

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2023-24

ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ (ΤΕ)

Τρίτη, 16 Ιανουαρίου 2024, 11:30 – 13:00 αιθ. 3403 Κοίλα.

Εισηγητής: Κώστας Φιλίππιδης (kphilippides@uowm.gr)

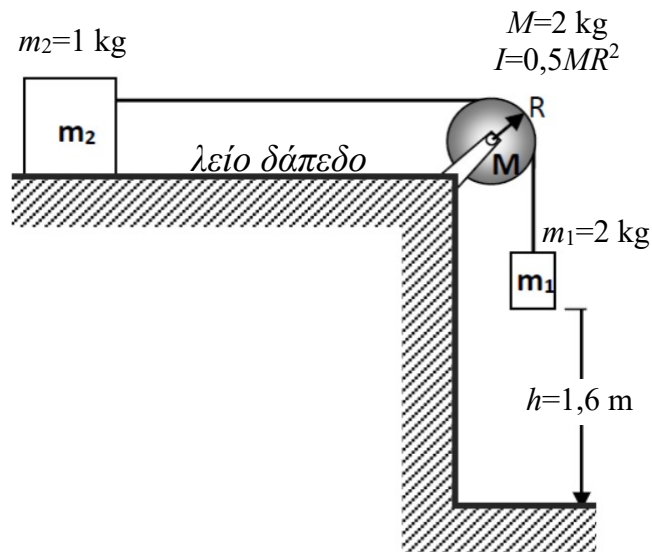
ΘΕΜΑ 1ο [3]

Το σύστημα αφήνεται από την ηρεμία. Το νήμα γυρίζει μαζί με την τροχαλία χωρίς να γλιστράει πάνω της.

1.1 Με τι ταχύτητα φτάνει η μάζα m_1 στο έδαφος;

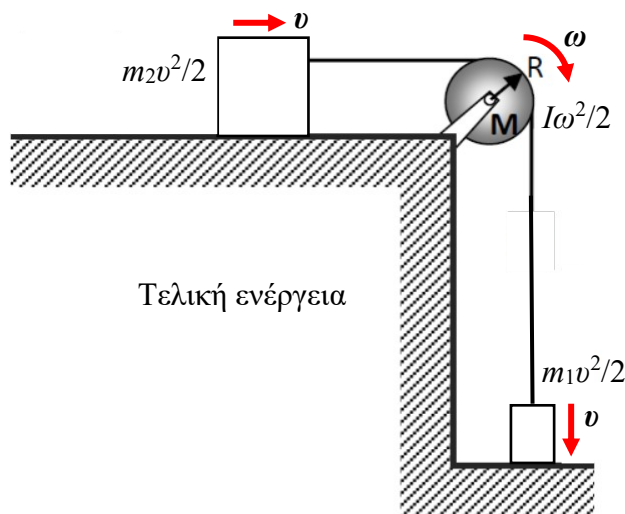
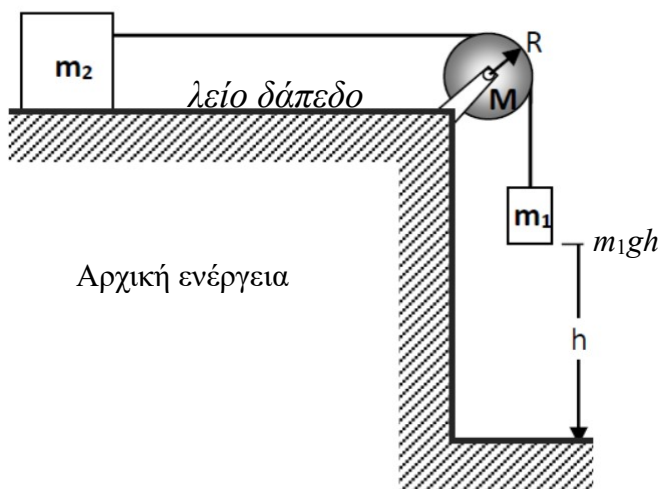
1.2 Ποια είναι η επιτάχυνση των μαζών m_1 και m_2 ;

