

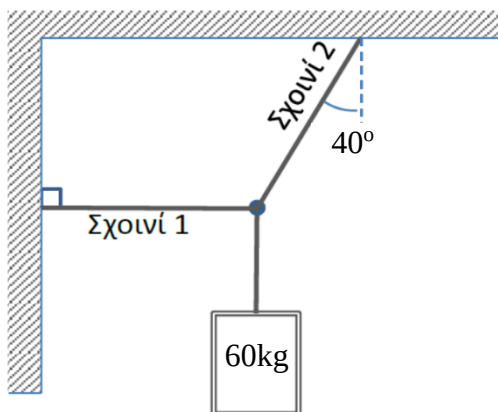
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2022-23

ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ (ΤΕ)

Τετάρτη, 7 Ιουνίου 2023, 11:30-13:00 αιθ. 2104
Εισηγητής: Κώστας Φιλίππιδης (kphilippides@uowm.gr)

$g = 9,80 \text{ N/kg}$ *δεν είχε δοθεί!*

οπότε και απαντήσεις με $g = 10 \text{ N/kg}$ θεωρούνται σωστές



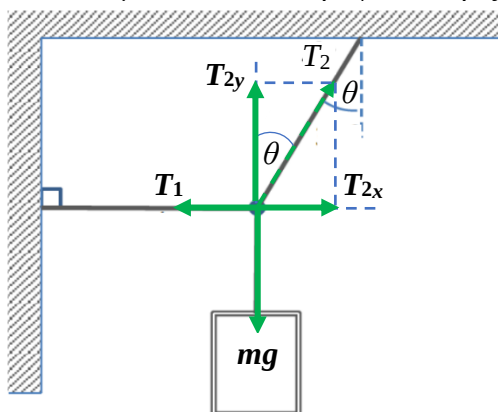
ΘΕΜΑ 1.

3 μονάδες

Υπολογίστε τις τάσεις των σχοινιών.

Λύση

Σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις στον κόμβο που είναι οι δύο τάσεις των σχοινιών και το βάρος του κιβωτίου και τις αναλύουμε στον κατακόρυφο και οριζόντιο άξονα.



$$T_{2x} = T_2 \sin \theta$$

$$T_{2y} = T_2 \cos \theta$$

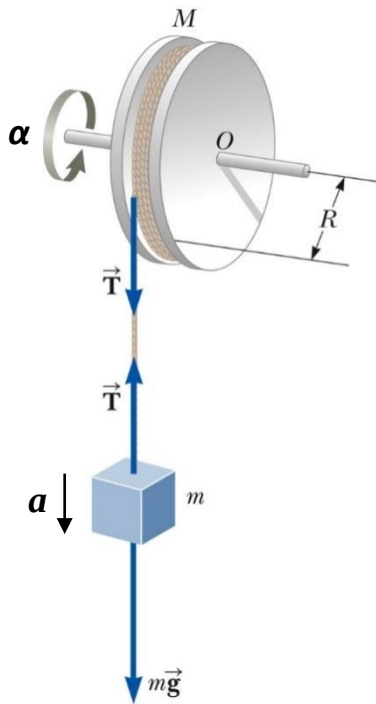
Οι τρεις δυνάμεις πρέπει να εξουδετερώνονται (ισορροπούν)

$$\sum \vec{F} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + m\vec{g} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_{2x} - T_1 = 0 \\ T_{2y} - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_2 \sin \theta = T_1 & (1) \\ T_2 \cos \theta = mg & (2) \end{cases}$$

Από την (2) βρίσκουμε την T_2 και αντικαθιστώντας στην (1) βρίσκουμε την T_1 .

$$T_2 = \frac{mg}{\cos \theta} = \frac{60 \cdot 9,8}{\cos 40^\circ} = 767,579 = 768 \text{ N}$$

$$T_1 = T_2 \sin \theta = \frac{mg}{\cos \theta} \sin \theta = mg \tan \theta = (60)(9,8)(\tan 40^\circ) = 493,39 = 493 \text{ N}$$



ΘΕΜΑ 2.

4 μονάδες

Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σύστημα αφήνεται από την ηρεμία όταν το βαρίδιο βρίσκεται σε ύψος $h = 3,5 \text{ m}$ πάνω από το έδαφος. Το νήμα είναι αβαρές και μη εκτατό και ξετυλίγεται χωρίς να γλιστράει ενώ η τροχαλία περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον σταθερό άξονα που περνάει από το κέντρο της O.

$$m = 5 \text{ kg}, \quad M = 4 \text{ kg}, \quad I_O = \frac{1}{2} MR^2$$

Η ακτίνα της τροχαλίας δεν δίνεται επειδή δεν χρειάζεται στα επόμενα ερωτήματα (απλοποιείται)

2.1 Τι ταχύτητα έχει το βαρίδιο όταν φτάνει στο έδαφος ;

2.2 Τι κινητική ενέργεια έχει η τροχαλία την ίδια στιγμή ;

