομαγνητικού πυρήνα του δρομέα P_{Fe} από δινορεύματα και υστέρηση επειδή διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα και αλλάζει ο προσανατολισμός του με το μαγνητικό πεδίο όπως περιστρέφεται. Αλλιώς θα έπρεπε να γράψουμε $P_{out} = \tau_{ind} \omega - P_{mech} - P_{Fe}$. Οι ωμικές απώλειες χαλκού και πτώσης τάσης στις ψήκτρες λαμβάνονται υπόψη αφού $E = V - V_B - IR_A - IR_S \Rightarrow EI = VI - V_B I - I^2 R_A - I^2 R_S \Rightarrow P_{out} = P_{in} - P_B - P_A - P_F \Rightarrow P_{out} = P_{in} - P_{απωλ}$]

Ο βαθμός απόδοσης ορίζεται από τη σχέση : $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} 100\%$

Η ονομαστική ισχύς του κινητήρα είναι $P_N = 25 \text{ Hp} \cdot 0,7457 \text{ kW/ Hp} = 18,64 \text{ kW}$

Η ισχύς αυτή είναι η ιδανική ισχύς που μπορεί να παρέχει ο κινητήρας. Δηλαδή η μέγιστη ισχύς που μπορεί να αποδίδει για μεγάλα χρονικά διαστήματα χωρίς να κινδυνεύει να καταστραφεί. Όταν ο κινητήρας αποδίδει αυτή την ισχύ λέμε ότι λειτουργεί στο πλήρες φορτίο. Για κάθε άλλη ισχύ υπολογίζουμε το αντίστοιχο ποσοστό φορτίου στο οποίο λειτουργεί: $\varphi = \frac{P_{out}}{P_N} 100\%$

Με το διακόπτη ανοιχτό

$$I_0 = 85 \text{ A} \quad E_0 = 234,3 \text{ V} \quad P_{in} = 250 \cdot 85 = 21,25 \text{ kW} \quad P_{out} = 234,3 \cdot 85 = 19,92 \text{ kW}$$

$$\eta = \frac{19,92}{21,25} 100\% = 93,74\% \quad \varphi = \frac{19,92}{18,64} 100\% = 106,9\%$$

Λειτουργεί λίγο πάνω από το πλήρες φορτίο με πολύ καλή απόδοση

$$I_1 = 100 \text{ A} \quad E_1 = 232 \text{ V} \quad P_{in} = 250 \cdot 100 = 25 \text{ kW} \quad P_{out} = 232 \cdot 100 = 23,2 \text{ kW}$$

$$\eta = \frac{23,2}{25} 100\% = 92,8\% \quad \varphi = \frac{23,2}{18,64} 100\% = 124,5\%$$

Λειτουργεί αρκετά πάνω από το πλήρες φορτίο, προσοχή! Η απόδοση έπεσε λίγο.

$$I_2 = 40 \text{ A} \quad E_2 = 241 \text{ V} \quad P_{in} = 250 \cdot 40 = 10 \text{ kW} \quad P_{out} = 241 \cdot 40 = 9,64 \text{ kW}$$

$$\eta = \frac{9,64}{10} 100\% = 96,4\% \quad \varphi = \frac{9,64}{18,64} 100\% = 51,7\%$$

Λειτουργεί περίπου στο μισό φορτίο. Πολύ καλή απόδοση αλλά παίρνουμε λίγη ισχύ

Με το διακόπτη κλειστό (diverter)

$$I_1 = 100 \text{ A} \quad E_1 = 234,5 \text{ V} \quad P_{in} = 250 \cdot 100 = 25 \text{ kW} \quad P_{out} = 234,5 \cdot 100 = 23,45 \text{ kW}$$

$$\eta = \frac{23,45}{25} 100\% = 93,8\% \quad \varphi = \frac{23,45}{18,64} 100\% = 125,8\%$$

Λειτουργεί πάλι αρκετά πάνω από το πλήρες φορτίο, προσοχή! Η απόδοση δεν μεταβλήθηκε

$$I_2 = 40 \text{ A} \quad E_2 = 242 \text{ V} \quad P_{in} = 250 \cdot 40 = 10 \text{ kW} \quad P_{out} = 242 \cdot 40 = 9,68 \text{ kW}$$