$$g=10 \text{ N/kg}$$



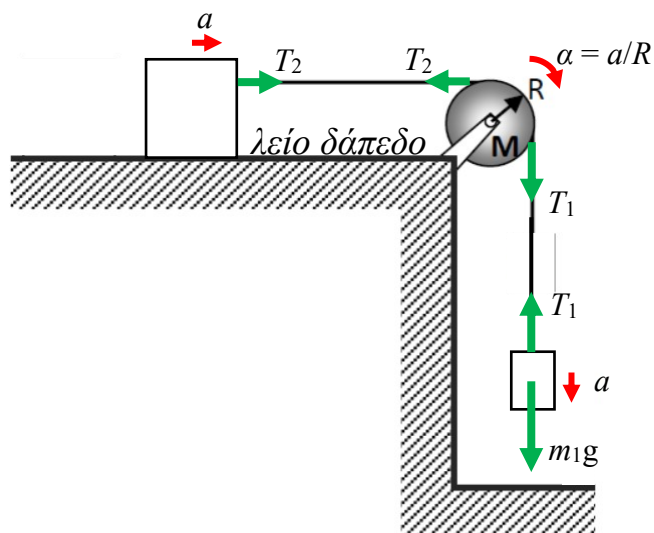
ΛΥΣΗ

1.1 Θεωρούμε το νήμα άμαζο και μη εκτατό. Τότε οι δύο μάζες και το νήμα θα κινούνται με την ίδια επιτάχυνση και ταχύτητα. Αφού το νήμα δεν γλιστράει, τότε $v = \omega R$ και $a = \alpha R$, ώστε τα σημεία της περιμέτρου της τροχαλίας να κινούνται με την ίδια ταχύτητα με το νήμα.. Εφόσον δεν υπάρχουν τριβές, η ενέργεια διατηρείται.



$$E_{\text{αρχ}} = E_{\text{τελ}} \Rightarrow m_1gh = \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow 2m_1gh = (m_1 + m_2)v^2 + 0,5MR^2 \frac{v^2}{R^2} \Rightarrow$$

$$v^2 = \frac{2m_1gh}{m_1 + m_2 + 0,5M} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 1,6}{2 + 1 + 0,5 \cdot 2}} = \sqrt{10 \cdot 1,6} \Rightarrow v = 4,0 \text{ m/s}$$



Τα μέτρα και οι κατευθύνσεις των δυνάμεων που προκαλούν την κίνηση φαίνονται στο διπλανό σχήμα

1.2 1^{ος} τρόπος. Για να βρούμε την επιτάχυνση εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής (2^{ος} νόμος Νεύτωνα) για την μεταφορική κίνηση των μαζών και την περιστροφική κίνηση της τροχαλίας.

Μεταφορική κίνηση m_1 : $\sum_{m_1} F = m_1 a \Rightarrow m_1 g - T_1 = m_1 a$ (1)

Μεταφορική κίνηση m_2 : $\sum_{m_2} F = m_2 a \Rightarrow T_2 = m_2 a$ (2)

Περιστροφική κίνηση M : $\sum_M \tau = I \alpha \Rightarrow T_1 R - T_2 R = 0,5 M R^2 \frac{a}{R} \Rightarrow T_1 - T_2 = 0,5 M a$ (3)

Αθροίζοντας τις τρεις εξισώσεις οι τάσεις απαλείφονται και βρίσκουμε την επιτάχυνση

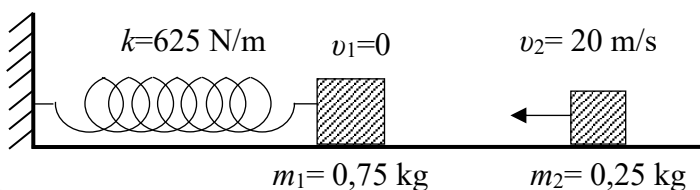
$$(1)+(2)+(3): m_1 g - T_1 + T_2 + T_1 - T_2 = m_1 a + m_2 a + 0,5 M a \Rightarrow a = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2 + 0,5 M} = \frac{2 \cdot 10,0}{2 + 1 + 0,5 \cdot 2} = 5,0 \text{ m/s}^2$$