2.3 Πότε το βαρίδιο φτάνει στο έδαφος ;

Λύση

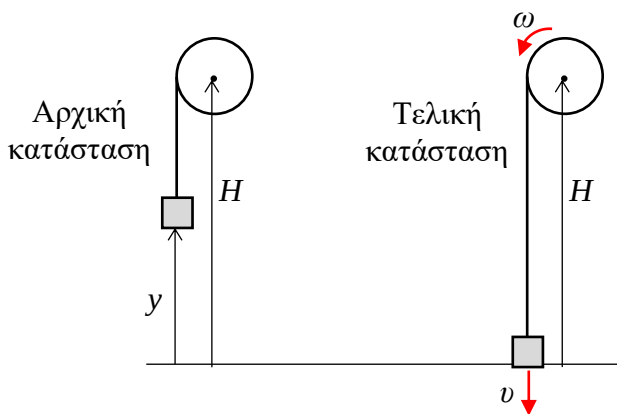
2.1 Αφού το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας με την ταχύτητα του βαριδίου συνδέονται με τη σχέση

$$v = v_{\text{γραμ}} \Rightarrow v = \omega R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R}$$

Με την ίδια σχέση συνδέονται και η επιτάχυνση του βαριδίου με την γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας

$$a = \frac{a}{R}$$

Την ταχύτητα του βαριδίου τη βρίσκουμε από διατήρηση της ενέργειας. Θέτουμε το μηδέν της δυναμικής ενέργειας στο έδαφος. Έστω ότι το κέντρο της τροχαλίας απέχει από το έδαφος κατακόρυφη απόσταση H .



$$E_{\text{αρχ}} = E_{\text{τελ}} \Rightarrow K_{\text{βαρ,αρχ}} + U_{\text{βαρ,αρχ}} + K_{\text{τροχ,αρχ}} + U_{\text{τροχ,αρχ}} = K_{\text{βαρ,τελ}} + U_{\text{βαρ,τελ}} + K_{\text{τροχ,τελ}} + U_{\text{τροχ,τελ}} \Rightarrow$$

$$0 + mgy + 0 + MgH = \frac{1}{2}mv^2 + 0 + \frac{1}{2}I\omega^2 + MgH \Rightarrow mgy = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2} MR^2 \left(\frac{v}{R} \right)^2 \Rightarrow$$

$$mgy = \frac{1}{2}v^2 \left(m + \frac{M}{2} \right) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2mgy}{m + \frac{M}{2}}} = \sqrt{\frac{2(5)(9,8)(3,5)}{5 + 2}} = \sqrt{\frac{(98)(3,5)}{7}} = \sqrt{49} = 7 \text{ m/s}$$

$$v = 7 \text{ m/s}$$

$$2.2 \quad K_{\text{τροχ}} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{2} MR^2 \left(\frac{v}{R} \right)^2 = \frac{1}{4}Mv^2 = \frac{1}{4}(4)(49) \Rightarrow$$

$$K_{\text{τροχ}} = 49 \text{ J}$$

2.3 Εφόσον ζητείται χρονική στιγμή, χρειάζεται να βρούμε την επιτάχυνση. Γράφουμε το 2ο νόμο του Νεύτωνα (θεμελιώδης νόμος μηχανικής) στην κατάλληλη μορφή για τα δύο σώματα

Μεταφορική βαριδίου: $\sum F = ma \Rightarrow B - T = ma \quad (1)$

Στροφική κίνηση τροχαλίας: $\sum \tau = I\alpha \Rightarrow TR = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \frac{a}{R} \Rightarrow T = \frac{1}{2}Ma \quad (2)$

Προσθέτοντας τα αριστερά και δεξιά σκέλη των (1) και (2) η τάση του νήματος απλοποιείται και βρίσκουμε την επιτάχυνση a :

$$(1)+(2): B - T + T = ma + \frac{1}{2}Ma \Rightarrow mg = a \cdot \left(m + \frac{M}{2}\right) \Rightarrow a = \frac{mg}{m + \frac{M}{2}} \Rightarrow a = \frac{(5)(9,8)}{5 + \frac{4}{2}} = \frac{49}{7}$$

$$a = 7 \text{ m/s}^2$$

Η επιτάχυνση είναι σταθερή, άρα η κατακόρυφη κίνηση του βαριδίου είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με μηδενική αρχική ταχύτητα και περιγράφεται από τις εξισώσεις:

$$y = \frac{1}{2}at^2, \quad v = at, \quad v^2 = 2ay$$

Όταν το βαρίδιο φτάνει στο έδαφος έχει $v=7 \text{ m/s}$ άρα:

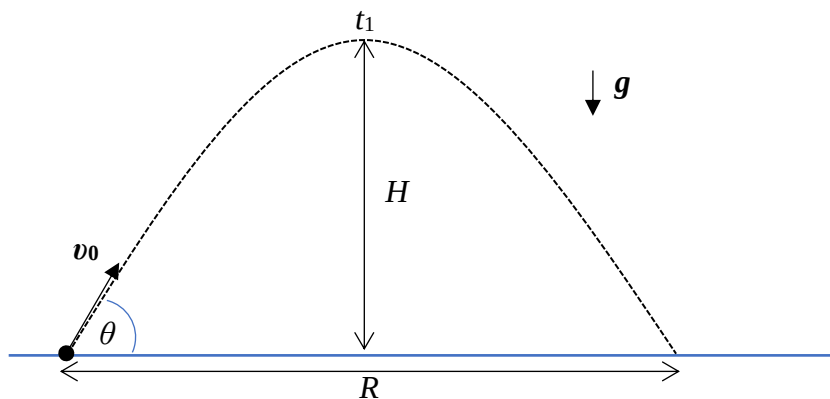
$$v = at \Rightarrow 7 = 7t \Rightarrow$$

$$t = 1 \text{ s}$$

ΘΕΜΑ 3

3 μονάδες

Τη χρονική στιγμή $t=0$, βλήμα εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0 = 100 \text{ m/s}$, υπό γωνία $\theta = 50^\circ$ πάνω από οριζόντιο έδαφος.



Αγνοώντας την αντίσταση του αέρα να υπολογίσετε:

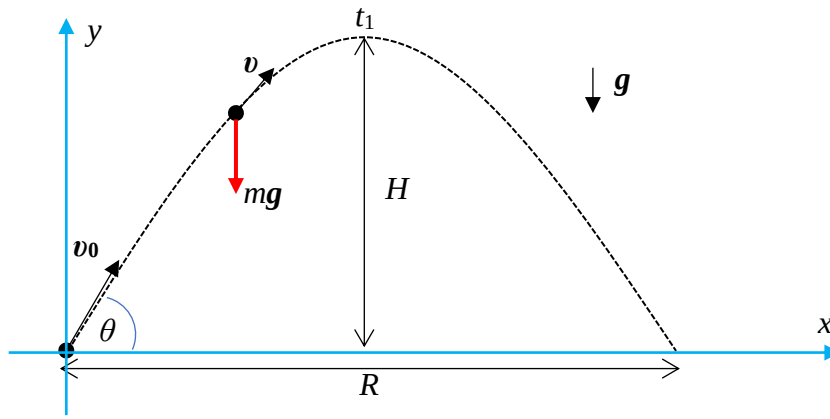
3.1 Τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία θα φτάσει στο μέγιστο ύψος.

3.2 Το μέγιστο ύψος H .

3.3 Το βεληνεκές R .

Λύση

Πλάγια βολή.



Στην οριζόντια διεύθυνση, όπου δεν υπάρχει καμία δύναμη, το βλήμα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $v_x = v_0 \cos \theta = (100)(\cos 50^\circ) = 64,27876 \approx 64,28 \text{ m/s}$

Στην κατακόρυφη διεύθυνση όπου υπάρχει η σταθερή δύναμη του βάρους προς τα κάτω, το βλήμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση (κατακόρυφη βολή) με σταθερή επιτάχυνση

$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{-mg}{m} = -g = -9,8 \text{ m/s}^2 \text{ και αρχική ταχύτητα}$$

$$v_{y0} = v_0 \sin \theta = (100)(\sin 50^\circ) = 76,6044 \approx 76,60 \text{ m/s}$$

$$v_x = v_0 \cos \theta = \text{σταθ} \quad (1) \quad v_y = v_{y0} - gt \quad (2)$$

Οπότε ισχύουν οι εξισώσεις :

$$x = v_x t \quad (3) \quad y = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (4)$$

Θέτοντας $v_y = 0$ στη (2) βρίσκουμε το χρόνο ανόδου t_1

$$v_y = v_{y0} - gt \Rightarrow 0 = v_{y0} - gt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0 \sin \theta}{g} = \frac{(100)(\sin 50^\circ)}{9,8} = 7,82 \text{ s}$$

Θέτοντας $t = t_1$ στην (4) βρίσκουμε το μέγιστο ύψος

$$y = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow H = v_{y0}t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 = v_0 \sin \theta \frac{v_0 \sin \theta}{g} - \frac{1}{2}g \left(\frac{v_0 \sin \theta}{g} \right)^2 \Rightarrow$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} = \frac{(100)^2 (\sin 50^\circ)^2}{2(9,8)} = 299,4 \text{ m}$$

Θέτοντας $y = 0$ στην (4) βρίσκουμε το χρόνο πτήσης

$$y = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = v_{y0}t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow t_2 = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$$

Ο χρόνος πτήσης t_2 είναι διπλάσιος από το χρόνο ανόδου t_1

Θέτοντας $t = t_2$ στην (3) βρίσκουμε το βεληνεκές

$$x = v_{0x}t \Rightarrow R = v_0 \cos \theta \cdot t_2 = v_0 \cos \theta \frac{2v_0 \sin \theta}{g} \Rightarrow R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{(100)^2 (\sin 100^\circ)}{9,8} = 1004,9 \text{ m}$$