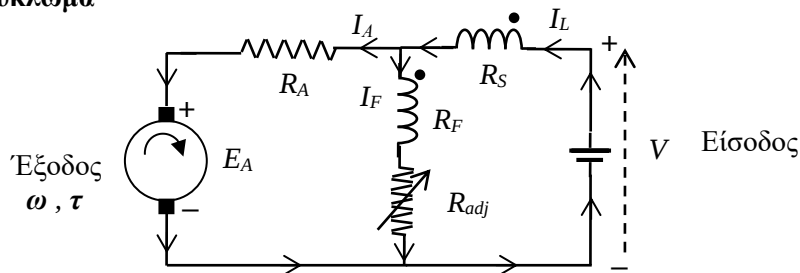
$$\eta = \frac{9,68}{10} 100\% = 96,8\% \quad \varphi = \frac{9,68}{18,64} 100\% = 51,9\%$$

Λειτουργεί πάλι περίπου στο μισό φορτίο. Η απόδοση πάλι δεν μεταβλήθηκε αισθητά, είναι πολύ καλή αλλά παίρνουμε λίγη ισχύ

Οπότε με την παράλληλη ρυθμιστική αντίσταση (diverter) έχουμε πετύχει διπλασιασμό της ταχύτητας χωρίς να έχουμε επηρεάσει την ενεργειακή απόδοση της μηχανής. Αυτό σημαίνει ότι μετακινούμε με διπλάσια ταχύτητα το μισό φορτίο από πριν.

Κινητήρες σύνθετης διέγερσης

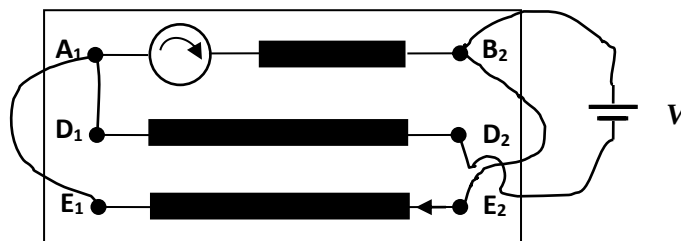
Κύκλωμα



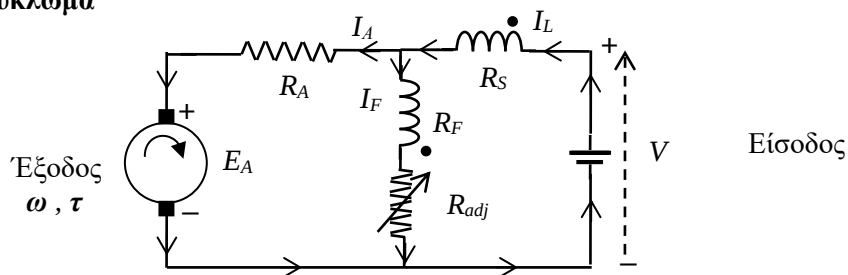
Προπαράλληλη σύνδεση αθροιστικής διέγερσης

Η κουκίδα δηλώνει τη φορά του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί η αντίστοιχη διέγερση. Όταν είναι από τη μεριά που εισέρχεται το ρεύμα θεωρείται θετική. Στο παραπάνω κύκλωμα και οι δύο διεγέρσεις έχουν θετική φορά και τα πεδία τους αθροίζονται.