2^{ος} τρόπος. Όλες οι δυνάμεις είναι σταθερές άρα οι μάζες m_1, m_2 θα εκτελέσουν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (με μηδενική αρχική ταχύτητα) όπου ισχύει :

$$v^2 = v_0^2 + 2ah \Leftrightarrow a = \frac{v^2}{2h} = \frac{4^2}{2 \cdot 1,6} = \frac{16}{2 \cdot 1,6} = \frac{10}{2} = 5 \text{ m/s}^2$$

ΘΕΜΑ 2ο [3]

Το σώμα 1 που είναι συνδεδεμένο με το ελατήριο ισορροπεί ακίνητο, με το ελατήριο στο φυσικό του μήκος. Το δάπεδο είναι λείο. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά.



Να βρείτε :

2.1 Την ταχύτητα u_0 του συσσωματώματος, μετά την κρούση

2.2 Το πλάτος A της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση

ΛΥΣΗ

2.1 Διατήρηση ορμής στην **πλαστική κρούση** :

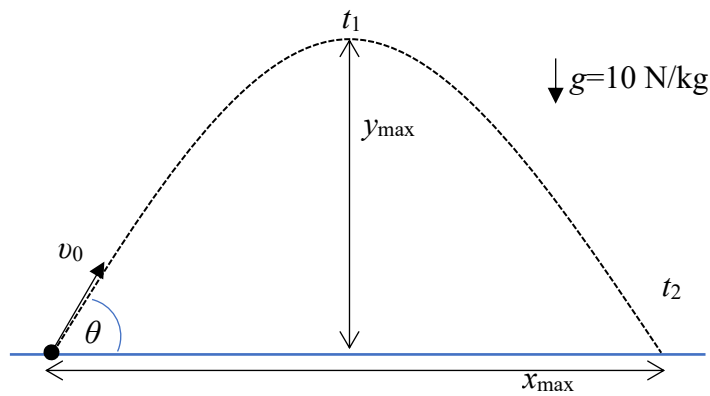
$$p_{\text{πριν}} = p_{\text{μετά}} \Rightarrow m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u_0 \Rightarrow u_0 = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{0,25 \cdot 20}{0,25 + 0,75} = 5 \text{ m/s}$$

2.2 Διατήρηση ενέργειας στην απλή αρμονική ταλάντωση :

$$K_A + U_A = K_0 + U_0 = 0 + \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u_0^2 + 0 \Rightarrow A = u_0 \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = 5 \cdot \sqrt{\frac{1}{625}} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ m}$$

ΘΕΜΑ 3ο [4]

Τη χρονική στιγμή $t=0$, βλήμα εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0 = 50 \text{ m/s}$, υπό γωνία $\theta = 55^\circ$ πάνω από οριζόντιο έδαφος. Αγνοώντας την αντίσταση του αέρα να βρείτε:



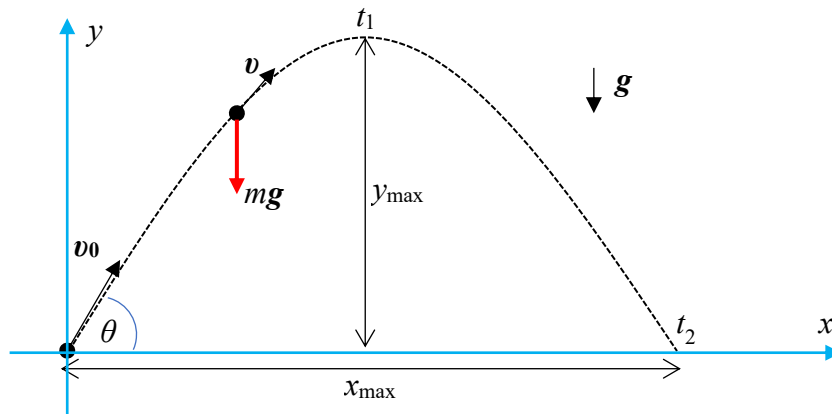
3.1 Τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία θα φτάσει στο μέγιστο ύψος

3.2 Το μέγιστο ύψος $y_{\max}$

3.3 Τη φορά και το μέτρο της ταχύτητας v_1 την οποία έχει στο μέγιστο ύψος

3.4 Τη χρονική στιγμή t_2 στην οποία θα χτυπήσει στο έδαφος

3.5 Το βεληνεκές $x_{\max}$.

ΛΥΣΗ

Στην οριζόντια διεύθυνση, όπου δεν υπάρχει καμία δύναμη, το βλήμα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα $v_x = v_0 \cos \theta = (50)(\cos 55^\circ) = 28,68 \approx 28,7 \text{ m/s}$

Στην κατακόρυφη διεύθυνση όπου υπάρχει η σταθερή δύναμη του βάρους προς τα κάτω, το βλήμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση (κατακόρυφη βολή) με σταθερή επιτάχυνση αντίθετη της αρχικής

του ταχύτητας: $a = \frac{F_{\text{net},y}}{m} = \frac{-mg}{m} = -g = -10,0 \text{ m/s}^2$ και αρχική ταχύτητα

$v_{y0} = v_0 \sin \theta = (50)(\sin 55^\circ) = 40,96 \approx 41,0 \text{ m/s}$

$$v_x = v_0 \cos \theta = \text{σταθ} \quad (1) \quad v_y = v_{y0} - gt \quad (2)$$

Οπότε ισχύουν οι εξισώσεις :

$$x = v_x t \quad (3) \quad y = v_{y0} t - \frac{1}{2} gt^2 \quad (4)$$

$$v_y^2 = v_{y0}^2 - 2gy \quad (5)$$

3.1 Στο μέγιστο ύψος η συνιστώσα της ταχύτητας στην κατακόρυφη διεύθυνση γίνεται μηδέν γιατί αλλιώς το βλήμα θα ανέβαινε παραπάνω. Θέτοντας $v_y = 0$ στην (2) βρίσκουμε το χρόνο πτήσης t_1 :

$$v_y = v_{y0} - gt \Rightarrow 0 = v_{y0} - gt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_{y0}}{g} = \frac{40,96}{10} = 4,096 \approx 4,10 \text{ s}$$

3.2 Θέτοντας $t = t_1$ στην (4) βρίσκουμε το μέγιστο ύψος :

$$y = v_{y0} t - \frac{1}{2} gt^2 \Rightarrow y_{\max} = v_{y0} t_1 - \frac{1}{2} gt_1^2 = 40,96 \cdot 4,096 - \frac{1}{2} 10(4,096)^2 = 83,9 \text{ m}$$

Ή θέτοντας $v_y = 0$ στην (5) :

$$v_y^2 = v_{y0}^2 - 2gy \Rightarrow 0 = v_{y0}^2 - 2gy_{\max} \Rightarrow y_{\max} = \frac{v_{y0}^2}{2g} = \frac{50^2 \sin^2 55^\circ}{2 \cdot 10} = 83,9 \text{ m}$$

3.3 Αφού στο μέγιστο ύψος $v_y = 0$, η ταχύτητα θα είναι οριζόντια με μέτρο ίσο με $v_1 = v_x = 28,7 \text{ m/s}$

3.4 Θέτοντας $y = 0$ στην (4) βρίσκουμε το χρόνο πτήσης t_2 :

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = v_{0y}t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow t_2 = \frac{2v_{0y}}{g} = 2t_1 = \frac{2(40,96)}{10} = 8,192 \approx 8,19 \text{ s}$$

3.5 Θέτοντας $t = t_2$ στην (3) βρίσκουμε το βεληνεκές

$$x = v_{0x}t \Rightarrow x_{\max} = v_{0x}t_2 = 28,68 \cdot 8,192 = 234,94656 \approx 234,9 \text{ m}$$