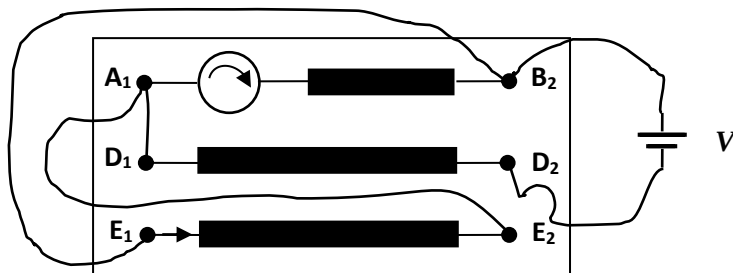
Συνδέσεις



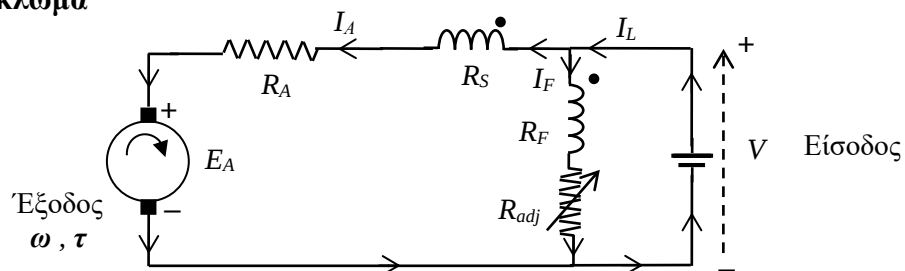
Έστω ότι αυτή είναι αθροιστική

Κύκλωμα

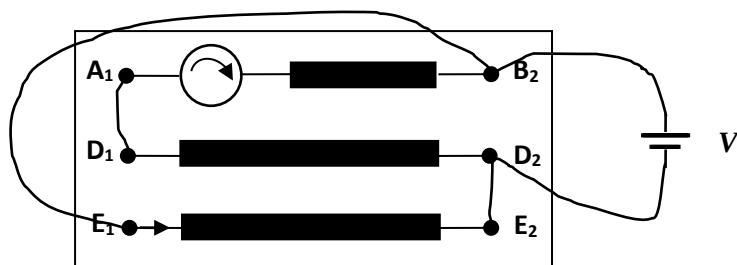
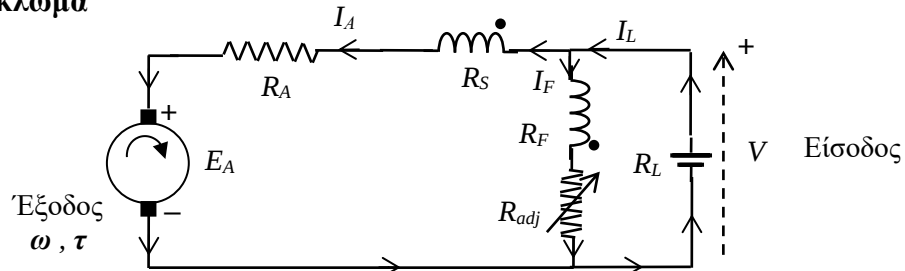
Προπαράλληλη σύνδεση διαφορικής διέγερσης

Συνδέσεις

Έγινε διαφορικής επειδή άλλαξε μόνο η φορά του ρεύματος στο πηνίο παράλληλης διέγερσης E1-E2

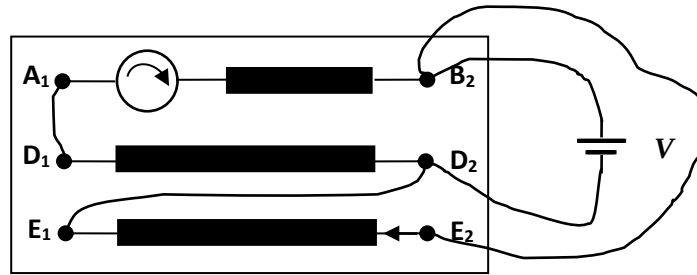
Κύκλωμα

Μεταπαράλληλη σύνδεση αθροιστικής διέγερσης

Συνδέσεις**Κύκλωμα**

Μεταπαράλληλη σύνδεση διαφορικής διέγερσης

Συνδέσεις



Εξισώσεις: Μεταπαράλληλη αθροιστική (οι διεγέρσεις αθροίζονται)

Ηλεκτρικές

$$V = E_A + I_A(R_A + R_S)$$

$I_A = I_L - I_F$, εξαρτάται από το φορτίο

$$I_F = \frac{V}{R_F}, \text{ σταθερό}$$

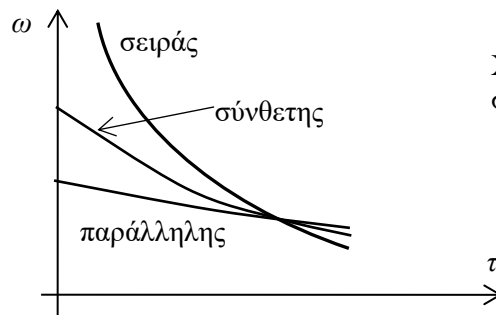
Μαγνητικές

$$\tau = K\Phi I_A, \quad E_A = K\Phi(\mathcal{F})\omega = K\Phi(I_F^*)\omega,$$

$$\text{Ολική μαγνητεγερτική δύναμη : } \mathcal{F} = \mathcal{F}_F + \mathcal{F}_S = N_F I_F + N_S I_A, \quad \mathcal{F} = N_F I_F^*, \quad I_F^* = I_F + \frac{N_S}{N_F} I_A$$

Υπολογίζω το I_F^* για να διαβάσω τη μαγνητική ροή από την καμπύλη μαγνήτισης

Χαρακτηριστική καμπύλη



Χαρακτηριστική καμπύλη κινητήρα
σύνθετης αθροιστικής διέγερσης

Διαθέτει τα επιθυμητά χαρακτηριστικά και του κινητήρα παράλληλης διέγερσης και του κινητήρα διέγερσης σειράς. Η μια συνιστώσα της μαγνητικής ροής είναι σταθερή (πηνίο παράλληλης διέγερσης) ενώ η άλλη συνιστώσα (πηνίο διέγερσης σειράς) είναι ανάλογη με το ρεύμα οπλισμού που αυξάνεται με το φορτίο. Έτσι έχει μεγαλύτερη ροπή εκκίνησης από τον κινητήρα παράλληλης ενώ δεν αυξάνεται ανεξέλεγκτα η ταχύτητά του σε χαμηλά φορτία.

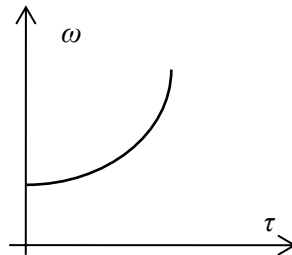
Σε μικρά φορτία η διέγερση σειράς έχει μικρή επίδραση και ο κινητήρας συμπεριφέρεται σαν κινητήρας παράλληλης διέγερσης. Όσο το φορτίο αυξάνεται η μαγνητική ροή της διέγερσης σειράς αυξάνεται και υπερτερεί της παράλληλης διέγερσης και η χαρακτηριστική καμπύλη προσεγγίζει αυτήν του κινητήρα διέγερσης σειράς.

Έλεγχος ταχύτητας

Ως συνήθως, είτε μεταβάλλοντας :

- την αντίσταση παράλληλης διέγερσης R_F (με μια ρυθμιστική αντίσταση σε σειρά με το πηνίο παράλληλης διέγερσης)
- την τάση οπλισμού V_A
- την αντίσταση διέγερσης σειράς R_S (με μια ρυθμιστική αντίσταση παράλληλη στο πηνίο διέγερσης σειράς)

Κινητήρας Διαφορικής σύνθετης διέγερσης



Δεν υπάρχει, επειδή :

- Είναι ασταθής, η ταχύτητα αυξάνεται ανεξέλεγκτα όταν αυξάνεται το φορτίο επειδή η μαγνητική ροή σχεδόν μηδενίζεται. Δεν βρίσκει πουθενά εφαρμογή.
- Δεν μπορεί καν να ξεκινήσει. Τα ρεύματα διέγερσης και άρα τα μαγνητικά πεδία διέγερσης είναι πολύ μεγάλα κατά την εκκίνηση. Αλληλοαναιρούνται και μπορεί να μηδενίσουν ή και να αναστρέψουν την παραμένουσα μαγνήτιση. Αν γυρίζει, θα γυρίζει αργά και πολλές φορές με τη λάθος φορά ενώ καίγεται από τα μεγάλα ρεύματα εκκίνησης που τον διαρρέουν.

Οι κινητήρες σύνθετης αθροιστικής διέγερσης που χρειάζεται να λειτουργούν και με τις δύο φορές κίνησης διαθέτουν ασφάλειες διακοπής ώστε για κανένα λόγο να μην μετατραπούν σε διαφορικής διέγερσης αν αναστραφεί για οποιονδήποτε λόγο ή σφάλμα η φορά του ενός από τα δύο μαγνητικά πεδία διέγερσης